1. (Varga Zsuzsa)

s = 191 km
t = 2 h 25 perc = 145 perc = 2,42 h
$sv1$ = 106 km
$tv1$ = 1 h 20 perc = 80 perc = 1,33 h
Δt = 20 perc
$sa1$ = 88 km
va = 110 km/h

$vv1$ = ?
$vv2$ = ?
elérjük-e a vonatot?

a) $vv1 = \dfrac{sv1}{tv1} = \dfrac{106\,\mathrm{km}}{1{,}33\,\mathrm{h}} = \underline{\underline{79{,}5\ \mathrm{km/h}}}$. 4 pont

$sv2$ = 191 km – 106 km = 85 km, 2 pont
$tv2$ = 145 perc – 80 perc = 65 perc = 1,083 h, 2 pont

$vv2 = \dfrac{s - sv1}{t - tv1} = \dfrac{85\,\mathrm{km}}{1{,}083\,\mathrm{h}} = \underline{\underline{78{,}48\ \mathrm{km/h}}}$. 4 pont

b) $ta = \dfrac{sa1}{va} = \dfrac{88\,\mathrm{km}}{110\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}$ = 0,8 h = 48 perc, 4 pont

$tv1 - t1$ = 80 perc – 48 perc = 32 perc késést tudunk behozni az autóval Kecskemétig.
$ta1 = ta + \Delta t$ = 48 perc +20 perc = 68 perc.
Tehát 80 perc –68 perc =<u>12 perc</u>-cel hamarabb leszünk az állomáson Kecskeméten, mint a vonat. Így egy órával hamarabb érhetünk Szegedre, ha Kecskemétig elfogadjuk az autós utat. Ez a kedvezőbb. 4 pont

2. (Hilbert Margit)

Adatok: 0°C=32°F, 100°C=212°F
A Celsius skálán vett hőmérsékletet t_C -vel, a Fahrenheit skálán vettet t_F -tel jelöljük a következőkben.

A két hőmérséklet közötti kapcsolat: $t_F = 32\,^\circ\mathrm{F} + 1{,}8\dfrac{^\circ\mathrm{F}}{^\circ\mathrm{C}} \cdot t_C$, vagy $t_C = \dfrac{t_F - 32\,^\circ\mathrm{F}}{1{,}8\dfrac{^\circ\mathrm{F}}{^\circ\mathrm{C}}}$. 10 pont

Így $0\,^\circ\mathrm{F} = -17{,}8\,^\circ\mathrm{C}$, ennél alacsonyabb téli hőmérséklet a mi égövünkön nem nagyon fordul elő. 2+2 pont

$100\,^\circ\mathrm{F} = 37{,}8\,^\circ\mathrm{C}$, ez kb. az emberi szervezetre nézve a láz kezdete. 2+2 pont

Az abszolút zérus fok: $0\,\mathrm{K} = 32\,^\circ\mathrm{F} + 1{,}8\dfrac{^\circ\mathrm{F}}{^\circ\mathrm{C}}\left(-273\,^\circ\mathrm{C}\right) = \underline{-459{,}4\,^\circ\mathrm{F}}$. 2 pont

Megjegyzés: bármi, elfogadható hőmérséklet megjelölése esetén jár csak a plusz 2-2 pont.

3. (Hilbert Margit)

Adatok: m_1=4,25 kg, F_2=24,0 N, a=3,0 m/s^2, $\mu \approx 0$
Az m_1 tömegű testre csak egy vízszintes erő hat: $F_1 = m_1 a = \underline{12{,}75\ \mathrm{N}}$. 5 pont

Írjuk fel a mozgásegyenletet az m_2 tömegű testre, az ábrán nincs berajzolva, de a két testet összekötő kötél a második testet balra F_1 erővel húzza: $F_2 - F_1 = m_2 a$. 10 pont

Ebből: $m_2 = \dfrac{F_2 - F_1}{a} = \underline{3{,}75\ \mathrm{kg}}$. 5 pont

4. (Varga Zsuzsa)

3. $m_1 = 10$ kg
$m_2 = 40$ kg
$s = 50$ m
$t = 5$ s
$v = 2$ km/h $= 0{,}55$ m/s
$\alpha = 30°$
$g = 10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

$\mu = ?$
$W = ?$
$P = ?$

a) $s = \dfrac{a}{2}t^2 \quad \rightarrow a = \dfrac{2s}{t^2} = \dfrac{2\cdot 50\,\mathrm{m}}{25\ \mathrm{s}^2} = 4\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. 4 pont

Másrészt a lejtőn lefelé a test (szánkó és gyerek) gyorsulása
$a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$. 4 pont
Innen

$$\mu = \mathrm{tg}\,\alpha - \frac{a}{g\cdot\cos\alpha} = \mathrm{tg}\,30° - \frac{4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\cos 30°} = \underline{\underline{0{,}115}}\ .$$ 2 pont

b) Felfelé a lejtőn a húzóerő: $F = m_1 g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ 2 pont

$F = 10\ \mathrm{kg}\cdot 10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(\sin 30° + 0{,}115\cdot\cos 30°) = 59{,}95\ \mathrm{N} \approx 60\ \mathrm{N}$.

$W_1 = F\cdot s = 59{,}95\ \mathrm{N}\cdot 50\ \mathrm{m} = 2997\ \mathrm{J} \approx 3\ \mathrm{kJ}$. 2 pont

A gyerek magassági energiája is nő, így az emelési munka:

$W_2 = m_2 g\, s \sin\alpha = 40\ \mathrm{kg}\cdot 10\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 50\ \mathrm{m}\cdot 0{,}5 = 10\,000\ \mathrm{J} = 10\ \mathrm{kJ}$. 2 pont

A végzett munka összesen $W = W_1 + W_2 = 3\ \mathrm{kJ} + 10\ \mathrm{kJ} = \underline{\underline{13\ \mathrm{kJ}}}$. 2 pont

A felfelé húzás ideje $t_e = \dfrac{s}{v} = \dfrac{50\,\mathrm{m}}{0{,}55\,\mathrm{m/s}} = 90{,}90$ s.

$P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{13\,\mathrm{kJ}}{90{,}90\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{143\ \mathrm{W}}}$. 2 pont

5. (Hilbert Margit)

Adatok: l=810 mm, h_0=760,4 mm, h_1=746,4 mm, h_2=751,3 mm, t_1=14°C, t_2=22°C, p_{g1}=1600 Pa, p_{g2}=2639,7 Pa, ρ=13590 kg/m3, g=9,81 m/s^2

A külső légnyomással a higanyoszlop nyomása+a benn lévő levegő nyomása és a vízgőz nyomása tart egyensúlyt. 5 pont

Az első esetre írjuk fel a nyomások közötti összefüggést:

$h_0\rho g = h_1\rho g + p_{g1} + p_{l1}$, innen $p_{l1} = (h_0 - h_1)\rho g + p_{g1} = 1866{,}5\,\mathrm{Pa} - 1600\,\mathrm{Pa} = 266{,}5\,\mathrm{Pa}$ 5 pont

A levegő parciális nyomását a második esetben az egyesített gáztörvényből számolhatjuk ki:

$\dfrac{p_{l1}(l-h_1)A}{T_1} = \dfrac{p_{l2}(l-h_2)A}{T_2}$, ahol A cső keresztmetszete.

Innen $p_{l2} = \dfrac{(l-h_1)}{(l-h_2)}\dfrac{T_2}{T_1}p_{l1} = \dfrac{63{,}6\cdot 10^{-3}m}{58{,}7\cdot 10^{-3}m}\dfrac{295K}{287K}266{,}5Pa = 296{,}8\,\mathrm{Pa}$ 6 pont

A második méréskor a külső nyomás:

$p_2 = h_2\rho g + p_{g2} + p_{l2} = 100161{,}7\,\mathrm{Pa} + 296{,}8\,\mathrm{Pa} + 2639{,}7\,\mathrm{Pa} = 103{,}098\,\mathrm{kPa} \approx \underline{103{,}10\,\mathrm{kPa}}$. 4 pont

Megjegyzés: Ha mindent Pa-ra kerekítünk $p_{l1} = 266Pa,\ p_{l2} = 296Pa,\ p_2 = 103098Pa$ adódik. Elhanyagolható ebből a kerekítésből származó hiba. Ha a számolás pontatlansága miatt az eredményben az eltérés nagyobb, mint 0,1%, akkor vonjunk le arányosan néhány pontot, pl. 1%-nál 4 pontot.

6. (Varga Zsuzsa)

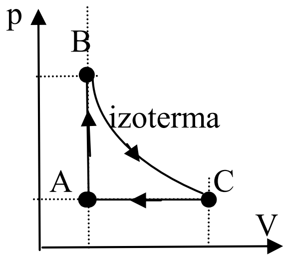
$p_A = 10^5$ Pa
$V_A = 8\cdot 10^{-3}$ m^3
$T_B = T_C = 900$ K

$Q_{CA} = 4$ kJ

---

a) $p_B = ?$
$V_C = ?$
$T_A = ?$
b) $Q_{AB} = ?$
$Q_{BC} = ?$

Ábrázoljuk a folyamatot *p-V* diagramon:



a) 1. $p_C = p_A$,

$$Q_{CA} = \frac{5}{2} nR(T_C - T_A) = \frac{5}{2}(p_C V_C - p_A V_A) = \frac{5}{2} p_A (V_C - V_A).$$

$$V_C - V_A = \frac{2}{5}\frac{Q_{CA}}{p_A} = \frac{2}{5}\cdot\frac{4\cdot 10^3 \text{ J}}{10^5 \text{ Pa}} = 16\cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \qquad V_C = 3V_A = \underline{\underline{24\cdot 10^{-3} \text{ m}^3}}.$$

2. *BC* izoterm folyamat: $p_C V_C = p_B V_B \rightarrow p_B = 3p_C = \underline{\underline{3\cdot 10^5 \text{ Pa}}}$.

3. *AB* izochor folyamat $\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_A}{T_A} \rightarrow T_A = \frac{p_A}{p_B} T_B = \frac{T_A}{3} = \underline{\underline{300 \text{ K}}}$.

T_A megkapható az *AC* izobar folyamatból is. Állapotjelzők meghatározása összesen: 12 pont

b) $Q_{AB} = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{2}\, nR(T_B - T_A) = 0{,}6\cdot Q_{AC} = \underline{\underline{2{,}4 \text{ kJ}}} > 0$, a gáz hőt vesz fel.

4 pont

$Q_{BC} = nRT_C \ln\frac{V_C}{V_A} = p_C V_C \ln 3 = 10^5 \text{ Pa}\cdot 24\cdot 10^{-3} \text{ m}^3\cdot \ln 3 = \underline{\underline{2637 \text{ J}}} > 0.$ 4 pont

Megjegyzés: $Q_{BC} = -W_{BC}$. A görbe alatti területet *trapézzal közelítve*, kapjuk:

$W = \frac{3p_A + p_A}{2}\cdot(3V_A - V_A) = 2\, p_A\cdot 2\, V_A = 3200$ J. 2 pont

Ennél *finomabb közelítés* kell, pl. a ($2V_A$, $1{,}5p_A$) pontot is figyelembe véve 2 trapézból kapjuk
$W = 2800$ J. 4 pont

7. (Varga Zsuzsa)

$m = 2$ kg
$L = 0{,}8$ m
$\Delta t = 1$ s
$g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$F = ?$

A körmozgás feltétele a legfelső pontban

$m\frac{v^2}{L} = K + mg, \qquad K \geq 0.$ 4 pont

Ha $K = 0$, még éppen körbefordul a hinta: és így
$v^2 = gL$. 2 pont

Az energia megmaradás tételét fölírva:

$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg\,2L + \frac{1}{2}mv^2$. 4 pont

Egyszerűsítve és beírva v^2 kifejezését:

$v_0^2 = 4gL + gL = 5gL, \qquad v_0 = \sqrt{5gL} = \sqrt{5\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}8\,\text{m}} = 6{,}32\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 4 pont

A lendületváltozás megadja az erőt: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{mv_0}{\Delta t} = \dfrac{2\,\mathrm{kg}\cdot 6{,}32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{s}} = \underline{12{,}63\ \mathrm{N}}$. 6 pont

8. (Hilbert Margit)
Adatok: v_1=20 km/h, F_1=5000 N, v_2=30 km/h, F_1=8000 N, v_3=40 km/h
A feladat leírása szerint az ellenállási erő: $F = A + Bv^2$ alakú. 6 pont
A két sebességre, az ismert erő értékét felhasználva:

$$F_1 = A + Bv_1^2 \quad \textit{és} \quad F_2 = A + Bv_2^2,\ \text{ahonnan } B = \frac{F_2 - F_1}{v_2^2 - v_1^2} = \underline{77{,}76\,\frac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}^2}}\,.$$ 4 pont

$$A = F_1 - \frac{F_2 - F_1}{\left(\dfrac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1} = \underline{2600\ \mathrm{N}}.$$ 6 pont

$$F_3 = A + Bv_3^2 = \underline{12{,}2\ \mathrm{kN}}.$$ 4 pont

9. (Hilbert Margit)
Adatok: A_1=10^{-6} m^2, : A_2=2·10^{-6} m^2, l=2 m, E_a= 192 GPa, E_r= 110 GPa
a) $\sigma_1 = \sigma_2$, b) $\Delta l_1 = \Delta l_2$

a) Ha a feszültségek egyenlőek, akkor az ébredő erők: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{\sigma_1 \cdot A_1}{\sigma_2 \cdot A_2} = \dfrac{1}{2}$. 4 pont

Az F erő támadáspontja legyen x távolságra a sárgaréz huzaltól, akkor az egyensúly feltétele:

$$F_1 \cdot x = F_2 (l - x),\ \text{ innen }\ x = \frac{F_2}{F_1 + F_2} l = \frac{2}{3} l = \underline{1{,}33\ \mathrm{m}}.$$ 3+3 pont

b) Ha a megnyúlások lesznek egyelőek: $\Delta l_1 = \Delta l_2,\ \Delta l_1 = \dfrac{1}{E_r}\dfrac{F_1^*}{A_1},\ \Delta l_2 = \dfrac{1}{E_a}\dfrac{F_2^*}{A_2}$. 2 pont

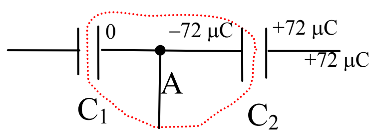
Ebből: $\dfrac{F_1^*}{F_2^*} = \dfrac{E_r}{E_a}\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{E_r}{2E_a}$. 3 pont

$$\frac{F_1^*}{F_2^*} = \frac{E_r}{2E_a} = \frac{l - y}{y},\quad \text{innen}\quad y = 1{,}555\ \mathrm{m} \approx \underline{1{,}56\,\mathrm{m}}.$$ 3+2 pont

10. (Varga Zsuzsa)
C_1 = 2 μF
C_2 = 3 μF
R = 100 Ω
U = 24 V

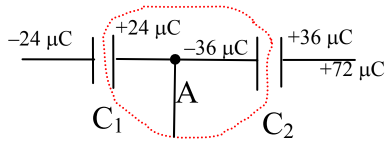
ΔQ = ?

a) A kapcsoló nyitott állásában a baloldali C_1 kondenzátor feszültsége , és így a töltése is nulla, a teljes feszültség a C_2 kondenzátoron esik, és csak az töltődik föl:
$U_1 = 0$, $Q_1 = 0$, 2 pont $\qquad U_2 = U$, $Q_2 = C_2U$ = 3 μF·24 V = 72 μC. 4 pont



b) A kapcsoló zárása után az ellenállásokon eső feszültség $U_{1R} = U_{2R} = \dfrac{U}{2}$ = 12 V. 2 pont

Ez a kondenzátorok feszültsége is. Így



$q_1 = C_1 \dfrac{U}{2} = 2\ \mu F \cdot 12\ V = 24\ \mu C$, 4 pont

$q_2 = 3\ \mu F \cdot 12\ V = 36\ \mu C$. 4 pont

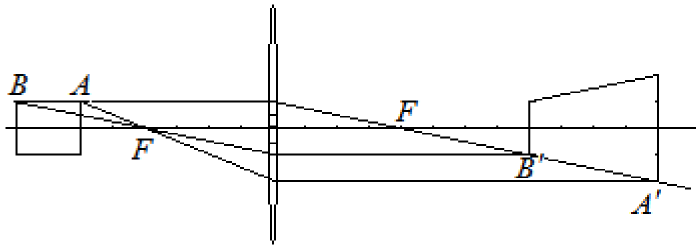
Az *AB* vezető töltése:

$q_1 - q_2 = 24\ \mu C - 36\ \mu C = -12\ \mu C$.

Eszerint a kapcsoló zárásakor az *AB* szakaszon ΔQ = –12 μC–(–72 μC) = 60 μC töltés áramlott át a *B* ponttól az *A* pont felé.. 4 pont

11. (Hilbert Margit)

Adatok: h=4 cm, r=1 cm, f=8 cm, t_A=12 cm, t_B=16 cm



Ábráért: 8 pont, ha nem teljes az ábra, akkor maximálisan a fele pont adható.

Az ábrán néhány pont meg van jelölve, továbbá az optikai tengelyre merőleges méretet kétszeresére növeltem, hogy a szerkesztéskor használt vonalak jobban látszódjanak.

Először kiszámítjuk a megjelölt pontok képének helyét:

$\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{t} + \dfrac{1}{k}$, $k = \dfrac{t \cdot f}{t - f}$, $k_A = \underline{24\text{ cm}}$, $k_B = \underline{16\text{ cm}}$ 2+2 pont

A tárgy egy henger, a kép egy csonkakúp, melynek magassága 8 cm. 1 pont

A kúp alapköreinek sugara:

$k_{A'} = 2t_A$, $r_{A'} = \underline{2r}$ 1 pont

$t_B = k_{B'}$, $r_{B'} = \underline{r}$ 1 pont

A henger térfogata: $V_{henger} = r^2\pi h$ 1 pont

A csonkakúp térfogata:

$$V_{kúp} = \frac{r_{A'}^2\pi \cdot 2\left(k_{A'} - k_{B'}\right)}{3} - \frac{r_{B'}^2\pi\left(k_{A'} - k_{B'}\right)}{3} = \frac{4r^2\pi \cdot 4h}{3} - \frac{r^2\pi \cdot 2h}{3} = \frac{14}{3} r^2\pi \cdot h = \underline{\frac{14}{3} V_{henger}}$$

A képben kivilágított térfogat 14/3=4,67-szorosára nőtt. 4 pont

Megjegyzés: Ha a fényforrás felszínét hasonlítja össze a diák a képként keletkező csonkakúp felszínével, akkor kapjon 3 pontot.

12. (Varga Zsuzsa)

$I_0 = 100$ A

$\mu = 0{,}01$

$m = 10\text{ g} = 10^{-2}\text{ kg}$

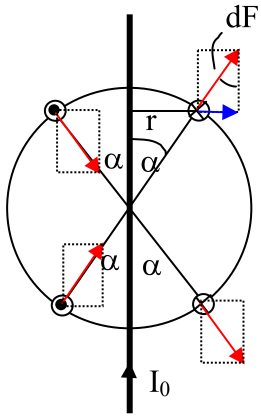
$I = 10$ A

$g = 10\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

a) a = ?, iránya?

b) I = 5 A, a = ?

a)



Legyen a körvezető sugara *R*. Vegyünk fel szimmetrikusan pontokat a körön.

A mágneses térerősség nagysága ezekben a pontokban:

$B = \dfrac{\mu_0}{2\pi r} I_0 = \dfrac{\mu_0}{2\pi R \sin\alpha} I_0$, 4 pont

iránya a jobb oldalon a rajzra merőlegesen befelé, a bal oldalon merőlegesen kifelé mutat.

A körvezető kicsiny ds hosszú darabjára ható erő: $dF = B\,I\,ds$.
Ha az erőket I_0 –lal párhuzamos és merőleges összetevőkre bontjuk, látható a rajz alapján, hogy az I_0-lal párhuzamos összetevők páronként kiejtik egymást, a merőleges komponensek pedig összeadódnak. Így a körvezetőre az I_0-ra merőleges erő hat (erre fog elindulni), ennek nagysága: 4 pont

$$F = \sum dF \sin\alpha = \sum B\,I\,ds \sin\alpha = B\,I \sin\alpha \cdot \sum ds = B\,I \sin\alpha \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0}{2\pi R \sin\alpha} I_0\,I \sin\alpha \cdot 2\pi R$$

$$F = \mu_0\,I_0\,I = 4\,\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 100\text{ A} \cdot 10\text{ A} = 4\,\pi \cdot 10^{-4}\text{ N} = 1{,}256 \cdot 10^{-3}\text{ N}.$$ 2 pont

A mozgásegyenlet:
$ma = F - F_s$, 2pont

ahol $F_s = \mu m g = 0{,}01 \cdot 10^{-2}\text{ kg} \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10^{-3}\text{ N}$ a súrlódási erő. 2 pont

$$a = \frac{F - F_s}{m} = \frac{\mu_0 I\,I_0 - \mu m g}{m} = \frac{(1{,}256 - 1)\cdot 10^{-3}}{10^{-2}}\text{N} = \underline{0{,}0256\text{ m/s}^2}\,..$$ 2 pont

b) ha $I = 5$ A, a keretre ható mágneses erő az előzőnek éppen fele $0{,}628 \cdot 10^{-3}$ N.
Így mivel F kisebb mint a súrlódási erő (amit most tekinthetünk a nyugalmi súrlódási erő maximális értékének), a körvezető nyugalomban marad. 4 pont

13. (Varga Zsuzsa)
$T_B = 1{,}5$ nap
$t = 3$ nap

$T_A = ?$

Legyen a magok száma kezdetben N_0. A bomlási törvényt felírva:

$N_A = N_0\, 2^{-\frac{t}{T_A}}$, és $N_B = N_0\, 2^{-\frac{t}{T_B}}$. 6 pont

Másrészt a feladat szerint $N_A = 3N_B$. Behelyettesítve:

$$2^{-\frac{t}{T_A}} = 3 \cdot 2^{-\frac{t}{T_B}}.$$ 4 pont

Mindkét oldal logaritmusát véve $-\frac{t}{T_A}\ln 2 = \ln 3 - \frac{t}{T_B}\ln 2$. Ebből

$$T_A = \left(\frac{1}{T_B} - \frac{\ln 3}{t \cdot \ln 2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{1{,}5\,\text{nap}} - \frac{\ln 3}{3\,\text{nap} \cdot \ln 2}\right)^{-1} = \underline{7{,}23\text{ nap}}.$$ 10 pont