1.
(Varga Zsuzsa)
Adatok: $v_á = 1{,}34$ m/s, $s_1 = 6{,}44$ km = 6440 m, $v_1 = 2{,}68$ m/s, $v_2 = 0{,}447$ m/s

Az első szakasz megtételéhez szükséges idő: $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = 2403$ s. 2 pont

A második szakaszra fennáll, hogy $s_2 = v_2 \cdot t_2$ 2 pont

A teljes útra vonatkozó átlagsebesség: $v_á = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$. 6 pont

Ebből kiszámítható a t_2 idő: $t_2 = \frac{v_1 - v_á}{v_á - v_2} = 3606$ s. 5 pont

A második szakaszban megtett út: $s_2 = v_2 \cdot t_2 = \underline{\underline{1612 \text{ m.}}}$ 5 pont

2.
(Hilbert Margit)
Adatok: a_1=2 m/s^2, t_1= 4 s, a_2=0, t_2= 5 s, a_3= –3 m/s^2

Az első szakasz végén elért v_1 sebességgel mozog a második szakasz végéig, ott erről a sebességről lassítás után megáll:
$v_1 = a_1 \cdot t_1 = 8$ m/s, 3 pont

az első szakaszon megtett út: $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{v_1}{2} t_1 = 16 \text{ m}$. 2 pont

A második szakaszon megtett út: $s_2 = v_1 \cdot t_1 = 40 \text{ m}$. 2 pont

A harmadik szakaszt $t_3 = \frac{0 - v_1}{a_3} = 2{,}67$ s alatt teszi meg, 3 pont

és közben $s_3 = \frac{v_1}{2} t_3 = 10{,}67$ m utat fut be. 2 pont

A kerékpár $t_ö = t_1 + t_2 + t_3 = \underline{11{,}67 \text{ s}}$ idő alatt tette meg a teljes utat. 2 pont

Az elmozdulása egyenlő az utak összegével: $s_ö = s_1 + s_2 + s_3 = \underline{66{,}67\ m}$. 2 pont

Az átlagsebessége: $v_{átl} = \frac{s_ö}{t_ö} = \underline{5{,}71 \text{ m/s}}$. 3 pont

Az átlaggyorsulása: $a_{átl} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{vég} - v_{kezdő}}{t_ö} = \underline{0 \text{ m/s}^2}$. 1 pont

3.
(Hilbert Margit)
Adatok: m= 15000 kg, v=0,3 m/s, d= 1 m, F= 700 N

Tételezzük fel, hogy a hajó nem ütközik a dokkhoz.
$a = \frac{v}{t} = \frac{F}{m}, \quad innen\ \ t = \frac{m \cdot v}{F} = 6{,}429\ s.$ 4 pont

A megállásig megtett út: $s = \frac{v}{2} t = \frac{v}{2} \frac{mv}{F} = 0{,}964 \text{ m}$. 4 pont

A feltételezés helyes volt $s < d$ teljesül, sikerül a hajót megállítani, nem következett be ütközés. 2 pont

Az ember által végzett munka: $W = F \cdot s = \left(F \frac{1}{2} \frac{mv^2}{F} = \frac{1}{2} mv^2 \right) = \underline{675 \text{ J}}.$ 4 pont

Az átlagteljesítménye: $P_{átl} = \frac{W}{t} = \frac{\frac{1}{2} mv^2}{\frac{vm}{F}} = \frac{Fv}{2} = \underline{105 \text{ W}}.$ 4 pont

A kezdetben szükséges teljesítmény: $P = F \cdot v = \underline{210 \text{ W}}.$ 2 pont

4.
(Varga Zsuzsa)
Adatok: $m_1 = 3500$ kg, $m_2 = 6200$ kg, $s = 450$ m, $v = 0{,}5$ m/s

Elhanyagoljuk a gravitációs kölcsönhatást. A két test zárt rendszert alkot, ezért érvényes a lendület megmaradás elve, azaz a TKP helyben marad. 5 pont
A testek mozgásegyenlete: $m_1 a_1 = F$, $m_2 a_2 = F$ 2 pont
A gyorsulások: $a_1 = \frac{F}{m_1}$, $a_2 = \frac{F}{m_2}$
A megadott sebesség az ütközésnél a relatív sebesség: $v = v_1 + v_2 = (a_1 + a_2) \cdot t$ 3 pont
$v = \frac{F m_1 m_2}{m_1 + m_2} t$
A megtett utakra fennáll: $s = s_1 + s_2 = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) \cdot t^2 = \frac{v \cdot t}{2}.$
Az ütközésig eltelt idő: $t = \frac{2s}{v} = \underline{\underline{1800 \text{ s}}} = 0{,}5$ h. 5 pont
A húzóerő: $F = \frac{v}{t} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{v^2}{2s} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \underline{\underline{0{,}62 \text{ N}}}.$ 5 pont

5.
(Varga Zsuzsa)
Adatok: $t_2 = 38$ °C, $t_1 = 21$ °C, $Q = 2{,}4 \cdot 10^8$ J, $c = 4183$ J/(kg·K), $\rho_v = 10^3$ kg/m^3
$V_h = 120$ m$^2 \cdot$ 3m = 360 m^3, $c_p = 0{,}997$ kJ/(kg.K), $\rho_l = 1{,}29$ kg/m^3.

a) A felhasználható energia a víz lehűtéséből származik: $Q = mc\,(t_2 - t_1)$.
Ebből a víz tömege: $m = \frac{Q}{c(t_2 - t_1)} = 3375$ kg.
A víztartály térfogata : $V = \frac{m}{\rho_v} = \underline{\underline{3{,}375 \text{ m}^3}}.$ 10 pont
b) Számítsuk a levegő felmelegítéséhez szükséges hőt állandó nyomáson:
$Q' = c_p \rho_l V_h t_1 = \underline{\underline{9{,}729 \text{ MJ}}}.$ 10 pont

6.
(Varga Zsuzsa)
Adatok: $r = 5$ cm, $L = 0{,}2$ m, $p_1 = 10^5$ Pa, $T =$ áll.

A gáz két állapota között felírható a Boyle-Mariotte törvény: $p_1 LA = p_2 2L A$

A gáz végső nyomása $p_2 = \dfrac{p_1}{2} = 5 \cdot 10^4$ Pa. 10 pont

A dugattyú egyensúlyban van, a rugó elmozdulása L: $p_2 A = D \cdot L$

$D = \dfrac{p_2 \cdot A}{L} = \dfrac{p_2 \cdot r^2 \pi}{L} = \underline{\underline{1963{,}5\ \text{N/m}}}$. 10 pont

7.
(Hilbert Margit)
Adatok: d_0=4 mm, $\alpha_{acél}$= $1{,}17 \cdot 10^{-5}$ 1/°C, α_{Al}= $2{,}39 \cdot 10^{-5}$ 1/°C

Feltételezzük, hogy a fúró átmérője 0°C-on pontosan 4 mm. A feladatban szereplő folyamat során felmelegszik a fúróhegy és a munkadarab is 100 °C-ra. Tudjuk, hogy lehűlés közben a lyuk mérete úgy csökken, mintha a saját anyagával lenne kitöltve. 5 pont
Használjuk fel ezt a két ismeretet:

Fúróra: $d_F^{100^0C} = d_0(1+\alpha_{acél} \cdot 100^0C)$, a lyukra $d_{lyuk}^{100^0C} = d_{lyuk}^{0^0C}(1+\alpha_{Al} \cdot 100^0C)$, 5 pont

Továbbá a fúrás végén a két átmérő egyenlő (hacsak nem nagyon ügyetlenül fúrunk):

$d_F^{100^0C} = d_{lyuk}^{100^0C},\ azaz\ d_0(1+\alpha_{acél} \cdot 100^0C) = d_{lyuk}^{0^0C}(1+\alpha_{Al} \cdot 100^0C).$ 3 pont

Innen: $d_{lyuk}^{0^0C} = d_0 \dfrac{(1+\alpha_{acél} \cdot 100^0C)}{(1+\alpha_{Al} \cdot 100^0C)} = \underline{3{,}995\ \text{mm}}.$ 3 pont

Amikor pontosan 4 mm-es a lyuk:

$d_0 = d_{lyuk}^{0^0C}\left(1+\alpha_{Al} t\right),\ innen\ t = \dfrac{\dfrac{d_0}{d_{lyuk}^{0^0C}} - 1}{\alpha_{Al}} = \dfrac{d_0 - d_{lyuk}^{0^0C}}{d_{lyuk}^{0^0C}\alpha_{Al}} = \underline{52{,}4\ {}^0C}.$ 4 pont

Megjegyzés: arra is gondolhatunk, hogy a fúró 20°C-on 4 mm-es:

Fúróra: $d_F^{100^0C} = d_{20}(1+\alpha_{acél} \cdot 80^0C)$, a lyukra $d_{lyuk}^{100^0C} = d_{lyuk}^{0^0C}(1+\alpha_{Al} \cdot 100^0C)$, 5 pont

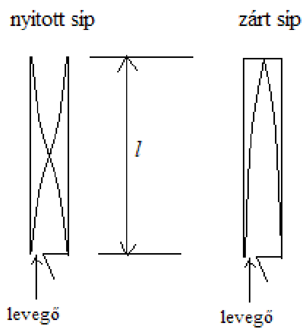
Továbbá a fúrás végén a két átmérő egyenlő (hacsak nem nagyon ügyetlenül fúrunk):

$d_F^{100^0C} = d_{lyuk}^{100^0C},\ azaz\ d_0(1+\alpha_{acél} \cdot 80^0C) = d_{lyuk}^{0^0C}(1+\alpha_{Al} \cdot 100^0C).$ 3 pont

Innen: $d_{lyuk}^{0^0C} = d_{20} \dfrac{(1+\alpha_{acél} \cdot 80^0C)}{(1+\alpha_{Al} \cdot 100^0C)} = \underline{3{,}994\ \text{mm}}.$ 3 pont

Amikor pontosan 4 mm-es a lyuk:

$d_0 = d_{lyuk}^{0^0C}\left(1+\alpha_{Al} t\right),\ innen\ t = \dfrac{\dfrac{d_0}{d_{lyuk}^{0^0C}} - 1}{\alpha_{Al}} = \dfrac{d_0 - d_{lyuk}^{0^0C}}{d_{lyuk}^{0^0C}\alpha_{Al}} = \underline{62{,}9\,{}^0C}.$ 4 pont



8.
(Hilbert Margit)
Megoldás: l_1=80 cm, l_2=81 cm, f_{leb}=2,6 Hz
Orgonasípot ismerünk nyitott és zárt végűt is. A végkorrekcióra utaló megjegyzésből gondolhatunk nyitott sípokra. Oldjuk meg a feladatot mindkét esetben:
Ábráért (ha nincs ábra, ez a pont nem jár) 4 pont

Zárt vég esete:

$$4l_1 = \lambda_1 = \frac{c}{f_1}, \ innen \ f_1 = \frac{c}{4l_1} \quad és \ f_2 = \frac{c}{4l_2}$$

A lebegésre:

$$f_{leb} = f_1 - f_2 = \frac{c}{4l_1} - \frac{c}{4l_2} = \frac{c}{4}\frac{l_2 - l_1}{l_1 \cdot l_2}, \quad innen$$

$$c_{ny} = 4f_{leb}\frac{l_1 \cdot l_2}{l_2 - l_1} = 673{,}9 \text{ m/s}.$$

2 pont

Nyitott vég esetén:

$$l_1 = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{c}{2f_1}, \ innen \ f_1 = \frac{c}{2l_1} \quad és \ f_2 = \frac{c}{2l_2},$$ 4 pont

a lebegésre:

$$f_{leb} = f_1 - f_2 = \frac{c}{2l_1} - \frac{c}{2l_2} = c\frac{l_2 - l_1}{2l_1 \cdot l_2}, \quad innen \quad c_{zárt} = 2f_{leb}\frac{l_1 \cdot l_2}{l_2 - l_1} = 336{,}96 \text{ m/s} \approx \underline{337 \text{ m/s}}.$$ 5 pont

Látható, hogy csak nyitott sípokkal kapunk elfogadható értéket a hangsebességre. 1 pont

A sípok sajátfrekvenciáját már csak a nyitott sípokra kell kiszámítani:

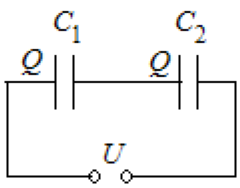
$$f_1 = \frac{c}{2l_1} = \underline{210{,}6 \text{ Hz}}, \quad és \quad f_2 = \frac{c}{2l_2} = \underline{208{,}0 \text{ Hz}}.$$ 4 pont

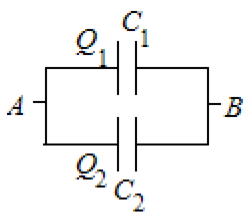
Megjegyzés: Ha a megoldásban csak a nyitott végre gondolt, akkor helyes ábra és számolás esetén adjunk 17 pontot.

9.

(Hilbert Margit)

Adatok: C_1=2·10^{-6} F, C_2=4·10^{-6} F, U= 300 V





Soros kapcsolásnál a két kondenzátoron azonos Q töltés lesz, és a feszültségek összeadódnak:

$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}, \quad innen \quad Q = U\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \underline{400\,\mu\text{C}}.$$ 4 pont

Az egyes kondenzátorokon a feszültség:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} = \underline{200 \text{ V}}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2} = \underline{100 \text{ V}}.$$ 2 pont

A kondenzátorok energiája és az összes tárolt energia:

$$E_1 = \frac{Q^2}{2C_1} = \underline{40 \text{ mJ}}, \quad E_2 = \frac{Q^2}{2C_2} = \underline{20 \text{ mJ}}, \quad E_{össz} = \underline{60 \text{ mJ}}.$$ 3 pont

A párhuzamos kapcsolásnál a lemezeken lévő pozitív töltések összege 2Q, az eredetileg ott lévő érték, másrészt a kondenzátorok feszültsége azonos lesz:

$$Q_1 + Q_2 = 2Q, \quad és \ U_{AB} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}.$$ 4 pont

Ebből:

$Q_2 = 2Q_1 \quad és \quad Q_1 = \frac{2}{3}Q = \underline{266,67\,\mu\text{C}},\ Q_2 = 2Q_1 = \underline{533,33\,\mu\text{C}}.$ 2 pont

A párhuzamos kapcsolásnál a kondenzátorok azonos feszültsége:

$U_{AB} = \frac{Q_1}{C_1} = \underline{133,33\ \text{V}}.$ 2 pont

A kondenzátorok energiája:

$E_1^* = \frac{Q_1^2}{2C_1} = \underline{17,78\ \text{mJ}},\quad E_2^* = \frac{Q_2^2}{2C_2} = \underline{35,56\ \text{mJ}},\quad E_{össz}^* = \underline{53,34\ \text{mJ}}.$

Az összenergia csökkenése:

$\Delta E_{össz} = \underline{6,66\ \ \text{mJ}}.$ 3 pont

10.

(Varga Zsuzsa)

Adatok: d = 0,11 m, a = 0,15 m, b = 0,5 m, I_1 = 12 A, I_2 = 25 A, $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Vs/(Am)

a) Az egyenes vezetőtől származó mágneses indukció a párhuzamos vezetékeknél:

$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$, $B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{(d+a)}$, iránya a rajz síkjába befelé mutat. 2+2 pont

A téglalapnak a vezetővel párhuzamos oldalaira ható erők:

$F_1 = I_2\, b\, B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2 b}{d} = 2{,}727\cdot 10^{-4}$ N,

iránya az egyenes vezeték felé mutat, a rajz síkjában van. 3 pont

$F_2 = I_2\, b\, B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2 b}{d+a} = 1{,}154\cdot 10^{-4}$ N, iránya ellentétes F_1-gyel. 3 pont

A másik 2 oldalra ható erő egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú, így az eredőhöz nem járul hozzá. 2 pont

A keretre ható eredő erő: $F_1 - F_2$ = $\underline{\underline{1{,}57\cdot 10^{-4}\ \text{N}}}$, $\underline{\underline{\text{vonzóerő}}}$. 3 pont

b) A mágneses fluxus pontos értéke:

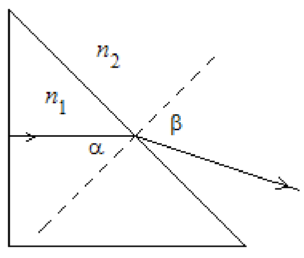
$$\Psi_m = b\int_d^{d+a} B(x)\,dx = b\, I_1 \int_d^{d+a} \frac{\mu_0}{2\pi\, x}dx = \frac{b\mu_0 I_1}{2\pi}\ln\frac{d+a}{a} = 12\cdot 10^{-7}\ln\frac{26}{11}\ \text{Vs} = \underline{\underline{10{,}322\cdot 10^{-7}\ \text{Vs}}}.$$

A fluxus közelítése az integrálás helyett átlagos indukció értékkel számolva, vagy a grafikon alatti terület közelítő meghatározásával jó megoldás. 5 pont

11.

(Hilbert Margit)

Adatok: α=45°, n_2=1,33~4/3, n_1*=1,6



Tételezzük fel, hogy a prizmából kilép a fény, $\alpha = 45^0$ beesési szög esetén:

Alkalmazzuk a törés törvényét:

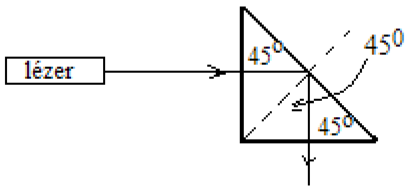
$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1},\quad ahonnan\quad n_1 = n_2\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}.$

A második közeg levegő n_2=1, $\sin\beta \le 1$.

Ebből $n_1 \le \frac{n_2}{\sin\alpha},\ mivel\ \ \alpha = 45^0\ \ n_1 \le \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} = 1{,}414.$

Indokolhatja a teljes visszaverődést a határszög meghatározásával is:

$\sin\alpha_h = \frac{1}{n_1}$, *innen* $\alpha_h = 38{,}68^0$. 4 pont



Ennél a prizmánál $n_1 > 1{,}414$, ill. $\alpha > a_h$ ezért teljes visszaverődés jön létre, a fénysugár 45°-os szöggel visszaverődik, és a másik befogón merőlegesen kilép a rajz szerint. 2 pont

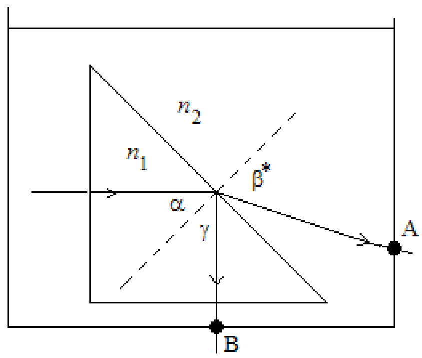
A második ábra 2 pont

A második esetben a környezet törésmutatója $n_2^* = \frac{4}{3}$,

ekkor $n_1^* \le \frac{n_2^*}{\sin 45^0} = \frac{2}{\sqrt{2}}\frac{4}{3} = 1{,}886$ *és* $n_1 < n_1^*$.

Vagy az új határszög: $\sin\alpha_h^* = \frac{n_2^*}{n_1}$, $\alpha_h^* = 56{,}44^0 > 45^0$.

3 pont



Nem jön létre teljes visszaverődés, a fény egy része megtörik és átjut a vízbe, a másik része visszaverődést szenved, az ábra szerint. A rajzon jelölt szögek:

$\sin\beta^* = \frac{n_1^*}{n_2}\sin\alpha$, $\underline{\beta^* = 58{,}05^0,\ \ \gamma = 45^0}$. 5+1 pont

Az üvegedény falát, a prizmából való kilépés után a rajzon megjelölt A és B pontokban éri el a lézerfény. (A befogókon reflektálódó fény a belépési ponton fogja az edény oldalát elérni.) 2+1 pont

Megjegyzés: ha valaki megfeledkezik a visszaverődő fényről, akkor összesen 2 pontot veszít.

12.

(Varga Zsuzsa)

Adatok: $A_t = 0{,}21 \cdot A_0$, $T = 5568$ év.

Az aktivitás arányos az atomok számával, emiatt érvényes rá a bomlási törvény:

$A_t = A_0\, 2^{-\frac{t}{T}}$. 10 pont

Átrendezve: $2^{\frac{t}{T}} = \frac{A_0}{A_t} = \frac{1}{0{,}21}$.

$t = -T\,\frac{\ln 0{,}21}{\ln 2} = \underline{\underline{12\ 534\text{ év}}}$. 10 pont

A gyapjas mamut kb. 12534 évvel tűnt el észak-Amerikából.