24. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szabadka, 2015. április 8-12.

12. osztály

1. feladat: A szabályos hatoldalú csonka gúla alapélei a és b ($a > b$). A csonka gúla oldalfelülete megegyezik az alaplapok területének összegével. Határozd meg a csonka gúla magasságát!

Angyal Andor (Szabadka, Vajdaság)

2. feladat: Egy 9×9-es négyzetrácsba beírtuk a számokat 1-től 81-ig. Bizonyítsd be, hogy a számok bármely elrendeződése mellett van két olyan szomszédos négyzet, amelyben a számok közötti különbség legalább 6. (Szomszédosnak tekintjük azokat a négyzeteket, amelyeknek közös oldaluk van.)

Béres Zoltán (Szabadka, Vajdaság)

3. feladat: Ha α hegyesszög, akkor bizonyítsd be, hogy teljesül az

$$\left(1 + \frac{1}{\sin\alpha}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos\alpha}\right) \geq 3 + 2\sqrt{2}$$

egyenlőtlenség!

Csikós Pajor Gizella (Szabadka, Vajdaság)

4. feladat: Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$(2x+1)\sqrt{(2x-1)^3} + 16x^4 = 2x(4x-1).$$

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti, Erdély)

5. feladat: Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$2x^2 + \sqrt{2} + \log_2^2\left(2x^2 + \sqrt{2}\right) = 2^{\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2+2}} + \frac{x^2+1}{(x^2+2)^2}$$

Bence Mihály (Brassó, Erdély)

6. feladat: Egy $\overline{AB} = 42$ cm és egy $\overline{CD} = 58$ cm hosszú szakasz α szög alatt metszi egymást az O pontban. Mekkora a szakaszok végpontjaival (mint csúcsokkal) alkotott $ACBD$ négyszög pontos területe, ha tudjuk, hogy $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{3}{7}$?

Gecse Frigyes (Kisvárda, Magyarország)