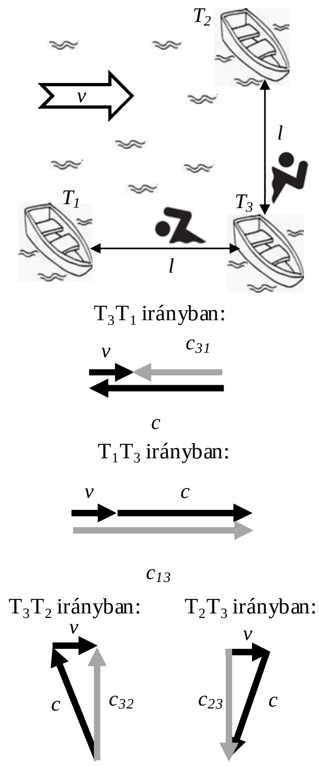
9. évfolyam

1. feladat:



Adatok: l = 200 m, c = 6 m/s, v = 2 m/s

Vizsgáljuk a T_3T_1 irányt. Odafele a vízzel szemben kell úsznia, a parthoz képest a sebessége $c_{31} = c - v = 4\ \mathrm{m/s}$, fordulás után a sebessége $c_{13} = c + v = 8\ \mathrm{m/s}$.

Ebben az irányban szükséges idő:

$$t_{313} = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \underline{75\ \mathrm{s}}.$$ ***8 pont***

A vízsodrásra merőleges úszásnál a rajzon látható irányban célszerű úsznia, a derékszögű háromszög mutatja a parthoz viszonyított sebességet, mely nagysága mindkét irányban ugyanakkora: $v_{32} = v_{23} = \sqrt{c^2 - v^2} = 5{,}66\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ebben az irányban a visszaérésig szükséges idő:

$$t_{323} = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \underline{70{,}71\ \mathrm{s}}.$$ ***10 pont***

A vízsodrásra merőlegesen úszó előbb ér vissza:

$$t_{313} - t_{323} = \underline{\underline{4{,}3\ s}}.$$ ***2 pont***

2. feladat:

A kocsi legnagyobb elérhető gyorsulását a tapadási erő nagysága szabja meg. A minimális tapadási együttható a tapadási erő és nehézségi erő közötti összefüggést felhasználva:

$$\mu_{T,min} = \frac{F_T}{G} = \frac{a_1}{g} = \frac{6\ \mathrm{m/s^2}}{10\ \mathrm{m/s^2}} = \underline{0{,}6}.$$ ***2 pont***

A végsebesség az egyes sebességfokozatokban elért gyorsulás és időtartam szorzatainak összege:

$$v_{max} = \sum_{n=1}^{5} a_n \cdot t_n = 6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1{,}5\ \mathrm{s} + 3{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 3\ \mathrm{s} + 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 6\ \mathrm{s} + 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 10\ \mathrm{s} + 0{,}25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 25\ \mathrm{s} =$$

2 pont

$$= 9\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 10{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 12\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 6{,}25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 47{,}75\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \underline{171{,}9\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}$$

100 km/h megfelel 27,78 m/s-nak, melyet a kocsi a harmadik fokozatban ér el. Harmadik sebességbe érve 19,5 m/s-mal halad, így még további 8,28 m/s-t kell gyorsulnia.

1 pont

A teljes idő így

$$t_{100} = t_1 + t_2 + t_3^* = 1{,}5\text{ s} + 3\text{ s} + \frac{8{,}28\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}5\text{ s} + 3\text{ s} + 4{,}14\text{ s} = \underline{8{,}64\text{ s}}$$ **2 pont**

A megtett út első fokozatban:

$$s_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = \frac{1}{2}6\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(1{,}5\text{ s})^2 = \underline{6{,}75\text{ m}}$$ **2 pont**

A második fokozatban:

$$s_2 = v_{1,\max}t_2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2 = 9\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 3\text{ s} + \frac{1}{2}3{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(3\text{ s})^2 = \underline{42{,}75\text{ m}}$$ **2 pont**

A harmadikban, míg el nem éri a 100 km/h-t:

$$s_3^* = v_{2,\max}t_3^* + \frac{1}{2}a_3\left(t_3^*\right)^2 = 19{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 4{,}14\text{ s} + \frac{1}{2}2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}(4{,}14\text{ s})^2 = \underline{97{,}8\text{ m}}$$ **2 pont**

Összesen: $s_{100} = s_1 + s_2 + s_3^* = 6{,}75\text{ m} + 42{,}75\text{ m} + 97{,}8\text{ m} = \underline{147{,}3\text{ m}}$ **1 pont**

1 másodperces reakcióidő alatt megtett út: 47.75 m, így a fékezésre
200 m – 47.75 m = 152,25 m marad. **1 pont**

Lassulása a tapadási együtthatót felhasználva: $a_{fékezési}$ = 6 m/s^2, előjelét az út számolása során figyelembe vesszük:

$$s_{fékezési} = v_{max}t_{fékezési} - \frac{1}{2}a_{fékezési}\left(t_{fékezési}\right)^2 = v_{max}\frac{v_{max}-v_{min}}{a_{fékezési}} - \frac{\left(v_{max}-v_{min}\right)^2}{2a_{fékezési}} = \frac{v_{max}^2 - v_{min}^2}{2a_{fékezési}}$$

3 pont

Átrendezve:

$$v_{min} = \sqrt{v_{max}^2 - 2a_{fékezési}s_{fékezési}} = \sqrt{\left(47{,}75\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2\cdot 6\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 152{,}25\text{ m}} = 21{,}3\frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{76{,}6\frac{\text{km}}{\text{h}}}$$

2 pont

Azaz a táblához érve sebessége meghaladja a 60 km/h + 15 km/h értéket, így büntetésre számíthat.

3. feladat:

Adatok: l = 0,75 m, M =1 kg, K < 14,72 N (hogy ne szakadjon el), m = 0,25 kg, v = 10 m/s

Az agyagtömb és a kavics rugalmatlanul ütközik (feltételezzük, hogy a kavics beleragad), azt is feltételezzük, hogy az ütközés nagyon rövid idő alatt megtörténik:
A közös vízszintes sebességüket az impulzus megmaradás tételéből számíthatjuk ki:

$$mv = (m+M)u \quad \rightarrow \quad u = \frac{mv}{m+M} = \underline{2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}.$$ **10 pont**

Ha elég erős a kötél, akkor ezzel a sebességgel a kötél hosszának megfelelő körpályán kezdenek mozogni. Kb. 20 cm-et emelkednének, ott megállnak, és vissza… ingamozgás jönne létre. Ha itt megrekedne: ***(2 pont)***

De a kötél gyenge, mit is jelenthet ez? Hát el is szakadhat!
Az agyagtömb és a kavics együttese körpályán mozogna, ehhez a kör középpontjába mutató eredő erő az ütközés utáni pillanatban függőlegesen felfele mutat, körmozgás feltételéből:

$$K - mg = m\frac{v^2}{l}$$

8 pont

$$K = mg + m\frac{v^2}{l} = 18{,}9 \text{ N} > 14{,}72 \text{ N}.$$

<u>Azaz elszakad a kötél!</u> ***2 pont***

4./A feladat:

Adatok: Fg= 1960 N, t = 2 s, F = 100 N

$$\Delta I = F\Delta t \quad \text{és } \Delta I = m\Delta v$$

Az impulzus tétel szerint: $\Delta v = \dfrac{F\Delta t}{m} = v - 0 \text{ m/s} = v$

Földi körülmények között: $Fg = mg \qquad m = \dfrac{Fg}{g} = 200\ kg$.

A rakéta működése után az asztronauta sebessége: $v = \Delta v = \dfrac{100\text{N}\cdot 2\text{s}}{200\text{kg}} = \underline{\underline{1\text{ m/s}}}$. ***6 pont***

A rakétából kiáramló anyag fejti ki a tolóerőt, amely meg tudja változtatni a rendszer mozgási energiáját. ***1 pont***

<u>4/A-ra a helyes válasz: b)</u> ***3 pont***

4./B feladat:

<u>A helyes válasz a III),</u> a rezgő szék rezgésideje függ a benne ülő ember tömegtől. A mérés pontosságát fokozza, hogy egy periodikusan ismétlődő mozgásnál több periódus idejét mérhetjük egy indítással és egy megállítással, megszámolva a rezgések számát, mely adatokból egyetlen periódusidő nagy pontossággal meghatározható. ***5 pont***
Az I) helytelen, a súlytalanság körülményei között a mérlegre nem lehet úgymond ráállni, a fürdőszoba mérleg súlyt mér, nem tömeget. ***1 pont***
A II)-ben bizonytalan, hogy az elrugaszkodás után mekkora sebességre tesz szert az ember. És az időmérés is nagyon pontatlan. ***1 pont***
A IV) elbírálásához becsüljük meg, hogy ha a testtömeg lecsökken 5%-kal, akkor mennyivel változik meg a mérendő idő:
(Pontosabb a becslés, ha nem a teljes felszerelésben történik a mérés.)
Legyen 80 kg a testtömeg, akkor a sebesség 2,5 m/s, ezzel 2 m-t 0,8 s alatt tesz meg. Ha 4 kg-ot veszít a testtömegéből, akkor a fenti eredményekből: 2,63 m/s, 0,76 s lesz. A stopper elindítása és megállításakor elkövetett hiba 0,1 s körüli. Nem túlzás azt gondolni, hogy a mérés pontatlansága miatt nem lehet meghatározni 0,04 s időváltozást. ***3 pont***
Megjegyzés: a versenyzők mérési tapasztalata valószínűleg nem elegendő ez utóbbi kérdésben leírtak felismerésére. Azt javasoljuk, hogy ha a IV)-et jelöli meg valaki helyes válasznak, akkor is adjuk meg a 3 pontot a IV)-re.

10. évfolyam

1. feladat:

Adatok: $T_{víz}$ = 15 °C, $T_{jég}$ = –15 °C.
A víz fajhője: $c_{víz}$ = 4,2 kJ/(kg·°C).
A jég fajhője: $c_{jég}$ = 2,1 kJ/(kg·°C).
A víz olvadáshője: L_0 = 333,7 kJ/kg.

Legyen a tömegarány: $\alpha = \dfrac{m_{jég}}{m_{víz}}$.

1. eset) Nem történik halmazállapot változás, ha a közös hőmérséklet 0 °C, de sem a víz nem kezd el megfagyni, sem a jég nem kezd el olvadni. Az energiamegmaradás törvénye alapján:

$$m_{víz}c_{víz}\Delta T_{víz} = m_{jég}c_{jég}\Delta T_{jég}$$

2 pont

A hőmérsékletváltozások: $\Delta T_{víz} = 15\ ^{\circ}\mathrm{C}$, $\Delta T_{jég} = 15\ ^{\circ}\mathrm{C}$. **1 pont**

Ebből: $$\alpha = \frac{c_{víz}\cdot\Delta T_{víz}}{c_{jég}\cdot\Delta T_{jég}} = \frac{4,2\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^{\circ}\mathrm{C}}\cdot 15\ ^{\circ}\mathrm{C}}{2,1\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^{\circ}\mathrm{C}}\cdot 15\ ^{\circ}\mathrm{C}} = \underline{\underline{2}}.$$ **3 pont**

Azaz nincs halmazállapot-változás, ha a jég tömege a víz tömegének pontosan kétszerese.

1 pont

2. eset) Az összes jég megolvad, és a közös hőmérséklet 0 °C marad:

$$m_{víz}c_{víz}\Delta T_{víz} = m_{jég}c_{jég}\Delta T_{jég} + m_{jég}L_0$$

2 pont

Ebből: $$\alpha = \frac{c_{víz}\cdot\Delta T_{víz}}{c_{jég}\cdot\Delta T_{jég}+L_0} = \frac{4,2\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^{\circ}\mathrm{C}}\cdot 15\ ^{\circ}\mathrm{C}}{2,1\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^{\circ}\mathrm{C}}\cdot 15\ ^{\circ}\mathrm{C}+333,7\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}} \approx \underline{0,17}.$$ **3 pont**

A jég egy része olvad meg és a közös hőmérséklet 0 °C, ha az α tömegarány 0,17 és 2 közé esik. **1 pont**

Az összes jég megolvad és a keverék hőmérséklete 0 °C vagy annál nagyobb lesz, ha az α tömegarány értéke legfeljebb 0,17. **1 pont**

3. eset) Az összes víz megfagy, és a közös hőmérséklet 0 °C:

$$m_{víz}c_{víz}\Delta T_{víz} + m_{víz}L_0 = m_{jég}c_{jég}\Delta T_{jég}$$

2 pont

Ebből: $$\alpha = \frac{c_{víz}\cdot\Delta T_{víz}+L_0}{c_{jég}\cdot\Delta T_{jég}} = \frac{4,2\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^{\circ}\mathrm{C}}\cdot 15\ ^{\circ}\mathrm{C}+333,7\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}}{2,1\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot{}^{\circ}\mathrm{C}}\cdot 15\ ^{\circ}\mathrm{C}} = \underline{12,6}.$$ **3 pont**

Az összes víz megfagy, és a közös hőmérséklet 0 °C, vagy annál kevesebb lesz, ha a jég tömege legalább 12,6-szorosa a víz tömegének. **1 pont**

2. feladat:

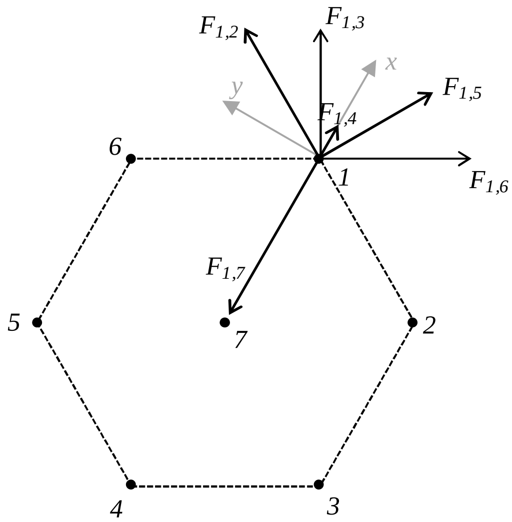
Az egyes töltések akkor lesznek egyensúlyban, ha a rájuk ható erők vektori összege nulla.

1 pont

A szimmetria miatt elegendő egy töltésre ható erőket megvizsgálni.

1 pont

Vegyük fel egy koordináta-rendszert az *1*-es pontban. Az *x* tengely iránya legyen a középpontból (*7*-es pont) az *1*-es pontba húzott sugár irányával megegyező, az *y* tengelyé pedig erre merőleges.



Vegyük sorra az erők nagyságát és irányát!

1-es és *2*-es pont távolsága: *r*, az erő *x* tengellyel bezárt szöge 60°.
Az erő nagysága, valamint az *x* és *y* irányú komponensek nagyságának értéke:

$$F_{1,2} = k\frac{Q^2}{r^2}, \qquad F_{1,2,x} = k\frac{Q^2}{r^2}\cos(60^\circ), \qquad F_{1,2,y} = k\frac{Q^2}{r^2}\sin(60^\circ).$$

2 pont

1-es és *3*-as pont távolsága: $2\cdot\sin(60^\circ)\cdot r = \sqrt{3}\cdot r$, az erő *x* tengellyel bezárt szöge 30°.

$$F_{1,3} = k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}, \qquad F_{1,3,x} = k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}\cos(30^\circ), \qquad F_{1,3,y} = k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}\sin(30^\circ).$$ ***2 pont***

1-es és *4*-es pont távolsága:2*r*, az erő *x* tengellyel bezárt szöge 0°.

$$F_{1,4} = k\frac{Q^2}{\left(2\cdot r\right)^2}, \qquad F_{1,4,x} = k\frac{Q^2}{\left(2\cdot r\right)^2}, \qquad F_{1,4,y} = 0.$$ ***2 pont***

1-es és *5*-ös pont távolsága: $2\cdot\sin(60^\circ)\cdot r = \sqrt{3}\cdot r$, az erő *x* tengellyel bezárt szöge –30°.

$$F_{1,5} = k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}, \qquad F_{1,5,x} = k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}\cos(-30^\circ), \qquad F_{1,5,y} = k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}\sin(-30^\circ).$$ ***2 pont***

1-es és *6*-os pont távolsága: *r*, az erő *x* tengellyel bezárt szöge –60°.

$$F_{1,6} = k\frac{Q^2}{r^2}, \qquad F_{1,6,x} = k\frac{Q^2}{r^2}\cos(-60^\circ), \qquad F_{1,6,y} = k\frac{Q^2}{r^2}\sin(-60^\circ).$$ ***2 pont***

A *7*-es ponban lévő kérdéses töltés nagysága legyen *Q**. Az *1*-es és a 7-os pont távolsága: *r*, az erő *x* tengellyel bezárt szöge 0°.

$$F_{1,7} = k\frac{Q\cdot Q^*}{r^2}, \qquad F_{1,7,x} = k\frac{Q\cdot Q^*}{r^2}, \qquad F_{1,7,y} = 0.$$ ***2 pont***

Az erők *x* irányú vetületeinek összege nullát kell, hogy adjon:

$$\sum_{k=2}^{7} F_{1,k,x} = k\frac{Q^2}{r^2}\cos(60^\circ) + k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}\cos(30^\circ) + k\frac{Q^2}{\left(2\cdot r\right)^2} + k\frac{Q^2}{\left(\sqrt{3}\cdot r\right)^2}\cos(-30^\circ) +$$

$$+k\frac{Q^2}{r^2}\cos(-60^\circ) + k\frac{Q\cdot Q^*}{r^2} = k\frac{Q^2}{r^2}\cdot\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + k\frac{Q\cdot Q^*}{r^2} = 0$$

2 pont

Átrendezve *Q**-ra:

$$Q^* = -\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot Q \approx -1{,}83\cdot Q \approx \underline{-7{,}31\cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}$$ ***1 pont***

*Q** nagyságától függetlenül az erők *y* irányú vetületeinek összege is nullát ad, így az egyensúly feltétele teljesül.

A *Q** töltés elektrosztatikus potenciális energiája a középpontban az egyes töltésekből származó potenciális energiák algebrai összege:

$$E_{7,pot} = 6k\frac{Q\cdot Q^*}{r} = 6\cdot 9\cdot 10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\cdot\frac{4\cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}\cdot(-7{,}31\cdot 10^{-7}\,\mathrm{C})}{0{,}1\ \mathrm{m}} = -0{,}16\ \mathrm{J}$$ ***2 pont***

Végtelen távolban a potenciális energia nulla, így a töltés eltávolításával végzett munka:

$$W = E_{\infty,pot} - E_{7,pot} = 0\ \mathrm{J} - (-0{,}16\ \mathrm{J})\ = \underline{0{,}16\ \mathrm{J}}$$ ***1 pont***

3. feladat:

Adatok: a gáz állapothatározói kezdetben: p_1, V_1, T_1, a másik edényben: $p_2=0$, $V_2=V_1$
Kezdetben a másik tartályban lévő vákuum miatt nincs munkavégzés, nincs olyan gáz, amelyet a folyamat során a kezdeti gáz összenyomna. A tartály hő szigetelése miatt hőcsere sem történt a gáz és környezete között (az edény hőfelvételét elhanyagoljuk).
Az I. főtétel szerint:

$\Delta E = Q + W = 0$. ***10 pont***

A belső energia: $E_1 = \frac{f}{2}NkT_1 = \frac{f}{2}p_1V_1$. ***2+2 pont***

A belső energia állandósága miatt: $\underline{T_1 = T_{közös}}$ ***2 pont***

A végállapotban a térfogat: $\underline{V_{közös} = 2\cdot V_1}$ ***2 pont***

Továbbá: $p_1\cdot V_1 = p\cdot\left(V_1+V_2\right) = p_{közös}\cdot 2V_1 \quad\rightarrow\quad \underline{p_{közös} = \frac{p_1}{2}}$ ***2 pont***

4./A feladat:

Adatok: m =120 kg, v = 18 km/h = 5 m/s
A kezdeti mozgási energia a fékezés során hővé alakul. Ha a kerekek tisztán gördülnek, akkor az összes energiát a fékek emésztik fel:

$Q = \frac{1}{2}mv^2 = \underline{1500\ \mathrm{J}}$. ***8 pont***

<u>A helyes válasz: c)</u> ***2 pont***

4./B feladat:

Adatok: $v_{\max}$= 20 m/s, h = 40 m, H = 120 m, g =10 m/s^2
Érdemes meghatározni, hogy elindulva, tekerés nélkül mekkora magasságcsökkenés után lesz a sebesség, a megengedett maximális: $mgh_0 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \rightarrow \quad h_0 = \underline{20\text{ m}}$ ***1 pont***

A völgynek induló pálya:
I. szakasz: 20 m-es szintcsökkenés után, szabadon futó kerékkel eléri a maximális sebességet, majd egyenletes fékezéssel, állandó sebességet tartva éri el a lejtő alját

$W_I = 0,\ Q_I = mgh - \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 24\text{ kJ}$

II. szakasz: Emelkedés a 120 m magasságba: minimális akkor lesz a munka, ha ezen a szakaszon nem fékez, és éppen 0 m/s sebességgel érkezik fel a tetőre: ekkor a végzett munkája: $W_{II} = mgH - \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \left(mg\left(H - 20\text{ m}\right)\right) = 120\text{ kJ},\quad Q_{II} = 0$

III. szakasz: Leereszkedés a kezdeti pontba:
Az első 20 m magasságkülönbségen, szabadon gyorsulhat, ekkor eléri a 20 m/s-os maximális sebességet, majd egyenletesen fékezve megérkezik a maximális 20 m/s-os eközben állandó sebességével. Ennél többet is fékezhet.

$W_{III} = 0,\quad mg\left(H - h\right) = Q_{III,\min} + \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \rightarrow \quad Q_{III,\min} = 72\text{ kJ}$ ***2 pont***

A szükséges összes munka: 120 kJ.

A dombtetőre induló pálya:
A) Mindvégig tekernie kell, célszerű 0 m/s-mal felérnie a tetőre. Ekkor a végzett minimális munka: $W_A = mg(H-h) = \underline{96\text{ kJ}},\quad Q_C = 0$

B) A tetőtől a völgy aljába kell leereszkedni: itt célszerű a völgy aljában a megengedett legnagyobb sebességgel megérkezni, eközben elég sokat kell fékeznie, Q_B hő fejlődik:

$mgH = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + Q \quad \rightarrow \quad Q_B = 120\text{ kJ},\qquad W_B = 0$

C) A kezdeti helyszínre felemelkedni: a munka csökkentése érdekében 0 m/s-mal kell felérni:

$W_C + \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = mgh \quad \rightarrow \quad W_C = 24\text{ kJ},\quad Q_C = 0$ ***2 pont***

Mindkét irányban a minimális izommunka azonos:
$W_{II} = W_A + W_C = 120\text{ kJ}$ Az I. és a IV. első állítása igaz és II. állítása helytelen.
Az emelkedőről leereszkedve fékezni kell, mert nem haladhatjuk meg a max. sebességet, ezért a III. állítás is hibás. ***1 pont***
A völgyből a célba minimális munkavégzésnél 0 m/s sebességgel érkezünk meg, azért a IV. állítás második része hamis, így az állítás hamis. ***1 pont***
Az I. állítás, mely szerint a dombról nagyobb sebességgel is megérkezhetünk a kiindulópontra igaz.
<u>Ezért a teljes I. állítás helyes!</u> ***3 pont***
Ha a teljes indoklás hiányzik, akkor maximum (2 pont)

11. osztály:

FELADATOK:

1. Egy 30°-os hajlásszögű lejtőn, a lejtő síkjában, egy 5 kg tömegű, pontszerűnek tekinthető test körpályán mozog. A testet a körpályán a pálya középpontjában rögzített 2 m hosszú zsineg tartja. A körpálya legfelső (*A*) pontján a zsineget 200 N erő feszíti.
a) Mekkora a test sebessége az *A* pontban?
b) Az *AB* íven a pálya legalsó (*B*) pontjáig haladva a súrlódási munka –95 J. Mekkora erő feszíti a zsineget a *B* pontban?
c) Mekkora a súrlódási együttható?
d) Mekkora a test sebessége a *C* pontban (a negyedkörnél)?

Megoldás:
α=30°; R=2 m ; m=5 kg; F_A=200 N; W_S= –95 J.

a)
A testet az *A* pontban az F_A kötélerő és a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense tartja a körpályán: $F_A + m \cdot g \cdot \sin\alpha = m \cdot \frac{v_A^2}{R}$ 2 pont

Innen v_A-t kifejezve: $v_A = \sqrt{R \cdot \frac{F_A}{m} + g \cdot \sin\alpha} = \sqrt{2 \cdot \frac{200}{5} + 10 \cdot sin30°} = \sqrt{90}\frac{m}{s}$=9,48 m/s

2 pont

b)
A munka tétel alapján: $\frac{1}{2}m \cdot {v_B}^2 - \frac{1}{2}m \cdot {v_A}^2 = m \cdot g \cdot h + W_S$ ahol az *A* és *B* pont közti magasság különbség: $h = 2R \cdot \sin\alpha$ (behelyettesítve a 30°-ot h=R adódik).

Így $v_B = \sqrt{v_A^2 + 4Rg\sin\alpha + 2\frac{W_S}{m}} = \sqrt{90 + 4 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{95}{5}} = \sqrt{92}\frac{m}{s}$=9,59 m/s 3 pont

A *B* pontban a testet az F_B kötélerő és a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponensének különbsége tartja körpályán: $F_B - m \cdot g \cdot \sin\alpha = m \cdot \frac{v_B^2}{R}$.

Innen $F_B = m \cdot g \cdot \sin\alpha + m \cdot \frac{v_B^2}{R} = 5 \cdot 10 \cdot 0.5 + 5 \cdot \frac{92}{2}$=255 N 2 pont

c)
A súrlódási erő *AB* íven vett munkájából a súrlódási együttható kiszámítható:
Az elmozdulás a félkörív hosszával egyezik meg: $s = R \cdot \pi$.
A súrlódási erő nagysága pedig $F_S = \mu \cdot m \cdot g$.
Így a súrlódási erő munkája: $W_S = -F_S \cdot s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot R \cdot \pi$
Ahonnan $\mu = \frac{-W_S}{m \cdot g \cdot R \cdot \pi} = \frac{95}{5 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \pi}$=0,35 3 pont

d)
A *C* pont megadása nem egyértelmű, ugyanis nem tudjuk, hogy melyik irányba indul el a test az *A* pontból. Két eset képzelhető el.
A test az *A* ponttól egy negyedkört (1. eset) vagy háromnegyed kört (2. eset) tesz meg a *C* pontig.
Az 1. esetben a súrlódási erő munkája $W_{S(1)} = \frac{1}{2} \cdot W_S$, míg a 2. esetben $W_{S(2)} = \frac{3}{2} \cdot W_S$. 4 pont
Ismét a munka tételt használva: $\frac{1}{2}m \cdot {v_C}^2 - \frac{1}{2}m \cdot {v_A}^2 = m \cdot g \cdot h + W_{S(1,2)}$ ahol az A és C pont közti magasság különbség: $h = R \cdot \sin\alpha$ (behelyettesítve a 30°-ot h=$R/2$ adódik).

Így $v_C = \sqrt{v_A^2 + 2Rg\sin\alpha + 2\frac{W_{S(1,2)}}{m}}$

1. esetben : $v_{C(1)} = \sqrt{90 + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{95}{2 \cdot 5}} = \sqrt{91}\,\frac{m}{s}$ =9,54 m/s 2 pont

2. esetben : $v_{C(2)} = \sqrt{90 + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{3 \cdot 95}{2 \cdot 5}} = \sqrt{53}\,\frac{m}{s}$ = 2,27 m/s 2 pont

2. Egy edény térfogata 0°C-on pontosan 1000 cm^3. Ezen a hőmérsékleten az edényt higannyal töltjük tele, majd egy nagyobb tálba állítjuk, és az egész rendszert melegíteni kezdjük. 100°C-on a tálban már 15,2 cm^3 kiömlött higany van. A higany térfogati hőtágulási együtthatója $182 \cdot 10^{-6}$ 1/°C. Határozzuk meg az edény anyagának lineáris hőtágulási együtthatóját!

Megoldás:
t_0=0°C-on: V_0=1000 cm^3; t=100°C-on: ΔV=15,2 cm^3; $\beta_{Hg}=182 \cdot 10^{-6}$ 1/°C
A kifolyt higany térfogata adott hőmérsékleten:
$\Delta V = V_{Hg}(t) - V_e(t)$ 5 pont
A higany és az edény térfogatának hőmérsékletfügése:
$V_{Hg}(t) = V_0 \cdot (1 + \beta_{Hg} \cdot \Delta t)$
$V_e(t) = V_0 \cdot (1 + \beta_e \cdot \Delta t)$ 5 pont
Ahonnan a kifolyt higany mennyiségére
$\Delta V = V_0 \cdot (1 + \beta_{Hg} \cdot \Delta t) - V_0 \cdot (1 + \beta_e \cdot \Delta t) = V_0 \cdot (\beta_{Hg} - \beta_e) \cdot \Delta t$ adódik. 8 pont
Ebből β_e-t kifejezve:
$\beta_e = \beta_{Hg} - \frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta t} = 1{,}82 \cdot 10^{-4}\,\frac{1}{°C} - \frac{15{,}2}{1000 \cdot 100°C} = 3 \cdot 10^{-5}\,\frac{1}{°C}$
Tudjuk, hogy a térfogati hőtágulási együttható 3 szorosa a lineárisnak, így
$\alpha_e = \beta_e/3$ = 10^{-5} 1/°C 2 pont

3. Egy 3,5 μF -os kondenzátor energiája ismeretlen feszültségre kapcsolva $7 \cdot 10^{-2}$ J.
a) Milyen kapacitású kondenzátort kell hozzákapcsolni és hogyan, ha azt akarjuk, hogy változatlan feszültségre kapcsolva a két kondenzátorból álló rendszer energiája $4{,}26 \cdot 10^{-2}$ J legyen?
b) Most oldjuk meg a feladatot úgy, hogy előbb eltávolítjuk az eredeti kondenzátort feltöltő feszültségforrást? Ugyanekkora energiaváltozás eléréséhez milyen kapacitású kondenzátort kell hozzákapcsolni és hogyan?

Megoldás:
C_0=3,5 μF; $E_0=7 \cdot 10^{-2}$ J; $E=4{,}26 \cdot 10^{-2}$ J.
a)
A kondenzátor kapacitása: $C = \frac{Q}{U}$ ahonnan $Q = C \cdot U$
Így a kondenzátor energiája a feszültséggel és a kapacitással kifejezve: $E = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$
Tehát állandó feszültség mellett az energia egyenesen arányos a kondenzátor kapacitásával, így
$$\frac{E_0}{E} = \frac{C_0}{C}$$
Azaz olyan kapcsolást kell találnunk ahol az összkapacitás csökken a kezdeti C_0-hoz képest.

Az eredő kapacitás:
(1) soros kapcsolás esetén: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} \to C = \frac{C_0 \cdot C_1}{C_0 + C_1} < C_0$
(2) párhuzamos kapcsolás esetén: $C = C_0 + C_1 > C_0$

Tehát az ismeretlen kondenzátort sorosan kell kapcsolni. 4 pont
Ekkor az energiák aránya: $\frac{E_0}{E} = C_0 \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1}$. Ebből átrendezéssel: $C_1 = \frac{C_0}{(E_0/E) - 1}$ = 5,44 μF. 6 pont

b)
A kondenzátor kapacitása: $C = \frac{Q}{U}$, ahonnan $U = \frac{Q}{C}$.
Így a kondenzátor energiája a töltéssel és a kapacitással kifejezve: $E = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$
Tehát állandó feszültség mellett az energia fordítottan arányos a kondenzátor kapacitásával, így
$$\frac{E_0}{E} = \frac{C}{C_0}$$
Azaz olyan kapcsolást kell találnunk ahol az összkapacitás nő a kezdeti C_0-hoz képest.
Az eredő kapacitásokat már az a) pontban megvizsgáltuk és onnan látszik, hogy párhuzamosan kell kapcsolni az ismeretlen kondenzátort. 4 pont
Így az energiák aránya: $\frac{E_0}{E} = \frac{C_0 + C_1}{C_0}$, ahonnan
$C_1 = C_0 \cdot \frac{E_0}{E} - 1$ = 2,25 μF. 6 pont

TESZT:

Egy diák teniszlabdával végez hajítási kísérleteket. Szeretné megállapítani, hogy milyen összefüggés van a hajítás távolsága és a labda kezdősebessége között. A "hajítás távolsága" a labda kiindulási helye és a földet érés helye közötti távolság, feltételezve, hogy ugyanolyan magasságban ér földet, mint ahonnan elhajították.
A diák mindegyik mérés során ugyanazt a labdát használja, és ugyanolyan szögben hajítja el.
A mérési eredményeket az *1. Táblázat* tartalmazza.

1. TÁBLÁZAT

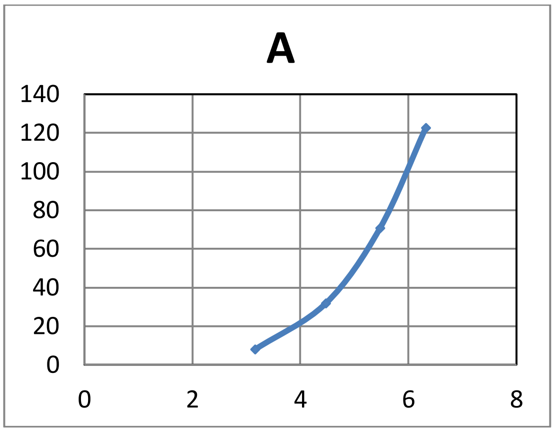
Mérés	Kezdő sebesség (m/s)	Hajítás távolsága (m)
1.	10	8,0
2.	20	31,8
3.	30	70,7
4.	40	122,5

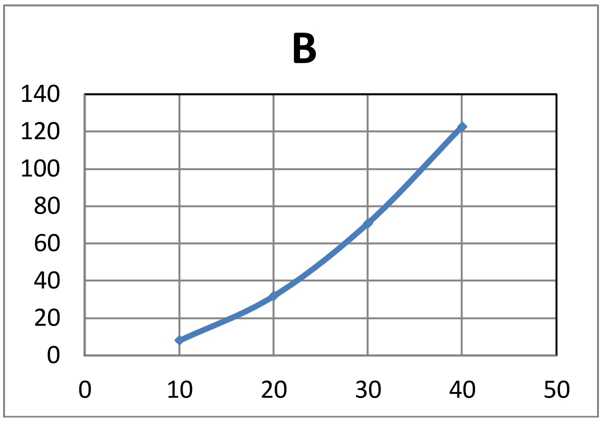
Ezekre az adatokra támaszkodva a diák feltételezi, hogy a R távolság a v_0 kiindulási sebességtől az alábbi formula szerint függ: $R = C \cdot v_0^n$, ahol C és n egy-egy állandó.

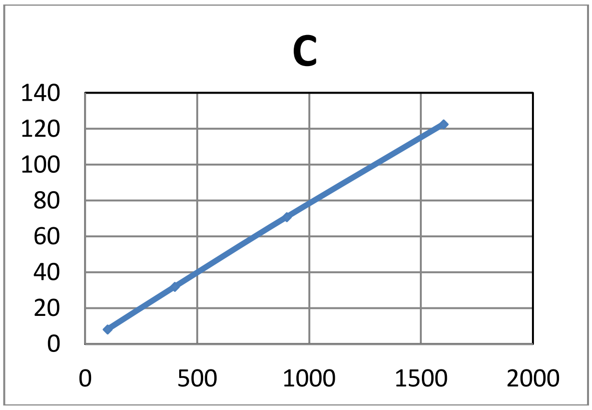
1. A fenti adatokat alapul véve a legjobb tipp az n értékére
C: 2 4 pont

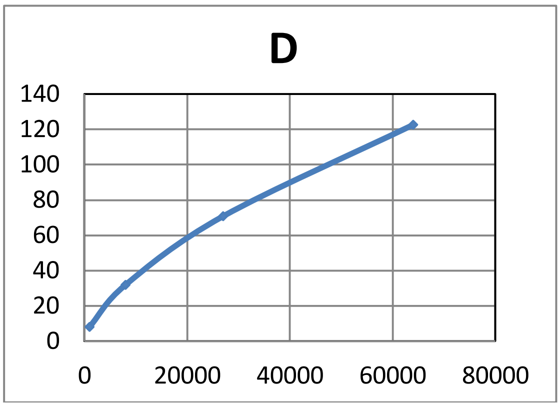
Az n = 2 eset jól egyezik az adatokkal. Ha n egyenlő 2-vel, akkor v_0-t megduplázva az R-nek négyszeresére kell nőnie. Így az 1. mérés után a 2. mérésnél R -nek 8 m-ről 32 m-re kell nőnie. Jó a közelítés, hisz éppen ez történik. Hasonlóan amikor v_0 megháromszorozódik (1. és 3. mérés között), akkor a távolságnak 8 m-ről 9-szeresére, azaz 72 m-re kell nőnie. Ismét a mért adat jól egyezik a jósolttal. A többi adat is "passzol" .

Másik megoldás:
A mért adatokból úgy lehet megjósolni a helyes összefüggést, hogy rendre ábrázoljuk az $R(\sqrt{v_0})$, az $R(v_0)$, az $R(v_0^2)$ és az $R(v_0^3)$ grafikonokat. Az a jó válasz, ahol a grafikon egyenes, azaz a C válasz a helyes.









2. A diák úgy gondolja, hogy a *C* konstans az alábbiaktól függhet:
I. A hajítás szögétől. II. A labda tömegétől. III. A labda átmérőjétől.
Ha a légellenállást elhanyagoljuk, akkor *C* valójában a következőktől függ

A: Csak I 4 pont

Mivel a légellenállást elhanyagoljuk, az elhajított test mozgása *csak* a kezdősebesség nagyságától, a hajítás szögétől, és a nehézségi gyorsulástól függ. Ha légellenállás is lenne, akkor egy nagyobb labda kisebb távolságra jutna el, ha a többi jellemző nem változik. De a légellenállást elhanyagoltuk. A tömeg pedig nem befolyásolja a mozgást.

3. A diák elvégez még egy kísérletet, amikor is a labdát 5,0 m/s kezdősebességgel hajítja el. A hajítás távolsága ekkor körülbelül:

B: 2 méter 4 pont

Hasonlítsuk ezt az új mérést az 1. méréshez. A kezdeti sebesség v_0 felére csökkent az 1. méréshez képest. Így az *R*-nek $(1/2)^2 = 1/4$ szeresére kell változnia. Ha v_0-t felezzük, akkor *R* negyedelődik.

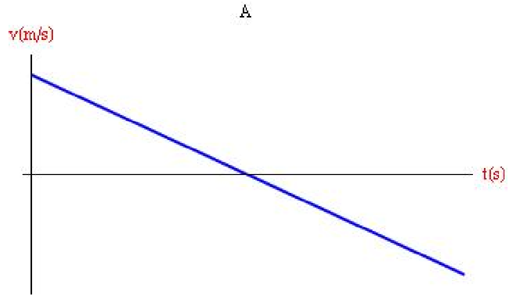
4. Jelölje θ a labda kezdősebességének a vízszintessel bezárt szögét. Hanyagoljuk el a légellenállást. Mekkora a labda sebessége pályájának legmagasabb pontján?

C: $v_0 \cdot \cos\theta$ 4 pont

A pálya legmagasabb pontján csak a *függőleges* irányú sebességkomponens válik nullává.
A vízszintes irányú sebességkomponens nagysága a mozgás során nem változik. Hiszen a gravitáció, csak a függőleges sebességkomponenst befolyásolja. Tehát a pálya csúcspontján a sebesség megegyezik a kezdősebesség vízszintes komponensével. A kezdősebesség vízszintes komponense pedig $v_0 \cdot \cos\theta$.

5. Az adott kísérletben az alábbi grafikonok közül melyik mutatja helyesen a labda függőleges sebességkomponensét az idő függvényében? (Feltételezve, hogy a felfelé irány a pozitív)

A: 4 pont



Ahogy a labda emelkedik a függőleges sebességkomponense csökken, amíg a pálya csúcspontján nulla nem lesz. Mivel a gravitáció állandó gyorsulást okoz, így egyenletesen (lineárisan) csökken. Tehát a D és C grafikon nyilván nem jó. Hisz ott nő a sebesség (D lehetne a hajítás magasság-idő grafikonja.)

A csúcsponton, a labda "megfordul" és elkezd lefelé esni. Először lassan, majd egyre nagyobb és nagyobb sebességgel. A lefelé eső labda sebességvektora lefelé, a *negatív irányba* mutat.(a felfelé irányt vettük pozitívnak) Így a csúcs elérése után a függőleges sebességkomponens "a negatív irányba kezd ismételten növekedni".

Az indoklás nélküli helyes teszt válaszok 1-1 pontot érnek.

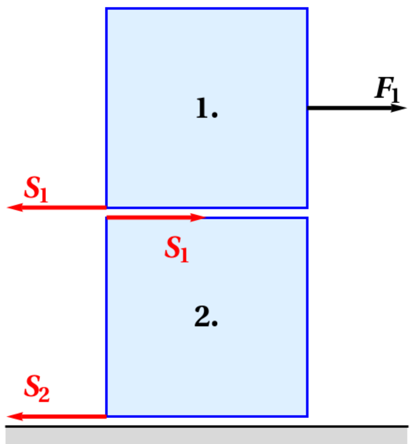
12. osztály:

FELADATOK:

1. Kocka vízszintes felületen nyugszik. Rá van téve egy pontosan ugyanolyan másik kocka. Minden súrlódó felületnél azonos a tapadási súrlódási együttható. A felső kockát vízszintes, növekvő erővel lassan húzni kezdjük. Amikor az erő nagysága 4,7 N, a felső kocka megmozdul. Az erőt megszüntetve, visszaáll az eredeti állapot (a kockák egymáson nyugszanak).
a) Mekkora vízszintes erővel kellene húzni az alsó kockát, hogy elkezdjen kicsúszni a felső kocka alól?
b) A felső kockát 5,0 N állandó erővel vízszintesen húzzuk. Ha a kockák élhossza 12 cm, tömegük egyenként 2 kg, mennyi idő múlva esik le a felső kocka az alsóról?
Tegyük fel, hogy a tapadási és a csúszási súrlódási együtthatók megegyeznek.
c) Ismételjük meg a kísérletet az egymásra tett kockákkal, úgy hogy most az alsó kockát húzzuk állandó vízszintes erővel. Mekkora erőt kell alkalmazni, ha azt szeretnénk, hogy a kockák ugyanannyi idő múlva váljanak el, mint a b) kérdésben?

Megoldás:
F_1=4,7 N; F_1*=5,0 N; d=12 cm; m=2 kg; $\mu=\mu_0$.

a)
A felső kockára (1.) ható függőleges irányú erőkre: $N_1=m\cdot g$
Az alsó kockára (2.) ható függőleges irányú erőkre:
$N_2=N_1+m\cdot g$, azaz $N_2=2\cdot m\cdot g$.



Először vizsgáljuk azt az esetet amikor a felső kockát húzzuk és az éppen megmozdulna.

A felső kockára (1.) ható vízszintes irányú erőkre: $S_1=F_1$

Az alsó kockára (2.) ható vízszintes irányú erőkre: $S_1=S_2$

A határ helyzetben $S_1=\mu_0\cdot N_1=\mu_0\cdot m\cdot g$
Ahonnan $\mu_0\cdot m\cdot g=F_1$=4,7 N. 2 pont

Ha most az alsó kocka húzását vizsgáljuk, akkor abban az esetben amikor a kocka éppen megmozdulna:

A felső kockára (1.) hat vízszintesen az S_1 erő
Az alsó kockára (2.) ható vízszintes irányú erőkre: $F_2=S_2+S_1$ 2 pont

Tudjuk, hogy $S_1\leq \mu_0\cdot N_1=\mu_0\cdot m\cdot g$ és $S_2\leq\mu_0\cdot N_2=2\,\mu_0\cdot m\cdot g$
Az éppen megmozdulás határ helyzetében tehát
$F_2=\mu_0\cdot m\cdot g+2\,\mu_0\cdot m\cdot g=3\,\mu_0\cdot m\cdot g=3\cdot 4{,}7$ N=14,1 N. 2 pont

Látszik, hogy ha ennél nagyobb erőt alkalmazunk, akkor mind a két kocka elkezd csúszni.

b)
Ha a felső kockát 5 N erővel húzzuk, akkor a felső kockára (1.) ható vízszintes irányú erőkre:
$F_1^*-S_1=m\cdot a_1$ ahol $S_1=\mu_0\cdot m\cdot g$ most a csúszási súrlódási erő.
Az alsó kockára (2.) ható vízszintes irányú erőkre: $S_1=S_2<2\,\mu_0\cdot m\cdot g$. Így az alsó kocka nyugalomban marad.

A felső kocka gyorsulása: $a_1 = \frac{F_1-\mu_0 \cdot m \cdot g}{m} = \frac{5-4{,}7}{2} = 0{,}15\frac{m}{s^2}$ 4 pont

$d = \frac{a_1}{2} \cdot t^2$, ahonnan $t = \sqrt{\frac{d \cdot 2}{a_1}} = \sqrt{\frac{0{,}12 \cdot 2}{0{,}15}} = \sqrt{1{,}6}$ = 1,26 s. 2 pont

c)
Mint azt már az a) résznél megjegyeztük, ha 3 $\mu_0 \cdot m \cdot g$-nél nagyobb erővel húzzuk az alsó kockát akkor mind a kettő kocka megcsúszik.
A felső kockára (1.) ekkor vízszintes irányban teljesül, hogy: $S_1 = m \cdot a_1$ ahol $S_1 = \mu_0 \cdot m \cdot g$. 2 pont
Az alsó kockára (2.) ható vízszintes irányú erőkre pedig :
$F_2 - (S_2 + S_1) = m \cdot a_2$ ahol $S_2 = 2\,\mu_0 \cdot m \cdot g$ most a csúszási súrlódási erő. 2 pont
Így a két kocka egymáshoz képest $a_2 - a_1 = \frac{F_2-(S_1+S_2)}{m} - \frac{S_1}{m} = \frac{F_2 - 4\mu_0 \cdot m \cdot g}{m}$ gyorsulással mozog.
$d = \frac{a_2 - a_1}{2} \cdot t^2$ alapján: $2\frac{d}{t^2} = \frac{F_2 - 4\mu_0 \cdot m \cdot g}{m}$. 2 pont
Ahonnan $F_2 = 2d\frac{m}{t^2} + 4\mu_0 \cdot m \cdot g = \frac{2 \cdot 0{,}12 \cdot 2}{1{,}6} + 4 \cdot 4{,}7$ = 19,1 N. 2 pont

2. 1500 mm belső sugarú alumínium gömb falvastagsága 5 mm. Szigetelő állványon áll és belső levegője szellőzik. Középpontjában egy pontszerűnek tekinthető P-32-es, 50 mCi aktivitású, β - sugárzó izotópot helyezünk. A P-32-es izotóp felezési ideje 14 nap.
a) Mekkora feszültsége lesz a gömbnek az izotóp behelyezése után 30 perccel, ha kapacitása 0,167 nF? A P-32 izotópból kilépő β - sugárzás felezési távolsága levegőben 50 cm; maximális hatótávolsága alumíniumban 2,94 mm.
b) Becsüljük meg a behelyezett radioaktív izotóp tömegét!

Megoldás:
r=1500 mm; d=5 mm; A=5 mCi=$5 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq; Δt=30 min=1800 s; C= 0,167 nF; $L_{1/2}$=50 cm; d_{max}=2,94 mm; e=$1{,}67 \cdot 10^{-19}$ C; $T_{1/2}$=14 nap.

a) Az aktivitást a vizsgált időtartam során állandónak tekinthetjük, hiszen a P-32-es izotóp felezési ideje jóval nagyobb, mint a vizsgált időtartam ($T_{1/2} >> \Delta t$). 1 pont
Az aktivitás ismeretében ki tudjuk számítani, hogy mennyi részecske bomlott el Δt idő alatt:

$\Delta N = A \cdot \Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}7 \cdot 10^{10} \cdot 1800 = 3{,}33 \cdot 10^{12}$ 3 pont

A β - sugárzás elektronokat jelent, így a föntiek értelmében ΔN darab elektron indult meg az alumínium gömb felszíne felé. 1 pont
A felezési távolság ismeretében ki tudjuk számítani, hogy mennyi elektron éri el az alumíniumgömb felszínét:

$N_{Al} = \Delta N \cdot 2^{-3} = 4{,}1625 \cdot 10^{11}$ 3 pont

Mivel a sugárzás maximális hatótávolsága alumíniumban kisebb mint az alumíniumgömb vastagsága ($d_{max} < d$), így az összes a felületet elérő elektron el is nyelődik. 1 pont
Tehát ezek az elektronok jelentkeznek a kondenzátoron töltésként.
$C = \frac{Q}{U}$ alapján $U = \frac{Q}{C} = \frac{e \cdot N_{Al}}{C} = 399{,}35V \approx$ 400 V. 5 pont

b) A radioaktív bomlástörvényből tudjuk, hogy $-\frac{\Delta N}{\Delta t} = A(t) = \frac{\log 2}{T_{1/2}} \cdot N(t)$
Mint már korábban hivatkoztunk rá az izotóp felezési ideje jóval nagyobb mint a vizsgált időtartam ($T_{1/2} >> \Delta t$). Így az aktivitás és az izotóp részecskéinek száma jó közelítéssel állandónak tekinthető a vizsgált időtartam alatt. $A(t) \approx A_0$ és $N(t) \approx N_0$. A fenti összefüggésből a részecskeszámra
$N_0 = A_0 \cdot \frac{T_{1/2}}{\log 2} = 3{,}23 \cdot 10^{15}$ 3 pont
A P-32 izotóp 32 nukleonból áll (15 proton és 17 neutron), így moláris tömege $M = 32\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$

$m = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} = 3{,}23 \cdot 10^{15} \cdot \frac{32\cdot10^{-3}}{6\cdot10^{23}} = \underline{\underline{1{,}72 \cdot 10^{-10}\ \text{kg}}}$. 3 pont

3. Az ábrán látható módon 20 cm sugarú félkör alakúra hajlított vezetékdarabot állandó frekvenciával forgatjuk homogén mágneses térben. A mágneses indukció nagysága 0,75 T, iránya merőleges a papír síkjára.
Mekkora frekvenciával kell forgatni a vezetéket, ha azt szeretnénk hogy a 9,6 Ω ellenállású 2 W teljesítményű lámpa teljes fénnyel világítson?

Megoldás:
r=20 cm; B=0,75 T; R=9,6 Ω; P=2 W.
a) Ha egy L hosszúságú vezetékdarabot ω szögsebességgel forgatunk mágneses mezőben, akkor az indukált feszültség $U_i = B\,L\,v_\perp = B\,L\,v \sin \omega t$ alakban írható, ahol a mágneses indukció iránya és a vezetékdarab merőleges egymásra.
Bontsuk föl a félkört kicsiny dx, a B-re merőleges darabokra. A dx vezetékdarab távolsága a forgástengelytől legyen x, így a sebessége ωx. Egy ilyen darabkától származó indukált feszültség az előzőek szerint $dU_i = B\,dx\,\omega\,x \sin \omega t$. A teljes félkör által generált indukált feszültség
$U_i = \sum B\,dx\,\omega\,x \sin \omega t = (B\,\omega \sin \omega t\,)\cdot\sum dx\,x$.

A szumma éppen a félkör területét adja, ha a dx felosztás igen kicsi, azaz $\sum dx\,x = \frac{r^2\pi}{2}$.

Tehát az indukált feszültség az idő függvényében

$U(t) = B\,\frac{r^2\pi}{2}\,2\pi\nu \sin(2\pi\nu t) = (Br^2\pi^2\nu)\cdot\sin(2\pi\nu t)$

Azaz a forgatás frekvenciájával megegyező frekvenciájú szinuszos váltakozó feszültség indukálódik, melynek amplitúdója $U_0 = Br^2\pi^2\nu$. 12 pont

Másik megoldás: A Faraday-féle indukciós törvény értelmében az indukált feszültség: $U_i = -\frac{d\Phi}{dt}$
Ahhoz, hogy megadjuk a feszültség időbeli változását szükségünk van a mágneses fluxus időbeli változására. A fluxus definíció szerint: $\Phi = B \cdot A_\perp = B \cdot A \cdot \cos\phi$ ahol A a felület nagysága, $\cos\varphi$ pedig a felület mágneses indukcióvonalakkal bezárt szöge. A feladatban egy félkör felület $A = \frac{r^2\pi}{2}$ forog egyenletesen. Azaz a szög $\phi(t) = \omega \cdot t = 2\pi\nu \cdot t$-módon változik.
Így $\Phi(t) = \Phi_0 + \frac{Br^2\pi}{2}\cos(2\pi\nu t)$, amelynek negatív időderiváltja:
$-\frac{d\Phi}{dt} = Br^2\pi^2\nu \cdot \sin(2\pi\nu t)$
Tehát az indukált feszültség az idő függvényében: $U(t) = (Br^2\pi^2\nu)\cdot\sin(2\pi\nu t)$

b) Váltakozó feszültségre kapcsolt fogyasztó teljesítménye $P = U_{eff}\cdot I_{eff} = \frac{U_{eff}^2}{R}$módon számolható.
A feszültség effektív értéke szinuszos váltóáram esetén $U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{Br^2\pi^2\nu}{\sqrt{2}}$. 2 pont

Innen $P = \frac{Br^2\pi^2\nu^2}{2R}$, amit átrendezve a frekvenciára kapjuk, hog
y $\nu = \frac{\sqrt{2\cdot RP}}{Br^2\pi^2} = \frac{\sqrt{2\cdot 9{,}62}}{0{,}75 0{,}2^2\pi^2} = 20{,}92\,\frac{1}{s} = \underline{\underline{20{,}92\ \text{Hz}}}$. 6 pont

TESZT:

Bármely két égi objektum gravitációs kölcsönhatásban van egymással. A köztük ható erő:
$F_{grav} = \frac{\gamma \cdot M \cdot m}{r^2}$, ahol M és m a két objektum tömege, míg r a tömegközéppontjaik távolsága.
A rendszer potenciális energiája $E_{pot} = -\frac{\gamma \cdot M \cdot m}{r}$. A Földfelszín közelében érvényes $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ itt nem alkalmazható!

Két csillagász szeretné meghatározni, hogy egy m_1 tömegű meteor mekkora sebességgel ütközne a Földnek. (A Föld tömegét, illetve sugarát jelölje: $M_{Föld}$ és $R_{Föld}$.) A számítás egyszerűsítése céljából a csillagászok felteszik, hogy a meteor nyugalomból indul a Földtől D távolságból, ahol D többszöröse a Föld $R_{Föld}$ sugarának. A légellenállást szintén elhanyagolják, és a Föld helyzetét rögzítettnek tekintik. De a csillagászok abban már nem értenek egyet, hogy innen miképpen lépjenek tovább.

1. Csillagász:
„Használjuk Newton második törvényét, illetve kinematikai összefüggéseket! Először használjuk az $F = \frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{r^2} = m_1 \cdot a$összefüggést. Ebből megkapjuk a meteor gyorsulását. Majd a gyorsulás ismeretében már a kinematikában tanult állandó gyorsulás esetén érvényes formulákból adódik, hogy: $v^2 = 2 \cdot a \cdot D$"

2. Csillagász:
„Használjuk az energiamegmaradást! A meteor $E_{pot} = -\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{D}$potenciális energiával rendelkezik induláskor. A kölcsönhatás során az összes potenciális energia mozgási energiává alakul, így:

$$-\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{D} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2$$

Amiből már könnyen kifejezhető a Földnek ütköző meteor sebessége.

1. Melyik csillagász kap helyes eredményt a meteor ütközési sebességére?

D: Egyik sem 5 pont

A kinematikában az állandó gyorsulás esetére tanult formulák, csak akkor használhatóak, ha a gyorsulás valóban állandó. Ebben az esetben azonban nem erről van szó. Ahogy a meteor egyre közelebb kerül a Földhöz a rá ható gravitációs erő növekszik, hiszen a Föld és a meteor közötti r távolság csökken, az erő pedig a távolság négyzetével fordítottan arányos: $F_{grav} = \frac{\gamma \cdot M \cdot m}{r^2}$
Mivel a rá ható erő növekszik - így Newton második törvénye értelmében - a meteor gyorsulása is növekszik.
Az energiamegmaradás valóban teljesül, de a 2. Csillagász helytelenül alkalmazza azt. Feltételezi, hogy a meteor „végső" potenciális energiája a Föld felszínén nulla. Ez azonban nem igaz (ahogy a bevezetőben is megjegyeztük $E_{pot}=m \cdot g \cdot h$, már nem alkalmazható ebben az esetben!), hisz a Föld felszínén a tömegközéppontok még mindig $R_{Föld}$ távolságra vannak egymástól. Így a Föld felszínén a meteor potenciális energiája: $E_{pot} = -\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{R_{Föld}}$.
Így az energia megmaradás helyesen: $-\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{D} = -\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{R_{Föld}} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2$

2. Ha elhanyagoljuk a légellenállást, akkor a Földnek ütköző meteor sebessége nem függ az alábbi mennyiségtől:

B: $\boldsymbol{m_1}$ 5 pont

Az energia megmaradást kifejező $-\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{D} = -\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{R_{Föld}} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2$ összefüggésben az m_1 mindhárom tagban szerepel, így egyszerűsíthetünk vele. Tehát ha v-re rendezzük az egyenletet, akkor abban csak $M_{Föld}$, $R_{Föld}$, és γ szerepel.

Gondoljuk meg, hogy ha egy testre csak a gravitációs erő hat, akkor a test tömege nem befolyásolja a létrejövő mozgást. Ez Newton második törvényét alkalmazva könnyen látszik: $\frac{\gamma \cdot M_{Föld} \cdot m_1}{r^2} = m_1 \cdot a$ Így a-ra adódik, hogy $a = \frac{\gamma \cdot M_{Föld}}{r^2}$. Azaz a meteor gyorsulása függ a Föld tömegétől, de független magától a meteor tömegétől.

3. Ahogy a meteor egyre közelebb kerül a Földhöz a rá ható gravitációs erő:

A: Növekszik, majd a Földfelszín közvetlen közelében már jó közelítéssel állandó

5 pont

Ahogy a Föld és a meteor közti r távolság egyre csökken, a gravitációs vonzás egyre nagyobb lesz, hiszen: $F_{grav} = \frac{\gamma \cdot M \cdot m}{r^2}$

A Földfelszín közvetlen közelében azonban már vehetjük a gravitációs erőt $F_{grav} = m \cdot g$-nek. Hiszen ekkor az általánosabb formulában $r = R_{Föld} + \Delta$ helyett, ha $\Delta << R_{Föld}$, akkor nyugodtan vehetjük az $R_{Föld}$-et, amivel: $F_{grav} = \frac{m \cdot \gamma \cdot M}{R_{Föld}^2} = m \cdot g$-nek.

4. Az alábbiak közül melyik állítás írja le legjobban az ütközéskor végbemenő energiaátalakulást? (Az „ütközés” akkor kezdődik, amikor a meteor először érintkezik a Föld felszínével.

D: Mozgási energia alakul hővé 5 pont

Az ütközés során a meteor potenciális energiája már alig változik, hiszen miután elérte a földfelszínt már alig kerül közelebb. De a nagy mozgási energia „eltűnik”, ahogy a meteor nyugalomba kerül. A mozgási energia nagy része hővé alakul. Általában is igaz, hogy rugalmatlan ütközés esetén a mozgási energia egy része disszipálódik, és nem mechanikai energiaformákká alakul.

Az indoklás nélküli helyes tesztválaszok 1-1 pontot érnek.