

Relativitáselmélet

Udvari Zsolt

2020. március 24.

1800-as évek vége

- Max Planck fizikatanára, Philip von Jolly (1809-1884)

1800-as évek vége

- Max Planck fizikatanára, Philip von Jolly (1809-1884) *ebben a tudományágban már szinte mindent felfedeztek, és már csak néhány jelentéktelen lyukat kell betömni*

1800-as évek vége

- Max Planck fizikatanára, Philip von Jolly (1809-1884)
ebben a tudományágban már szinte mindent felfedeztek, és már csak néhány jelentéktelen lyukat kell betömni
- Max Planck (1858-1947)

1800-as évek vége

- Max Planck fizikatanára, Philip von Jolly (1809-1884)
ebben a tudományágban már szinte mindent felfedeztek, és már csak néhány jelentéktelen lyukat kell betömni
- Max Planck (1858-1947)
Nem kergetem azt a vágyat, hogy egy új világot fedezzek fel, csupán csak a fizikai tudomány meglévő alapjait kívánom megérteni, talán még jobban elmélyíteni.

1800-as évek vége

- Max Planck fizikatanára, Philip von Jolly (1809-1884)
ebben a tudományágban már szinte mindent felfedeztek, és már csak néhány jelentéktelen lyukat kell betömni
- Max Planck (1858-1947)
Nem kergetem azt a vágyat, hogy egy új világot fedezzek fel, csupán csak a fizikai tudomány meglévő alapjait kívánom megérteni, talán még jobban elmélyíteni.
- később Max Planck a *kvantummechanika* megalapítója

Emlékeztető

Klasszikus mechanika szerint

- mozgás viszonylagos \Rightarrow inerciarendszerek

Emlékeztető

Klasszikus mechanika szerint

- mozgás viszonylagos \Rightarrow inerciarendszerek
- Galilei-féle relativitási elv \Rightarrow nincs kitüntetett inerciarendszer

Emlékeztető

Klasszikus mechanika szerint

- mozgás viszonylagos \Rightarrow inerciarendszerek
- Galilei-féle relativitási elv \Rightarrow nincs kitüntetett inerciarendszer
- hullám: rezgés a közegben tovaterjed

Emlékeztető

Klasszikus mechanika szerint

- mozgás viszonylagos \Rightarrow inerciarendszerek
- Galilei-féle relativitási elv \Rightarrow nincs kitüntetett inerciarendszer
- hullám: rezgés a közegben tovaterjed
- fény is (EM) hullám

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter
- az éter lenne az „abszolút tér”

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter
- az éter lenne az „abszolút tér”
- Hogy helyezkedik el az éter?

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter
- az éter lenne az „abszolút tér”
- Hogy helyezkedik el az éter?
 - Albert Michelson és Edward Morley, 1887

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter
- az éter lenne az „abszolút tér”
- Hogy helyezkedik el az éter?
 - Albert Michelson és Edward Morley, 1887
 - nagy sebességgel kell haladni ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s)

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter
- az éter lenne az „abszolút tér”
- Hogy helyezkedik el az éter?
 - Albert Michelson és Edward Morley, 1887
 - nagy sebességgel kell haladni ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s)
 - Föld: $v_{\text{keringés}} \approx 30$ km/s = $3 \cdot 10^4$ m/s

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter
- az éter lenne az „abszolút tér”
- Hogy helyezkedik el az éter?
 - Albert Michelson és Edward Morley, 1887
 - nagy sebességgel kell haladni ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s)
 - Föld: $v_{\text{keringés}} \approx 30$ km/s = $3 \cdot 10^4$ m/s
 - eredmény: nincs!

Éter

- mi a fény (EM hullám) közege?
- éter
- az éter lenne az „abszolút tér”
- Hogy helyezkedik el az éter?
 - Albert Michelson és Edward Morley, 1887
 - nagy sebességgel kell haladni ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s)
 - Föld: $v_{\text{keringés}} \approx 30$ km/s = $3 \cdot 10^4$ m/s
 - eredmény: nincs!
- ellentmondás: közeledő és távolodó csillagokról jövő fény sebessége mindenféleképpen c !

Posztulátumok

Albert Einstein („A mozgó testek elektrodinamikájáról”, „Zur Elektrodynamik bewegter Körper”), Henri Poincare egymástól függetlenül (1905)

Posztulátumok

Albert Einstein („A mozgó testek elektrodinamikájáról”, „Zur Elektrodynamik bewegter Körper”), Henri Poincare egymástól függetlenül (1905)

- 1. posztulátum: a fizika számára az inerciarendszerek *megkülönböztethetetlenek*

Posztulátumok

Albert Einstein („A mozgó testek elektrodinamikájáról”, „Zur Elektrodynamik bewegter Körper”), Henri Poincare egymástól függetlenül (1905)

- 1. posztulátum: a fizika számára az inerciarendszerek *megkülönböztethetetlenek*
- 2. posztulátum: a fény vákuumban, bármely inerciarendszerben, minden irányban $3 \cdot 10^8$ m/s sebességgel terjed, függetlenül a fényforrás és a fényt észlelő sebességétől

Posztulátumok

Albert Einstein („A mozgó testek elektrodinamikájáról”, „Zur Elektrodynamik bewegter Körper”), Henri Poincare egymástól függetlenül (1905)

- 1. posztulátum: a fizika számára az inerciarendszerek *megkülönböztethetetlenek*
- 2. posztulátum: a fény vákuumban, bármely inerciarendszerben, minden irányban $3 \cdot 10^8$ m/s sebességgel terjed, függetlenül a fényforrás és a fényt észlelő sebességétől
- Ellentmond-e a 2. posztulátum a klasszikus („eddig tanult”) fizikának?

Posztulátumok

Albert Einstein („A mozgó testek elektrodinamikájáról”, „Zur Elektrodynamik bewegter Körper”), Henri Poincare egymástól függetlenül (1905)

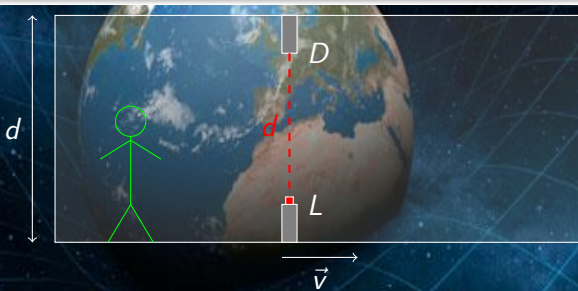
- 1. posztulátum: a fizika számára az inerciarendszerek *megkülönböztethetetlenek*
- 2. posztulátum: a fény vákuumban, bármely inerciarendszerben, minden irányban $3 \cdot 10^8$ m/s sebességgel terjed, függetlenül a fényforrás és a fényt észlelő sebességétől
- Ellentmond-e a 2. posztulátum a klasszikus („eddig tanult”) fizikának?
- Nincs éter!*

Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézerfény L -ből D -be?

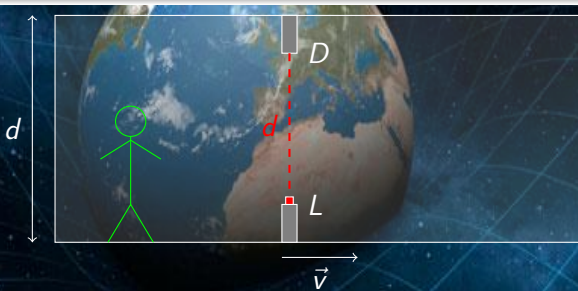
Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézerfény L -ből D -be?

- űrhajón utazó szerint:

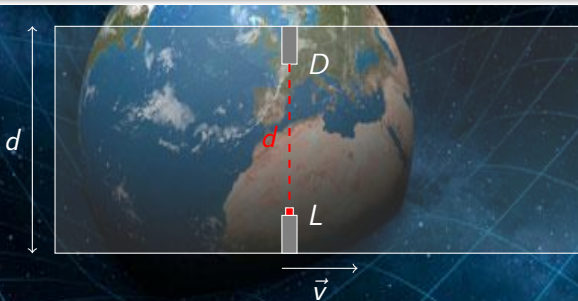
Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézerfény L -ből D -be?

- űrhajón utazó szerint: $\tau = \frac{d}{c}$

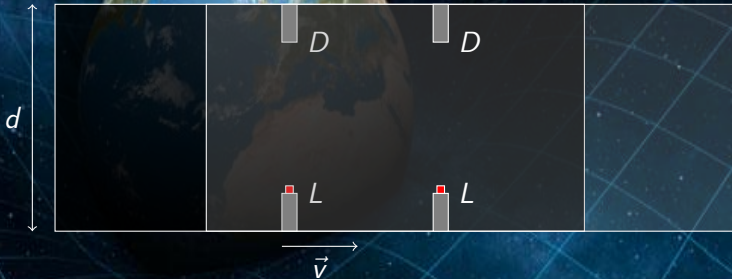
Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézerfény L -ből D -be?
• külső megfigyelő mit lát?



Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézervény L -ből D -be?

- külső megfigyelő mit lát?
 - űrhajó arrébb mozdul

Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézerfény L -ből D -be?

- külső megfigyelő mit lát?
 - űrhajó arrébb mozdul $s = v \cdot t$ -vel

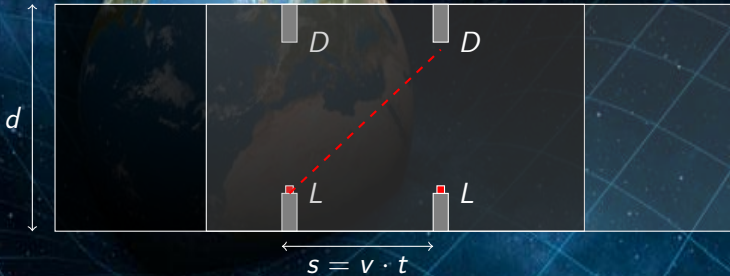
Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézerfény L -ből D -be?

- külső megfigyelő mit lát?
 - űrhajó arrébb mozdul $s = v \cdot t$ -vel
 - lézerfény útja

Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézerfény L -ből D -be?

- külső megfigyelő mit lát?
 - űrhajó arrébb mozdul $s = v \cdot t$ -vel
 - lézerfény útja ferde, nagysága

Gondolatkísérlet



Mennyi idő alatt érkezik a lézervény L -ből D -be?

- külső megfigyelő mit lát?
 - űrhajó arrébb mozdul $s = v \cdot t$ -vel
 - lézervény útja ferde, nagysága $\sqrt{(vt)^2 + d^2}$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség $\sqrt{v^2 + c^2}$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !
- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c}$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !

- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c} / \cdot c, ()^2$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !
- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c} / \cdot c, ()^2$
- $c^2 t^2 = v^2 t^2 + d^2$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !

- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c} / \cdot c, ()^2$

- $c^2 t^2 = v^2 t^2 + d^2$

- $t^2 \cdot (c^2 - v^2) = d^2$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !
- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c} / \cdot c, ()^2$
- $c^2 t^2 = v^2 t^2 + d^2$
- $t^2 \cdot (c^2 - v^2) = d^2$ (ne feledjük: $d = c \cdot \tau$)

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !
- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c} / \cdot c, ()^2$
- $c^2 t^2 = v^2 t^2 + d^2$
- $t^2 \cdot (c^2 - v^2) = d^2$ (ne feledjük: $d = c \cdot \tau$)
- $t^2 = \frac{c^2 \tau^2}{c^2 - v^2}$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !

- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c} / \cdot c, ()^2$

- $c^2 t^2 = v^2 t^2 + d^2$

- $t^2 \cdot (c^2 - v^2) = d^2$ (ne feledjük: $d = c \cdot \tau$)

- $t^2 = \frac{c^2 \tau^2}{c^2 - v^2} = \frac{\tau^2}{1 - v^2/c^2}$

Számolás

Külső megfigyelő

- által észlelt fénysebesség ~~$\sqrt{v^2 + c^2}$~~ helyett c !

- mért idő: $t = \frac{l}{c} = \frac{\sqrt{(vt)^2 + d^2}}{c} / \cdot c, ()^2$

- $c^2 t^2 = v^2 t^2 + d^2$

- $t^2 \cdot (c^2 - v^2) = d^2$ (ne feledjük: $d = c \cdot \tau$)

- $t^2 = \frac{c^2 \tau^2}{c^2 - v^2} = \frac{\tau^2}{1 - v^2/c^2}$

- $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

Konklúzió

• belső megfigyelő: τ



Konklúzió

- belső megfigyelő: τ
- külső megfigyelő: $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

Konklúzió

- belső megfigyelő: τ
- külső megfigyelő: $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- azaz: $\tau \neq t$

Konklúzió

- belső megfigyelő: τ
- külső megfigyelő: $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- azaz: $\tau \neq t$
- ugyanazt az eseményt két megfigyelő *különböző ideig* észleli!

Konklúzió

- belső megfigyelő: τ
- külső megfigyelő: $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- azaz: $\tau \neq t$
- ugyanazt az eseményt két megfigyelő *különböző ideig* észleli!
- klasszikus mechanikával ellentmondás?

Konklúzió

- belső megfigyelő: τ
- külső megfigyelő: $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- azaz: $\tau \neq t$
- ugyanazt az eseményt két megfigyelő *különböző ideig* észleli!
- klasszikus mechanikával ellentmondás? nem, hiszen ha v kicsi, akkor $\frac{v^2}{c^2} \approx 0$

Konklúzió

- belső megfigyelő: τ
- külső megfigyelő: $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- azaz: $\tau \neq t$
- ugyanazt az eseményt két megfigyelő *különböző ideig* észleli!
- klasszikus mechanikával ellentmondás? nem, hiszen ha v kicsi, akkor $\frac{v^2}{c^2} \approx 0$
- ha $v = \frac{c}{3}$:

Konklúzió

- belső megfigyelő: τ
- külső megfigyelő: $t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- azaz: $\tau \neq t$
- ugyanazt az eseményt két megfigyelő *különböző ideig* észleli!
- klasszikus mechanikával ellentmondás? nem, hiszen ha v kicsi, akkor $\frac{v^2}{c^2} \approx 0$
- ha $v = \frac{c}{3}$: $t \approx 1,0607\tau$, kb. 6%-os eltérés

Összegzés

• τ neve: sajátidő



Összegzés

- τ neve: sajátidő
- sajátidő: vonatkoztatási rendszerben álló óra által mért idő

Összegzés

- τ neve: sajátidő
- sajátidő: vonatkoztatási rendszerben *álló* óra által mért idő
- sajátidő mindig a legkevesebb, más idő mindig több („dilatáció”)

Összegzés

- τ neve: sajátidő
- sajátidő: vonatkoztatási rendszerben *álló* óra által mért idő
- sajátidő mindig a legkevesebb, más idő mindig több („dilatáció”)
- kis sebességekre $\tau \approx t$, pl. $v = 1000 \text{ m/s}$:
 $t = 1,000\,000\,000\,000\,055\,6 \tau$

Összegzés

- τ neve: sajátidő
- sajátidő: vonatkoztatási rendszerben álló óra által mért idő
- sajátidő mindig a legkevesebb, más idő mindig több („dilatáció”)
- kis sebességekre $\tau \approx t$, pl. $v = 1000 \text{ m/s}$:
 $t = 1,000\,000\,000\,000\,055\,6 \tau$ (ha $\tau = 1\,000\,000$ év, akkor az eltérés kb. 1,75 s)

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)



Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza
- sajátideje legyen pl. 10 év: azaz

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza
- sajátideje legyen pl. 10 év: azaz
 - András 10 évet

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza
- sajátideje legyen pl. 10 év: azaz
 - András 10 évet
 - Béla 30 évet öregedett

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza
- sajátideje legyen pl. 10 év: azaz
 - András 10 évet
 - Béla 30 évet öregedett
- nézzük fordítva: az űrhajóhoz képest a Föld halad nagy sebességgel, azaz

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza
- sajátideje legyen pl. 10 év: azaz
 - András 10 évet
 - Béla 30 évet öregedett
- nézzük fordítva: az űrhajóhoz képest a Föld halad nagy sebességgel, azaz
 - András 30 évet

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza
- sajátideje legyen pl. 10 év: azaz
 - András 10 évet
 - Béla 30 évet öregedett
- nézzük fordítva: az űrhajóhoz képest a Föld halad nagy sebességgel, azaz
 - András 30 évet
 - Béla 10 évet öregedett

Ikerparadoxon

- ikerpár (András és Béla)
- András űrbeli körutazás, nagy sebességű űrhajó
- Földön mérve 30 év múlva tér vissza
- sajátideje legyen pl. 10 év: azaz
 - András 10 évet
 - Béla 30 évet öregedett
- nézzük fordítva: az űrhajóhoz képest a Föld halad nagy sebességgel, azaz
 - András 30 évet
 - Béla 10 évet öregedett
- feloldás: az űrhajó a lassítás-gyorsulás-fordulás miatt *nem* tekinthető inerciarendszernek!

Hosszúságkontrakció

- a fény a Napból a Földre kb. 8 perc alatt ér el

Hosszúságkontrakció

- a fény a Napból a Földre kb. 8 perc alatt ér el
 - ki szerint ennyi?

Hosszúságkontrakció

- a fény a Napból a Földre kb. 8 perc alatt ér el
 - ki szerint ennyi?
 - sajátidő vagy külső idő?

Hosszúságkontrakció

- a fény a Napból a Földre kb. 8 perc alatt ér el
 - ki szerint ennyi?
 - sajátidő vagy külső idő?
- a fény fénysebességgel (c) halad

Hosszúságkontrakció

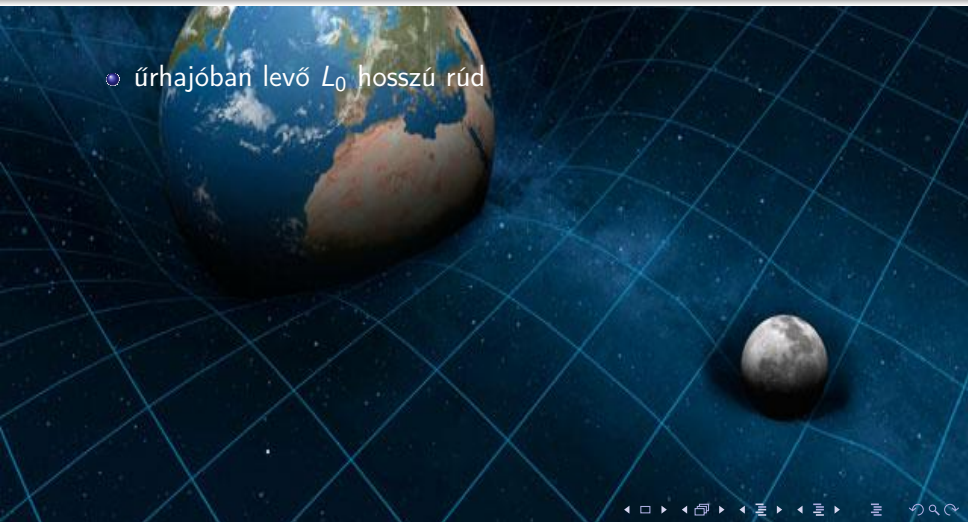
- a fény a Napból a Földre kb. 8 perc alatt ér el
 - ki szerint ennyi?
 - sajátidő vagy külső idő?
- a fény fénysebességgel (c) halad
- sajátideje: $\tau = t \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} = 0$

Hosszúságkontrakció

- a fény a Napból a Földre kb. 8 perc alatt ér el
 - ki szerint ennyi?
 - sajátidő vagy külső idő?
- a fény fénysebességgel (c) halad
- sajátideje: $\tau = t \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} = 0$
- a fény NEM érzékeli az időt!

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd



Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:
 - mikor halad el előttünk az eleje

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:
 - mikor halad el előttünk az eleje
 - mikor a vége

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:
 - mikor halad el előttünk az eleje
 - mikor a vége
 - eltelt idő és az űrhajó sebességének szorzata

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:
 - mikor halad el előttünk az eleje
 - mikor a vége
 - eltelt idő és az űrhajó sebességének szorzata
- labor sajátideje: τ , űrhajóban mért idő: t

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:
 - mikor halad el előttünk az eleje
 - mikor a vége
 - eltelt idő és az űrhajó sebességének szorzata
- labor sajátideje: τ , űrhajóban mért idő: t

- $\frac{L_0}{t} = \frac{L}{\tau}$, azaz

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:
 - mikor halad el előttünk az eleje
 - mikor a vége
 - eltelt idő és az űrhajó sebességének szorzata
- labor sajátideje: τ , űrhajóban mért idő: t

- $\frac{L_0}{t} = \frac{L}{\tau}$, azaz


- $L = L_0 \cdot \frac{\tau}{t} = L_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$

Gondolatkísérlet

- űrhajóban levő L_0 hosszú rúd
- laborban a rúd hossza:
 - mikor halad el előttünk az eleje
 - mikor a vége
 - eltelt idő és az űrhajó sebességének szorzata
- labor sajátideje: τ , űrhajóban mért idő: t
- $\frac{L_0}{t} = \frac{L}{\tau}$, azaz
- $L = L_0 \cdot \frac{\tau}{t} = L_0 \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$
- L_0 : saját hossz, mindig ez a leghosszabb

Bizonyítékok

◉ elemi részek



Bizonyítékok

- elemi részek
 - Föld felső légkörében (≈ 30 km) keletkeznek

Bizonyítékok

- elemi részek
 - Föld felső légkörében (≈ 30 km) keletkeznek
 - laboratóriumi körülmények: élettartamuk $\approx 10^{-8}$ s

Bizonyítékok

- elemi részek
 - Föld felső légkörében (≈ 30 km) keletkeznek
 - laboratóriumi körülmények: élettartamuk $\approx 10^{-8}$ s
 - ennyi idő alatt néhány métert tesznek meg

Bizonyítékok

• elemi részek

- Föld felső légkörében (≈ 30 km) keletkeznek
- laboratóriumi körülmények: élettartamuk $\approx 10^{-8}$ s
- ennyi idő alatt néhány métert tesznek meg
- felszín közelében is észlelhetők

Bizonyítékok

- elemi részek
- Hafele-Keating kísérlet (1971)

Bizonyítékok

- elemi részek
- Hafele-Keating kísérlet (1971)
 - atomórák 9-9 napig keleti ill. nyugati irányban

Bizonyítékok

- elemi részek
- Hafele-Keating kísérlet (1971)
 - atomórák 9-9 napig keleti ill. nyugati irányban
 - az elmélet által jóslott mértékű eltérés a földi kontroll-órához képest!

Bizonyítékok

- elemi részek
- Hafele-Keating kísérlet (1971)
- National Physical Laboratory (1996)

Bizonyítékok

- elemi részek
- Hafele-Keating kísérlet (1971)
- National Physical Laboratory (1996)
- GPS műholdak

Bizonyítékok

- elemi részek
- Hafele-Keating kísérlet (1971)
- National Physical Laboratory (1996)
- GPS műholdak
 - idődilatació nélkül: naponta 2 km tévedés!

Relativisztikus dinamika

• sebességösszeadás:
$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + \frac{v_{AB} \cdot v_{BC}}{c^2}}$$

Relativisztikus dinamika

- sebességösszeadás:
$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + \frac{v_{AB} \cdot v_{BC}}{c^2}}$$
- tömegnövekedés:
$$m_* = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Relativisztikus dinamika

- sebességösszeadás:
$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + \frac{v_{AB} \cdot v_{BC}}{c^2}}$$
- tömegnövekedés:
$$m_* = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
- energia:
$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

Relativisztikus dinamika

- sebességösszeadás:
$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + \frac{v_{AB} \cdot v_{BC}}{c^2}}$$
- tömegnövekedés:
$$m_* = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
- energia:
$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$
- $v = 0$ esetén: nyugalmi energia:
$$E = mc^2$$

Relativisztikus dinamika

- sebességösszeadás:
$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + \frac{v_{AB} \cdot v_{BC}}{c^2}}$$
- tömegnövekedés:
$$m_* = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
- energia:
$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$
- $v = 0$ esetén: nyugalmi energia: $E = mc^2$
 - tömegdefektus

Relativisztikus dinamika

- sebességösszeadás:
$$v_{AC} = \frac{v_{AB} + v_{BC}}{1 + \frac{v_{AB} \cdot v_{BC}}{c^2}}$$
- tömegnövekedés:
$$m_* = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$
- energia:
$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$
- $v = 0$ esetén: nyugalmi energia: $E = mc^2$
 - tömegdefektus
 - kötési energia:
$$E_b = \Delta mc^2 = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - m_b) \cdot c^2$$

Általános relativitáselmélet

- Einstein, 1915.

Általános relativitáselmélet

- Einstein, 1915.
- gravitáció elmélete (gravitáció \approx gyorsulás)

Általános relativitáselmélet

- Einstein, 1915.
- gravitáció elmélete (gravitáció \approx gyorsulás)
- téridő „görbülete”

Általános relativitáselmélet

- Einstein, 1915.
- gravitáció elmélete (gravitáció \approx gyorsulás)
- téridő „görbülete”
 - fekete lyukak

Általános relativitáselmélet

- Einstein, 1915.
- gravitáció elmélete (gravitáció \approx gyorsulás)
- téridő „görbülete”
 - fekete lyukak
- Eddington, 1919.

Általános relativitáselmélet

- Einstein, 1915.
- gravitáció elmélete (gravitáció \approx gyorsulás)
- téridő „görbülete”
 - fekete lyukak
- Eddington, 1919.
- 2015. szeptember (bejelentés: 2016. február): elmélet által jósolt gravitációs hullámok észlelése (LIGO)