

1. $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$ $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$ $s_2 = 32 \text{ m}$
 $t = ?$ $v_1 = ?$ $v_2 = ?$ $s_0 = ?$

$$s_2 = a_2/2 \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s_2}{a_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 32}{1}} = \underline{8 \text{ s}} \quad (5 \text{ p})$$

$$v_1 = a_1 t = 2 \cdot 8 = \underline{16 \text{ m/s}} \quad (5 \text{ p})$$

$$v_2 = a_2 t = 1 \cdot 8 = \underline{8 \text{ m/s}} \quad (5 \text{ p})$$

$$s_1 = a_1/2 \cdot t^2 = 2/2 \cdot 64 = 64 \text{ m}$$

$$s_0 = s_1 - s_2 = 64 \text{ m} - 32 \text{ m} = \underline{32 \text{ m}} \quad (5 \text{ p})$$

2. $v_1 = 190,8 \text{ km/h} = 53 \text{ m/s}$ $v_2 = 126 \text{ km/h} = 35 \text{ m/s}$ $v_3 = 270 \text{ km/h} = 75 \text{ m/s}$ $\Delta t = 0,3 \text{ s}$ $a_f = -25 \text{ m/s}^2$ $a_{gy} = 25 \text{ m/s}^2$

A grafikonok elkészítéséhez szükséges idők:

a fékezés: $t_f = (v_2 - v_1)/a_f = \underline{0,72 \text{ s}}$; a gyorsítás: $t_{gy} = (v_3 - v_2)/a_{gy} = \underline{1,6 \text{ s}}$

elől haladó

hátral haladó (10 p)

Az első mérőpontnál a távolságuk: $d_0 = v_1 \Delta t = 15,9 \text{ m}$. Majd a grafikonról láthatóan csökken a távolságuk, addig, amíg sebességük a minimális lesz, majd az ezt követő 0,2 s múlva újra nő távolságuk mindaddig, amíg mindkettő eléri a v_3 sebességet. Mivel a pálya bármely kiválasztott pontjára 0,3 s különbséggel érkeznek: $d_{\min} = v_2 \cdot \Delta t = \underline{10,5 \text{ m}}$, $d_{\max} = v_3 \cdot \Delta t = \underline{22,5 \text{ m}}$ (5 p)

(5 p)

3. $\alpha = 20^\circ$

A kivágott szelet súlypontja

$$s \approx 2/3 r \quad (s = 2/3 r \cdot \cos 10^\circ) \quad (5 \text{ p})$$

$$m' = 20^\circ/360^\circ \cdot m = 1/18 m = 0,056 \text{ m}. \quad (5 \text{ p})$$

$$(m - m')x = m' \cdot s$$

$$x = s \cdot m' / (m - m') = 2/3 \cdot r \cdot 0,056 / 0,944$$

$$\underline{x = 0,04 r}$$

A súlypont (tömegközéppont) 4%-kal tolódott el. (10 p)

4.

$$\omega = 6 \text{ 1/s}$$

$$\mu_t = 0,5$$

$$\underline{g = 10 \text{ m/s}^2}$$

$$r = ?$$

A test megcsúszhat befelé vagy kifelé.

Az asztalhoz rögzített rendszerben felírva az erők egyensúlyát:

$$(1) \quad K = mg, \quad S \leq \mu mg \quad (4 \text{ p})$$

Ha befelé akar megcsúszni:

$$K = F_{cf} + S \Rightarrow S = K - F_{cf} = mg - m\omega^2 r$$

$$mg - m\omega^2 r \leq \mu mg$$

$$\frac{g}{\omega^2} (1 - \mu_t) \leq r \quad r_{\min} = \frac{g}{\omega^2} (1 - \mu_t) = \underline{0,14 \text{ m}} \quad (8 \text{ p})$$

Ha kifelé akar megcsúszni:

$$K + S = F_{cf}$$

$$S = F_{cf} - K = m\omega^2 r - mg$$

$$m\omega^2 r - mg \leq \mu mg$$

$$r \leq \frac{g}{\omega^2} (1 + \mu_t)$$

$$r_{\max} = \frac{g}{\omega^2} (1 + \mu_t) = \underline{0,42 \text{ m}} \quad (8 \text{ p})$$

5.

$$V = 210 \text{ mm}^3$$

$$d = 0,2 \text{ mm}$$

$$\beta_{Hg} = 1,82 \cdot 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

$$\alpha_{\tilde{u}} = 8,33 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

A hőmérő egy nagy térfogatú tartályból és egy kapilláris csőből áll. A higany nagy része a tartályban van, tegyük fel, hogy elhanyagolható a tartályon kívüli higany mennyisége. Külön tekintsük a V térfogatú üvegtartály és a cső tágulását, továbbá a higanyét:

a tartályból $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ hőmérsékletváltozásra távozó higany térfogata:

$$\Delta V = V(1 + \beta_{Hg}\Delta T) - V(1 + 3\alpha_{\tilde{u}}\Delta T) = V(\beta_{Hg} - 3\alpha_{\tilde{u}})\Delta T = \underline{0,033 \text{ mm}^3} \quad (10 \text{ p})$$

Ez T hőmérsékleten $l(T)$ hosszú csőben fér el:

$$\Delta V = \left(\frac{d(T)}{2}\right)^2 \Pi \cdot l(T) = d^2 \cdot (1 + 2\alpha_{\tilde{u}}T)/4 \cdot \Pi \cdot (1 + \alpha_{\tilde{u}}T)$$

Mivel $\alpha_{\tilde{u}} \ll 1$, ezért $\Delta V \approx d^2/4 \cdot \Pi \cdot 1$

Innen $1 = 1,05 \text{ mm/}^\circ\text{C}$ lesz a beosztás. (10 p)

6. $d = 25 \text{ cm}$ $r = 12,5 \text{ cm}$ $V_1 = 0,1 \text{ m}^3$ $p_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$ $p_2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $T_1 = T_2$
 $N = ?$

$$p_1 V_1 = (N V_2 + V_1) p_2, \text{ ahol } V_2 = 4r^3 \pi / 3 = 8,17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$N = \frac{p_1 - p_2}{p_2} \frac{V_1}{V_2} = 1517,7$$

Összesen 1517 léggömböt lehet megtölteni.

Pontozás:

V_2 értékére 2 pont

ha elfeledkezik arról, hogy a palackban is marad gáz, akkor összesen 8 pont

minden hibátlan \Rightarrow 20 pont

7. $V_1 = 3 \text{ l}$ $V_2 = 5 \text{ l}$ $p_1 = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $p_2 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $T_1 = 80^\circ\text{C} = 353 \text{ K}$ $T_2 = 5^\circ\text{C} = 278 \text{ K}$ $T = 23^\circ\text{C} = 296 \text{ K}$

Gondolatban kitágítjuk a gázokat 8 l-re. Az így létrejövő p' és p'' parciális nyomásokat összeadva:

$$p' = \frac{p_1 V_1}{T_1} \frac{T}{V_1 + V_2}, \quad p'' = \frac{p_2 V_2}{T_2} \frac{T}{V_1 + V_2} \Rightarrow p = p' + p'' = \left(\frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} \right) \frac{T}{V_1 + V_2} = \underline{7,78 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \quad (10 \text{ p})$$

Az egyes tartályokban lévő anyagmennyiségek a $pV = nRT$ összefüggésből (vagy a normál állapotú gáz térfogatából) kezdetben:

$$n_1 = 2,26 \text{ mol}, \quad n_2 = 0,28 \text{ mol}, \quad n_3 = 2,54 \text{ mol} \quad (5 \text{ p})$$

később:

$$n'_1 = 3/8 \cdot n_3 = 0,95 \text{ mol} \quad \Delta n_1 = \underline{-1,31 \text{ mol}} \quad \Delta m = \underline{41,6 \text{ g}} \quad (5 \text{ p})$$

A 3 literes tartályból 1,31 mol, azaz 41,6 g oxigén távozott.

8. $p_0 = 10^5 \text{ Pa} = p$ $V_0 = 1 \text{ m}^3$ $V = V_0/2$ $c_v = 20 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$

$Q = ?$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W$$

$$W = p(V_0 - V) = p_0 V_0 / 2 = 10^5 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}^3 / 2 = \underline{50 \text{ kJ}} \quad (5 \text{ p})$$

$$\Delta U = c_v \cdot n \cdot \Delta T, \quad n \Delta T \text{ megadható}$$

$$\text{Az állapotegyenletből: } p_0 V_0 = n R T_1, \quad p_0 V = n R T_2 \Rightarrow p_0 (V_0 - V) = n R (T_2 - T_1) = n R \Delta T \Rightarrow n \Delta T = -p_0 V_0 / (2R)$$

$$\text{Ezzel } \Delta U = - \frac{p_0 V_0}{2} \cdot \frac{c_v}{R} \quad (10 \text{ p})$$

$$Q = - \frac{p_0 V_0}{2} \cdot \frac{c_v}{R} - p_0 V_0 / 2 = -p_0 V_0 / 2 (c_v / R + 1) = -10^5 \text{ Pa} \cdot 0,5 \text{ m}^3 / 2 (20 / 8,31 + 1) = \underline{-170,3 \text{ kJ}} \quad (5 \text{ p})$$

9.

$$C = 10 \mu\text{F}$$

$$E_1 = 1 \text{ V}$$

$$E_2 = 3 \text{ V}$$

$$R_1 = 0,2 \Omega$$

$$R_2 = 0,4 \Omega$$

Kezdetben a jobboldali körben addig folyik áram, amíg a kondenzátor feszültsége egyenlő lesz E_2 -vel:

$$Q_1 = C \cdot E_2 = \underline{30 \mu\text{C}} \quad (8 \text{ p})$$

A kapcsoló zárása után, ha kialakult az állandó állapot, akkor a külső körben állandó áram folyik (mintha C ott sem lenne): $E_2 - E_1 = I \cdot (R_1 + R_2) \Rightarrow I = 3,33 \text{ A}$.

$$\text{Így } U_{AB} = E_2 - I \cdot R_2 = 1,67 \text{ V. Ekkor a kondenzátor töltése: } Q_2 = C \cdot U_{AB} = \underline{16,7 \mu\text{C}}. \quad (8 \text{ p})$$

Mindkét esetben az alsó lemez töltése pozitív:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \underline{-13,3 \mu\text{C}} \text{ (csökken a töltés)} \quad (4 \text{ p})$$

10. $\alpha = 60^\circ$

$$B = 1 \text{ T}$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$l_0 = 0,5 \text{ m}$$

$$r = 0,1 \Omega/\text{m}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$U(t) = ?$$

$$I(t = 5 \text{ s}) = ?$$

$$U = B l v = B (l_0 + vt \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}) v = B l_0 v + \frac{2}{\sqrt{3}} B v^2 t$$

$$U = 1 \cdot 0,5 \cdot 2 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 4 \cdot t$$

$$\underline{U = 1 + 4,619 \cdot t \text{ (V)}} \quad (10 \text{ p})$$

$$R = 3 r l$$

$$I(t) = U/R = Bvl/(3rl) = Bv/(3r) = \text{állandó}$$

$$I = 1 \cdot 2 / (3 \cdot 0,1) = \underline{6,67 \text{ A}} \quad (10 \text{ p})$$

\leq