Tornyai Sándor Országos Fizikai Feladatmegoldó Verseny a református középiskolák számára
Hódmezővásárhely, Bethlen Gábor Gimnázium
2010. március 27. ***Megoldások*** *1/6.*

1.

A jégtömb tömege:

$$m_{jég} = \rho_{jég} \cdot A_{jég} \cdot h_{jég} = 920\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 93000 \cdot 10^6\,\text{m}^2 \cdot 10^3\,\text{m} = \underline{8,56 \cdot 10^{16}\,\text{kg}}.$$ **4 pont**

Kiszorított víz térfogata:

$$V_k = \frac{m_{jég}}{\rho_{tengervíz}} = \frac{8,56 \cdot 10^{16}\,\text{kg}}{1037,4\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \underline{8,25 \cdot 10^{13}\,\text{m}^3}.$$ **4 pont**

Vízszint-emelkedés:

$$\Delta h = \frac{V_k}{A_{tengervíz} - A_{jég}} = \frac{8,25 \cdot 10^{13}\,\text{m}^3}{3 \cdot 10^{14}\,\text{m}^2 - 93000 \cdot 10^6\,\text{m}^2} = 0,275\text{ m} = \underline{27,5\text{ cm}}.$$ **4 pont**

Kiszámolható, hogy a jégtömb elolvadása után a közös hőmérséklet végül alig 0,03°C-kal lesz alacsonyabb a tengervíz eredeti hőmérsékleténél, így az ebből adódó sűrűség- és vízszintváltozás elhanyagolható.
Az egyszerűség kedvéért eltekinthetünk az áramlatoktól, keveredéstől, s csak vizsgáljuk azt, hogy a jégtömb elolvadásával keletkező friss édesvíz egy vékony rétegként alakul ki a tengerszint felett.

A kiolvadó édesvíztérfogata: $V_{olv} = \frac{m_{jég}}{\rho_{víz}} = \frac{8,56 \cdot 10^{16}\,\text{kg}}{1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \underline{8,56 \cdot 10^{13}\ \text{m}^3}.$ **4 pont**

Az édesvíz réteg magassága: $h_{olv} = \frac{V_k}{A_{tengervíz}} = \frac{8,56 \cdot 10^{13}\,\text{m}^3}{3 \cdot 10^{14}\,\text{m}^2} = 0,286\text{ m} = \underline{28,6\text{ cm}}.$ **2 pont**

A jégkocka elolvadásával további $h_{olv} - \Delta h = \underline{1,1\,\text{cm}}$-rel emelkedik a vízszint. **2 pont**

A tenger vízszintjét a szárazföldről leszakadó jéghegy belemerülése emeli meg jelentősen. Az, hogy ez víz vagy jég formájában van jelen a tengerben, ehhez képest kisebb jelentőséggel bír.

2.

Adatok: $v_0 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_0^* = 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\frac{h_1}{h_2} = ?$

A függőleges hajításra felírva az ismert összefüggéseket:

$$v_0 - g \cdot t_1 = 0 \qquad h_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{g}{2} \cdot t_1^2$$

$$v_0^* - g \cdot t_2 = 0, \qquad h_2 = v_0^* \cdot t_2 - \frac{g}{2} \cdot t_2^2$$ **10 pont**

$$h_1 = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}, \qquad h_2 = \frac{\left(v_0^*\right)^2}{2 \cdot g}$$ **5 pont**

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{v_0^2}{\left(v_0^*\right)^2} = \left(\frac{10}{1}\right)^2 = \underline{100}.$$ **5 pont**

A nagyobb kezdősebességgel felhajított test 100-szor magasabbra emelkedik, mint a másik.

3.

Adatok: $v_1 = 70\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$, $d_1 = 1\,\text{m}$, $\rho = 5\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $h = 15\,\text{km}$, $d_2 = 0{,}1\,\text{m}$

$E_{m1} = 612500 \cdot E_{m2}$, **5 pont**

$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 612500 \cdot \frac{1}{2} m_2 v_2^2$,

$\rho \frac{4 r_1^3 \pi}{3} v_1^2 = 612500 \cdot \rho \frac{4 r_2^3 \pi}{3} v_2^2$, **10 pont**

$v_2 = \sqrt{\frac{1}{612500} \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \cdot v_1^2} = \underline{2828{,}43\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2{,}83\,\frac{\text{km}}{\text{s}}}.$ **5 pont**

A meteor sebessége a robbanás pillanatában 2,83 km/s volt.

4.

A M tömegű testre ható erők eredője 0. Szimmetria miatt a m tömegű testek mozgása azonos paraméterekkel írható le. A rájuk ható erők eredője mindig a kör középpontja fele mutat és állandó nagyságú, ilyen erő hatására az m tömegek egyenletes körmozgást végeznek.

2 pont

Írjuk fel az egyik m tömegű testre ható eredő erőt, amely két gravitációs vonzóerő összege:

$F_{eredő} = \gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} + \gamma \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2}$ és a körmozgás feltételét felhasználva : $F_{eredő} = m \cdot \frac{v^2}{r}$, **5+5 pont**

mivel $v = r \cdot \omega$, és $\omega = \frac{2\pi}{T}$, **2 pont**

$\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} + \gamma \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r}$, ahonnan **2 pont**

$4\gamma M + \gamma m = 4r \cdot r^2 \cdot \omega^2$

$\gamma(4M + m) = 4r^3 \frac{4\pi^2}{T^2}$

$T^2 = \frac{16 r^3 \pi^2}{\gamma(4M + m)}.$

A keringési idő: $\underline{T = 4\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{\gamma(4M + m)}}}$. **4 pont**

5.

Adatok: $m_v + m_1 = 50$ kg, $T_1 = 285$ K, $m_2 = 50 kg$, T_2=279K, $W = 1,68 \cdot 10^4 J$,

$T_k = 283K$, $c_v = 4,2 \cdot 10^3 \dfrac{J}{kg \cdot K}$, $c_h = 840 \dfrac{J}{kg \cdot K}$ (az adatok helyes értelmezése, átváltása) **5 pont**

$Q_{fel} = Q_{le} + W$, **6 pont**

$c_h \cdot m_2 \cdot (T_k - T_2) = W + c_h \cdot m_1 \cdot (T_1 - T_k) + c_v \cdot m_v \cdot (T_1 - T_k)$,

$c_h \cdot m_2 \cdot (T_k - T_2) = W + c_h \cdot (m_2 - m_v) \cdot (T_1 - T_k) + c_v \cdot m_v \cdot (T_1 - T_k)$,

$m_v \cdot [c_h \cdot (T_1 - T_k) - c_v \cdot (T_1 - T_k)] = W + c_h \cdot m_2 \cdot (T_1 - T_k) - c_h \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_2)$,

$$m_v \cdot = \frac{W + c_h \cdot m_2 \cdot (T_1 - T_k) - c_h \cdot m_2 \cdot (T_2 - T_2)}{[c_h \cdot (T_1 - T_k) - c_v \cdot (T_1 - T_k)]}.$$ **6 pont**

Az egyenletből: $\underline{m_v = 10 \text{ kg}}$. **3 pont**

A nedves homokban 10 kg víz volt.

6.

V= 10 *l*=10^{-2}m^3, *p* = 1,6 MPa= 1,6 10^6 Pa, *T* = 25°C= 298 K, M_{He}= 4 g/mol, M_{N2}= 28 g/mol, m_{He}= 0,1 $m_{össz}$, *n* = ?, ρ = ?

Az állapotegyenletből számoljuk ki az anyagmennyiséget:

$pV = nRT$, *innen* $n = \dfrac{pV}{RT} = \underline{6,46 \text{ mol}}$. **8 pont**

A sűrűségre:

$$\rho = \frac{m_{össz}}{V} = \frac{m_{He} + m_{N_2}}{V},$$

ki kell számítani az egyes gázok anyagmennyiségét és a tömegét:

$m_{He} = 0,1(m_{He} + m_{N_2}) \rightarrow 0,9 m_{He} = 0,1 m_{N_2}$

$9 n_{He} M_{He} = n_{N_2} M_{N_2} = (n_{össz} - n_{He}) M_{N_2}$ **4 pont**

$n_{He}(9M_{He} + M_{N_2}) = n_{össz} M_{N_2} \rightarrow n_{He} = \dfrac{n_{össz} M_{N_2}}{9M_{He} + M_{N_2}} = \underline{2,826 \text{ mol}}$, $n_{N_2} = \underline{3,637 \text{ mol}}$. **4 pont**

Ezekből:

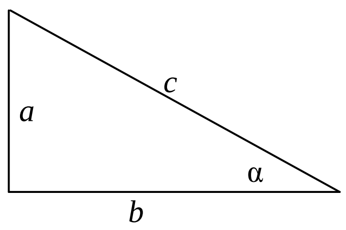
$m_{össz} = n_{He} M_{He} + n_{N_2} M_{N_2} = \underline{113,14 \text{ g}}$, **2 pont**

$\rho = \dfrac{m_{össz}}{V} = 11,314 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx \underline{11,31 \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$. **2 pont**

A tartályban 6,46 mol gázkeverék van, melynek a sűrűsége 11,31 kg/m^3.

7.

c = 60 cm, α = 30˚, d = 10 mm



Kiszámoljuk az oldalak hosszát:

$a = c\sin 30^0 = 30\text{ cm},\ \ b = c\cos 30^0 = 51{,}96\text{ cm}$ **2 pont**

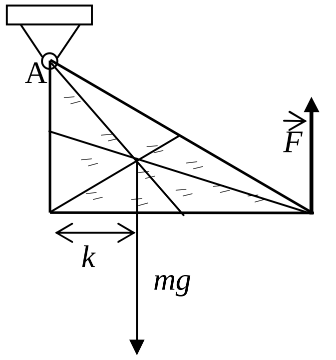
Az alaplap területe: $A = a \cdot b = 779{,}42\text{ cm}^2$ **2 pont**

A lap térfogata: $V = d \cdot A = \underline{779{,}42\text{ cm}^3}$ **2 pont**

A lap tömege és súlya:

$m = V\rho = \underline{6{,}08\text{ kg}},\quad mg = \underline{59{,}64\text{ N}}$ **2 pont**

A lap egyensúlyának a feltétele az, hogy valamely tengelyre a forgatónyomatékok összege 0 legyen. Válasszuk forgástengelynek a lap síkjára merőleges és az A ponton átmenő egyenest: Meg kell határozni a tömegközéppontot, és a nehézségi erő erőkarját a választott tengelyre:



A homogén háromszög alapú lap tömegközéppontjának a lapra eső vetülete a háromszög geometriai súlypontjában van. **4 pont**

A súlyvonalak harmadolják egymást, továbbá a párhuzamos szelők tételét felhasználva: $k = b/3$. **2 pont**

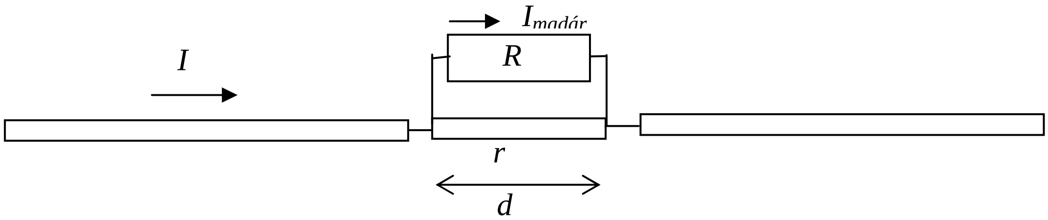
Az egyensúly feltétele: $F \cdot b - mg \cdot \dfrac{b}{3} = 0.$ **4 pont**

Innen: $F = \dfrac{mg}{3} = 19{,}88\text{ N} \approx \underline{19{,}9\text{ N}}.$ **2 pont**

A 6,08 kg tömegű vaslemezt a rajz szerinti elrendezésben 19,9 N erővel tarthatjuk egyensúlyban.

8.

I = 50 A, l = 50 m, ρ = 0,017 Ω·mm²/m, A = 42,5 mm², d = 5 cm, R = 1,5 kΩ,
U = ? $I_{madár}$= ?



az ellenállások rajz szerinti felbontása (ez lehet, hogy csak a számolásból derül ki) **4 pont**

A madár lábai közötti vezetékszakasz ellenállása:

$r = \rho\dfrac{d}{A} = \underline{2\cdot 10^{-5}\Omega}$, **4 pont**

A d hosszú szakaszon a feszültség: $U_d = U_{madár} \quad \to \quad R \cdot I_{madár} = r \cdot \left(I - I_{madár}\right)$ **4 pont**

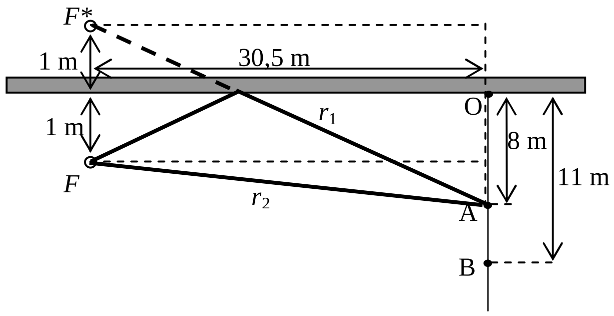
Innen $I_{madár} = \dfrac{r}{R+r} I \approx \dfrac{r}{R} I = 6{,}67 \cdot 10^{-7}\text{ A} = \underline{0{,}667\ \mu\text{A}}.$ **4 pont**

A madár lábai közt a feszültség: $U_d = U_{madár} = R \cdot I_{madár} = \underline{1\text{ mV}}.$ **4 pont**

Tornyai Sándor Országos Fizikai Feladatmegoldó Verseny a református középiskolák számára
Hódmezővásárhely, Bethlen Gábor Gimnázium
2010. március 27. ***Megoldások*** *5/6.*

9.

A megfigyelő két hang együttes hatását, interferenciáját észleli. Az egyik hang a forrásból közvetlenül a megfigyelőhöz jut, a másik a falról visszaverődik és így jut a megfigyelő fülébe. A visszaverődés törvénye alapján megrajzolhatjuk a fülbe jutó hang meghosszabbítását, könnyű belátni, hogy a visszaverődő hang olyan hosszú úton érkezik meg, mintha a hangforrás falra tükrözött F* forrásból indult volna ki.



5 pont

Jelölje az utak hosszát r_1 és r_2, a falról való visszaverődéskor bekövetkező fázisugrás miatt az erősítés feltétele az A pontra:

$$r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$ **4 pont**

a B pontra a kioltás feltételét felírva (a szöveg alapján ez a szomszédos kioltási hely lehet):

$$r_1^* - r_2^* = (2k+1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = (2k+2)\frac{\lambda}{2}$$ **4 pont**

A szaggatva berajzolt derékszögű háromszögek átfogóiként kiszámolhatóak a távolságok:

$r_1 = 31{,}8002\ m,\ r_2 = 31{,}2930\ m,\ r_1^* = 32{,}7758\ m,\ r_2^* = 32{,}0975\ m$ **2 pont**

Felírva az útkülönbségeket:

$$0{,}5072m = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$
$$0{,}6783\ m = (2k+2)\frac{\lambda}{2}$$ **3 pont**

Vonjuk ki a megfelelő oldalakat: $0{,}1711\,m = \frac{\lambda}{2},\quad innen \quad \lambda = \underline{0{,}3422\ m}.$

A frekvencia: $f = \frac{v_{hang}}{\lambda} = \underline{993{,}6\ \text{Hz}}.$

Vagy egy másik gondolatmenet:
Az első egyenlet lehetséges megoldásai a hullámhosszra: 1,0144 m, 0,338 m,0,2029 m, …
A második egyenlet lehetséges megoldásai: 0,6783 m, 0,3392 m,0,2261 m, …
Ezekből a 0,3386 m átlagérték mindkét feltételt elég jól kielégíti, ennek frekvenciája: <u>1004 Hz</u>.
Bármelyik úton megkapott közel 1000 Hz frekvenciaérték elfogadható. **2 pont**

A síp frekvenciája jó közelítéssel 1000 Hz.

10.

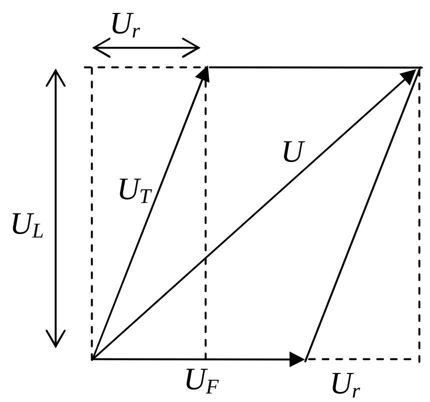
U = 230 V, U_T= 200 V, U_F= 100 V, R = 600 Ω, L =? r = ?

Az ohmos fogyasztón mért feszültségből kiszámolható a körben folyó áram effektív értéke:

$I_{eff} = \frac{U_F}{R} = \frac{1}{6}$ A=0,167 A. **4 pont**

A tekercs impedanciája: $Z_T = \frac{U_T}{I_{eff}} = 1200\ \Omega$. **2 pont**

Rajzoljuk meg a feszültség közötti kapcsolatot megmutató, vektorábrát: **4 pont**



az ábra alapján:

$$U^2 = \left(U_F + r \cdot I_{eff}\right)^2 + \left(L\omega I_{eff}\right)^2$$ **4 pont**

$$U^2 = U_F^2 + 2U_F r I_{eff} + \left[r^2 I_{eff}^2 + \left(L\omega\right)^2 I_{eff}^2\right]$$

A szögletes zárójelben lévő rész éppen U_T^2-el egyenlő,

$$U^2 - U_F^2 - U_T^2 = 2U_F r I_{eff},$$

$$r = \frac{U^2 - U_F^2 - U_T^2}{2U_F I_{eff}} = 87\ \Omega,$$ **3 pont**

$$L = \frac{\sqrt{Z_T^2 - r^2}}{\omega} = 3{,}81\ \mathrm{H}.$$ **3 pont**

A tekercs ohmos ellenállása 87 Ω, önindukciós együtthatója 3,81 H.