1. (Varga Zsuzsa)

$s = 60$ km

$v_{\text{átl}} = 40\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$s_1 = \frac{s}{4} = 15$ km, $v_1 = 25\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$s_2 = 32$ km, $v_2 = 2{,}5 \cdot v_1 = 62{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

---

a) $v_3 = ?$
b) $t = ?$

b) Fennáll, hogy $v_{\text{átl}} = \frac{s}{t}$, ebből

$t = \frac{s}{v_{\text{átl}}} = \frac{60\,\text{km}}{40\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \underline{\underline{1{,}5\ \text{h}}}$ *4 pont*

a teljes út megtételéhez szükséges idő.

a) Az első szakasz megtételéhez szükséges idő: $t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{15\,\text{km}}{25\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}6$ h. *4 pont*

A második szakasz megtételéhez szükséges idő: $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{32\,\text{km}}{62{,}5\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}512$ h. *4 pont*

Eszerint a harmadik szakaszra marad: $t_3 = t - t_1 - t_2 = 1{,}5\ \text{h} - 0{,}6\ \text{h} - 0{,}512\ \text{h} = 0{,}388$ h. *2 pont*

A harmadik szakasz hossza: $s_3 = s - s_1 - s_2 = 60\ \text{km} - 15\ \text{km} - 32\ \text{km} = 13$ km. *2 pont*

Így a harmadik szakasz átlagsebessége: $v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{13\,\text{km}}{0{,}388\,s} = \underline{\underline{33{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$. *4 pont*

2. feladat:

Adatok: $\rho_{\text{víz}}$= 1000 kg/m$^3$, $\rho=\rho_{\text{víz}}/4$= 250 kg/m$^3$, $d$ = 1 m, $r$ = 0,5 m 2+2 pont

Számítsuk ki, hogy mekkora lesz a súlya egy ilyen gömbnek:

térfogata: $V = \frac{4r^3\pi}{3} = 0{,}523\ \text{m}^3$. 4 pont

Tömege: $m = \rho \cdot V = 130{,}8\ \text{kg}$. 4 pont

Súlya: $G = m \cdot g = \frac{\rho_{víz}}{4}\frac{4r^3\pi}{3} g \approx 1308\ \text{N}$. (Ezt nem kell feltétlenül kiszámítania).

Ekkora súlyú és ilyen alakú testet nem valószínű, hogy bárki is fel tudna emelni. Az erőemelő versenyeken ugyan emelnek ennél nehezebb golyókat is, de azok átmérője sokkal kisebb, mert anyaguk sűrűsége a víz sűrűségének többszöröse.

A második kérdésre adott válasz legyen érthetően megfogalmazott mondat, reális tartalommal (pl. (8-10 kg tömegű,) 80-100 N súlyú) 4 pont

3. feladat:

Adatok: $P$= 2 kW, $C$= 400 J/K, $m_1$= 1 kg, $T_1$= 20 ºC, $m_2$= 0,5 kg, $T_2$= 100 ºC, $c_{\text{víz}}$= 4,2 kJ/kg, t= 13 min= 780 s

Azt feltételezhetjük, hogy a kanna fűtőszála elég gyorsan felforralja a vizet, és a hiányzó víz 100 ºC-on elforrt, vagyis a maradék víz tekinthető 100 ºC-nak.

Az elektromos munka:

$W = P \cdot t = 1{,}56\ \text{MJ}$, 4 pont

Ebből

$W_1 = c_{víz} m_1 \left(T_2 - T_1\right) = 336\ \text{kJ}$ a víz felmelegítésére fordítódó rész, 4 pont

$W_2 = C(T_2 - T_1) = 32,0\ \text{kJ}$ az edény felmelegítésére fordítódó rész, 3 pont

A megmaradó $W_3 = W - W_1 + W_2 = 1,192\ \text{MJ}$ fordítódik a 0,5 kg víz elpárologtatására.

5 pont

Ezért 1 kg 100 ºC-os víz elpárologtatására, szükséges hő $2W_2$= 2,384 MJ, mely számértékileg megegyezik az un. párolgáshővel ( $L_f = 2,384\ \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.) 4 pont

4. (Varga Zsuzsa)
$d$ = 0,85 m
$f$ = 3000/min = 50 1/s
$\Delta\alpha$ = 25,4° = 0,44 rad

---

$v$ = ?

A korongok szögsebessége: $\omega = 2\pi f = 2\cdot\pi\cdot 50\ \text{s}^{-1} = 314\ \text{s}^{-1}$. *2 pont*

A korongok szögelfordulásából a repülés ideje meghatározható: $t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$. *5 pont*

Ezalatt a lövedék $d$ távolságot tesz meg: $d = v\cdot t$ . *5 pont*

A két egyenletből $v = \omega\cdot\frac{d}{\Delta\alpha} = 314\ \frac{1}{\text{s}}\cdot\frac{0,85\,\text{m}}{0,44\,\text{rad}} = \underline{\underline{606,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ a lövedék sebessége. *8 pont*

Megjegyzés: Lehetséges, hogy a korongok szögelfordulása $\Delta\alpha + n\cdot 2\pi$, ahol $n$ egész szám.
Így a sebességre $n = 1$ esetben még megfelelő érték adódik:

$$v = \omega\cdot\frac{d}{\Delta\alpha + 2\pi} = 314\ \frac{1}{\text{s}}\cdot\frac{0,85\,\text{m}}{6,723\,\text{rad}} = \underline{\underline{39,7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}\ .$$

Ez is helyes megoldás. Bármelyik értékért a 8 pont megadható.

5. feladat:
Adatok: A becslési feladathoz tegyük fel, hogy a hőmérséklet $T$= 273 K, és a légköri nyomás $p_0$=101,3 kPa. Használjuk fel, hogy a normál állapotú levegő sűrűsége: $\rho_0$= 1,2928 kg/m$^3$.
Továbbá a tömlő térfogata (állandó) $V$. 8 pont

Először gondolatban töltsük meg az állandó térfogatú tömlőt $p_0$ normál állapotú levegővel, az ehhez szükséges levegő tömegét jelöljük $m_0$-al, majd pumpáljuk fel a tömlőt $3p_0$ nyomásúra, az ehhez szükséges levegő tömege legyen $m$:

$$\frac{p_0 V}{T_0} = N_0 k = \frac{m_0}{M_{lev}} R\text{, továbbá } \frac{3p_0 V}{T_0} = Nk = \frac{m}{M_{lev}} R.$$ 5 pont

Innen: $N = 3N_0$, illetve $m = 3m_0$.

A háromszoros nyomás érdekében a tömlőbe háromszoros levegőt kell pumpálni.

3 pont

A levegő sűrűsége: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{3m_0}{V} = 3\frac{m_0}{V} = 3\rho_0 = 3,88\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. 4 pont

6. (Varga Zsuzsa)
$t_1 = 20$ °C
$l_r = 2$ m
$l_a = 1$ m
$d = 1{,}3$ mm $= 1{,}3\cdot10^{-3}$ m
$\alpha_r = 1{,}62\cdot10^{-5}\ \frac{1}{°C}$, $\alpha_a = 2{,}39\cdot10^{-5}\ \frac{1}{°C}$

---

a) $t$ = ? (nincs hézag)
b) $d_0$ = ?, $t_0 = 0$ °C

a) $t$ hőmérsékleten a rudak hosszváltozása:
$\Delta l_r = l_r\ \alpha_r \Delta t$, és $\Delta l_a = l_a\ \alpha_a\ \Delta t$, *2 pont*
ahol $\Delta t = t - t_1$.
Mivel a hézag éppen eltűnt, fennáll, hogy
$d = \Delta l_r + \Delta l_a$ . *4 pont*
Ebből

$$\Delta t = \frac{d}{l_r\alpha_r + l_a\alpha_a} = \frac{1{,}3\cdot10^{-3}\ \text{m}}{2\,\text{m}\cdot1{,}62\cdot10^{-5}\ \frac{1}{°\text{C}} + 1\,\text{m}\cdot2{,}39\cdot10^{-5}\ \frac{1}{°\text{C}}} = 23{,}1\ °\text{C},$$

azaz $t = t_1 + \Delta t$ = $\underline{\underline{43{,}1\ °C}}$-on tűnik el a hézag. *4 pont*

b) 0 °C-n a rudak rövidebbek lesznek, az egyes hosszváltozások:
$\Delta x_r = l_r\ \alpha_r\ (t_0 - t_1) = -\ l_r\ \alpha_r\ t_1 =$
$= -\ 2\ \text{m}\cdot1{,}62\cdot10^{-5}\ \frac{1}{°C}\cdot20\ °C = -64{,}8\cdot10^{-5}\ \text{m} = -0{,}648$ mm, *3 pont*
$\Delta x_a = l_a\ \alpha_a\ (t_0 - t_1) = -\ l_a\ \alpha_a\ t_1 =$
$= -\ 1\ \text{m}\cdot2{,}39\cdot10^{-5}\ \frac{1}{°C}\cdot20\ °C = -47{,}8\cdot10^{-5}\ \text{m} = -0{,}478$ mm *3 pont*
Így a hézag nulla fokon
$d_0 = d - \Delta x_r - \Delta x_a = 1{,}3$ mm $+ 0{,}648$ mm $+ 0{,}478$ mm = $\underline{\underline{2{,}426\ \text{mm}}}$. *4 pont*

7. (Varga Zsuzsa)
$Q = 31{,}4$ J
$p = 1{,}57\cdot10^4$ Pa = állandó
$V_1 = 0{,}3\cdot10^{-3}\ \text{m}^3$ , $V_2 = 0{,}8\cdot10^{-3}\ \text{m}^3$
$\Delta V = 0{,}5\cdot10^{-3}\ \text{m}^3$

---

a) $\Delta E$ = ?
b) Mi ez a gáz?

a) A folyamat izobar, így kiszámíthatjuk a gáz által végzett munkát:
$W = -p\Delta V = -\ 1{,}57\cdot10^4\ \text{Pa}\cdot0{,}5\cdot10^{-3}\ \text{m}^3 = 7{,}85$ J. *6 pont*
Az I. főtétel szerint:
$\Delta E = Q + W = 31{,}4$ J $- 7{,}85$ J = $\underline{\underline{23{,}55\ \text{J}}}$. *6 pont*

b) A válaszhoz meghatározzuk pl. a szabadsági fokot:
$Q = \frac{f+2}{2} nR\Delta T$, és $W = nR\Delta T$,
(vagy $\Delta E = \frac{f}{2}\ nR\Delta T$) felhasználásával:

$$f = \frac{2Q}{W} - 2 = \frac{2\cdot31{,}4\ \text{J}}{7{,}85\ \text{J}} - 2 = \underline{\underline{6}}.$$ *6 pont*

Tehát a gáz többatomos, pl. ammónia vagy metán lehet. *2 pont*
Másik lehetőség a kétféle hőkapacitás, illetve a kétféle fajhő hányadosának meghatározása
Mivel $Q = C_p\ \Delta T$, és $\Delta E = C_V\ \Delta T$ , így:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_V} = \frac{c_p}{c_V} = \frac{Q}{\Delta E} = \frac{31{,}4\,\mathrm{J}}{23{,}55\,\mathrm{J}} = 1{,}33.$$

Ez a többatomos gázokra jellemző, lehet a gáz pl. metán vagy ammónia.

7. (Varga Zsuzsa)
$t = 20$ cm, $t < f$
$d$ =15 cm

---

a) $f$ =?
b) $N$ = ?

a) Írjuk fel a leképezési törvényt a gömbtükörre:

$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$. Ebből fejezzük ki a képtávolságot:

$k = \frac{ft}{t-f} < 0$ (nem valódi kép keletkezik), *4 pont*

azaz $|k| = \frac{ft}{f-t}$.

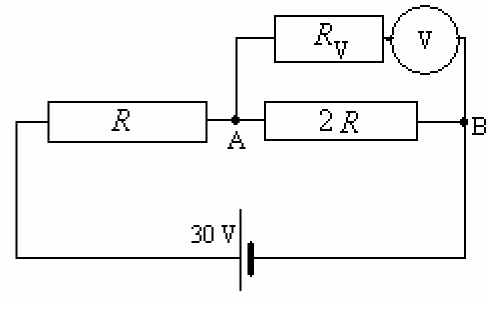
A síktükör esetén a leképezésre fennáll, hogy $|k_t| = t$. *2 pont*
A feltétel szerint: $|k| - |k_t| = d$. *4 pont*
Behelyettesítve.

$\frac{ft}{f-t} - t = d$, ebből $f = \frac{t(t+d)}{d} = \frac{20\,\mathrm{cm}\cdot(20\,\mathrm{cm}+15\,\mathrm{cm})}{15\ \mathrm{cm}} = \underline{\underline{46{,}67\ \mathrm{cm}}}$. *5 pont*

b) A nagyítás $N = \frac{k}{t} = \frac{f}{t-f} = \frac{46{,}6\,\mathrm{cm}}{20\,\mathrm{cm} - 46{,}6\,\mathrm{cm}} = \underline{\underline{-1{,}75}}$. *5 pont*

9. feladat:
A külső ellenállások mellett a telep belső ellenállása elhanyagolható, amely néhány Ω szokott lenni.
Jelölések: $R$= 50 kΩ, $U$= 30V

A voltmérő az AB pontok közötti feszültséget méri.




Először határozzuk meg az eredő ellenállást, és a főágban folyó áramot:

$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R_V}$, innen $R_{AB} = \frac{2R\cdot R_V}{2R+R_V}$,

$R_{eredő} = R + R_{AB}$, és $I = \frac{U}{R_{eredő}}$.

A mért feszültség: $U_{AB} = U - I\cdot R$.

a) $R_V$=$R$

Ebben az esetben: $R_{AB} = \frac{2R\cdot R}{2R+R} = \frac{2}{3}R$, $R_{eredő} = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$, $I = \frac{3U}{5R}$,

$U_{AB} = U - \frac{3}{5}U = \frac{2}{5}U = 12$ V. 10 pont

b) $R_V$=10$R$

Ebben az esetben: $R_{AB} = \frac{2R\cdot 10R}{2R+10R} = \frac{5}{3}R$, $R_{eredő} = R + \frac{5}{3}R = \frac{8}{3}R$, $I = \frac{3U}{8R}$,

$$U_{AB} = U - \frac{3}{8}U = \frac{5}{8}U = 18{,}75\ \text{V}.$$ 10 pont

Megjegyzés: A számításokból látható, hogy milyen nagy jelentősége van a voltmérő belső ellenállásának. Az áramkörben folyó áramot és a fogyasztókra eső feszültséget lényegesen megváltoztatja a terhelő ellenálláshoz képest nem túl nagy belső ellenállású voltmérő alkalmazása.

10. (Varga Zsuzsa)

$\alpha = 30°$
$F = 105$ N
$m$ =65 kg,
$\mu = 0{,}15$
$s = 125$ m

---

a) $v$ = ?
*b)* $t$ = ?

a) Munkatétellel rögtön kapjuk a sebességet a lejtő alján.

$h = s \sin\alpha = \dfrac{s}{2}$.

$\dfrac{1}{2}mv^2 = mgh + F{\cdot}s - F_S{\cdot}s$ . *6 pont*

A súrlódási erő $F_s = \mu\, mg{\cdot}\cos\alpha$ (= 0,15·65 kg·9,81 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ·cos 30°=82,83 N).

$$v = \sqrt{\frac{2(mgh + Fs - F_s s}{m}} = \sqrt{\frac{2(65\,\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 62{,}5\,\text{m} + 105\,\text{N}\cdot 125\,\text{m} - 82{,}83\,\text{N}\cdot 125\,\text{m})}{65\,\text{kg}}}$$

$v = \underline{\underline{36{,}22\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ a test sebessége a lejtő alján. *2 pont*

b) A test gyorsulása a lejtőn a mozgásegyenletből:

$$a = \frac{1}{m}(mg\sin\alpha + F - \mu mg\cos\alpha) = g\sin\alpha + \frac{F}{m} - \mu\, g\cos\alpha =$$

$$= 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\sin 30° + \frac{105\,\text{N}}{65\,\text{kg}} - 0{,}15\cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\cos 30° = 5{,}25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$ *8 pont*

A mozgás ideje: $t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{36{,}21\frac{\text{m}}{\text{s}}}{5{,}25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \underline{\underline{6{,}9\ \text{s}}}$. *4 pont*

Megjegyzés: Természetesen a gyorsulás ismeretében a sebesség is meghatározható

$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2\cdot 5{,}25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 125\,\text{m}} = 36{,}23\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. *8 pont*

11. feladat:

Adatok: $l$ = 5m, $d$= 2 mm, $v_{\text{max}}$= 7 m/s, g= 10 m/s$^2$

A test kilendítésekor körpályán fog mozogni, melynek dinamikai feltétele azeredő erőre:

$F_{eredő} = m\dfrac{v^2}{l} = F_{kötél} - F_{g,l}$, ahol $F_{\text{kötél}}$ a kötélben ébredő erő, $F_{\text{g,l}}$ a nehézségi erő kötél irányú összetevője. Az eredő erő a pálya legmélyebb pontján maximális, hiszen itt a legnagyobb a sebesség, a szükséges kötélerő biztosan ekkor a legnagyobb, mert ekkor a nehézségi erő kötélirányú. A kötélben ébredő erő nagyobb, mint egyensúlyi helyzetben, ezért szakadhat el a kötél. 8 pont

Ha már kicsi kitérítéskor elszakad a fonál, akkor a fonálban fellépő húzófeszültség:

$p_{húzó} = \frac{F_{kötél}}{\frac{d^2}{4}\pi}$ meghaladja a megengedett értéket (szakítószilárdságot). A feszültség fordítottan arányos a huzal keresztmetszetével. 2 pont

Vagyis addig nem szakad el a fonál, amíg: $p_{húzó} \le \frac{mg}{\frac{d^2}{4}\pi}$. 2 pont

A második huzalon a legmélyebb pontban $v_{\max}$ sebességgel lengő testre ható eredő erő:

$F^* = m\frac{v_{\max}^2}{l} = F^*_{kötél} - mg$, innen a fellépő kötélerő: $F^*_{kötél} = m\frac{v_{\max}^2}{l} + mg$, 4 pont

A szükséges átmérő esetén :

$p_{húzó} = \frac{m\frac{v_{\max}^2}{l} + mg}{\frac{d_{új}^2}{4}\pi} \le \frac{mg}{\frac{d^2}{4}\pi}$, innen, $\frac{d_{új}}{d} \ge \sqrt{1 + \frac{v_{\max}^2}{gl}}$ =1,41, $d_{új} \ge$ 2,83 mm. 4 pont

A másik szál átmérője nem lehet kisebb, mint 2,83 mm.

12. feladat:

Adatok: $\lambda$= 500 nm, $c$= $3\cdot 10^8$ m/s, $h$= $6{,}62\cdot 10^{-34}$Js, $P$= 100 W, $t$ =1 s, $\eta$= 1%, $d$ = 2 m.

Egyetlen foton energiája:

$\varepsilon = h\cdot\nu = h\frac{c}{\lambda} = 3{,}972\cdot 10^{-19}\,J$ (, a foton frekvenciája: $\nu = 6\cdot 10^{14}\,Hz$ ). 4 pont

A foton impulzusa:

$I = \frac{\varepsilon}{c} = 1{,}324\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. 4 pont

Az 1 s alatt (a teljes térszögbe) minden irányban kibocsátott látható fotonok száma:

$N_f = \eta\frac{P\cdot t}{\varepsilon} = 2{,}52\cdot 10^{18}$. 4 pont

A fényforrástól d távolságra képzeljünk el egy q felületdarabot, melyet a fény merőlegesen világít meg. Erre a felületre a fotonoknak csak egy része jut:

$N = \frac{q}{4d^2\pi}N_f$, *ahol* $4d^2\pi$ egy olyan gömbnek a felszíne, amely középpontjában a fényforrás van, és a felülete érinti azt a fekete testet, amelyen a $q$ területet kijelöltük. 4 pont

A fotonok a fekete test felületén elnyelődnek, ezért ott az impulzusuk 0-ra csökken, ezért nyomást fejtenek ki a testre:

$p = \frac{\Delta I}{t}\frac{1}{q} = \frac{N\cdot|0-I|}{t\cdot q} = \frac{N_f I}{4d^2\pi t} = 6{,}63\cdot 10^{-11}\,\mathrm{Pa}$. 4 pont