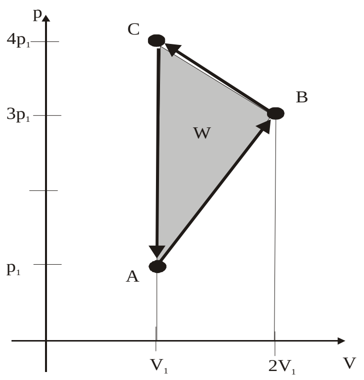
MEGOLDÁSOK

Tornyai Sándor Országos Fizikai Feladatmegoldó Verseny a református középiskolák számára
Hódmezővásárhely, Bethlen Gábor Református Gimnázium
2001. március 31.

1. Kezdetben T_1=300 K, p_1 =6·10^6 Pa, N_1 db molekula.
Végállapotban T_2=310 K, p=?, N_2=0,8·N_1 db molekula, V=állandó.
Az állapotegyenletek: $p_1V=N_1kT_1$ és $p_2V=N_2kT_2$. A két egyenletet elosztva egymással:

$$p_2 = p_1 \frac{N_2T_2}{N_1T_1} = 6\cdot 10^6 \cdot 0{,}8\cdot \frac{310}{300}\,\text{Pa} = \underline{\underline{4{,}96\cdot 10^6\,\text{Pa}}}\,.$$

2. A három állapot jellemzői az ábrából és az állapotegyenlet alapján:



	A	B	C
p (10^5 Pa)	2	6	8
V (m^3)	2	4	2
T (K)	300	1800	1200

f=5, $Nk=pV/T$=4/3·10^3 J/K.

a) A p-V diagram alapján az egyes folyamatokban végzett munkák:
W_{AB}= –(p_1+3p_1)V$_1$/2=2 p_1V_1= –8·10^5 J,
W_{BC}=(3p_1+4p_1)V$_1$/2=3,5 p_1V_1=14·10^5 J, W_{CA}=0
A gázon végzett összes munka: $W=W_{AB}+W_{BC}+W_{CA}$=$\underline{6\cdot 10^5\text{ J}}$

b) Az egyes folyamatokhoz tartozó hőket az I. főtételből határozhatjuk meg.

$Q_{AB}=\Delta E_{AB}-W_{AB}=\dfrac{f}{2}Nk(T_B-T_A)-W_{AB}=\underline{58\cdot 10^5\text{ J}}$, $Q_{BC}=\Delta E_{BC}-W_{BC}=\dfrac{f}{2}Nk(T_C-T_B)-W_{BC}=\underline{-34\cdot 10^5\text{ J}}$,

$Q_{CA}=\Delta E_{CA}-W_{CA}=\dfrac{f}{2}Nk(T_A-T_C)-0=\underline{-30\cdot 10^5\text{ J}}$.

3. V_1=3·10^{-3} m^3, V_2=4·10^{-3} m^3, $T_1=T_2$=273 K, $p_1=p_2$=10^5 Pa.
Melegítés után $V'_1=V_1+x$, $V'_2=V_2-x$, T'_1=303 K, T'_2=293 K, $p'_1=p'_2=p$.
Továbbá f=5, ΔT_1=30 K, ΔT_2=20 K.

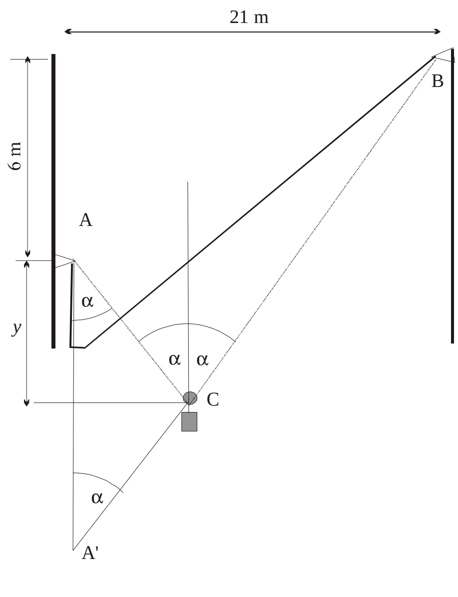
Felírva az állapotegyenleteket: $\dfrac{p(V_1+x)}{T'_1}=\dfrac{p_1V_1}{T_1}$, $\dfrac{p(V_2-x)}{T'_2}=\dfrac{p_1V_2}{T_1}$, majd a két egyenletet elosztva egymással x-re kapjuk, hogy $x=\dfrac{BV_2-V_1}{1+B}$ =0,058 l, ahol $B=\dfrac{V_1T'_1}{V_2T'_2}=0{,}776$.

Az új állapotjelzők: $\underline{V'_1\text{=3,058 l}}$, $\underline{V'_2\text{=3,942 l}}$, $p=\dfrac{p_1V_1}{T_1}\cdot\dfrac{T'_1}{V'_1}$ =$\underline{1{,}089\cdot 10^5\text{ Pa}}$.

b) A rendszer belső energiájának megváltozása: $\Delta E=\dfrac{f}{2}\left[\dfrac{p_1V_1}{T_1}\Delta T_1+\dfrac{p_1V_2}{T_1}\Delta T_2\right]$=155,67 J. Mivel a gázon végzett munkák összege 0, a rendszer fölmelegítéséhez szükséges hő: $Q=\Delta E$=$\underline{\underline{155{,}67\text{ J}}}$.

4. A rúd hőmérsékletének Δt-vel való emeléséhez szükséges hő: $\Delta Q=mc\Delta t$.
Ugyanezen hőmérsékletváltozás hatására a rúd ΔL-lel nyúlik meg:
$\Delta L=L\alpha\Delta t$. Figyelembe véve még, hogy a rúd tömege $m=\rho LA$, kiküszöbölve a Δt-t, kapjuk, hogy

$\boxed{\Delta Q=\dfrac{\Delta L\rho Ac}{\alpha}}$, azaz ΔQ arányos ΔL-lel, de nem függ L-től.



5. A kötél hossza L=5,2 m + $\sqrt{21^2+11{,}2^2}$ = 29 m.
a) Az egyensúlyi helyzet a csiga legmélyebb helyzete (a helyzeti energia minimuma).
Látható az ábrából, hogy az egyensúlyi helyzetben (C pont) a kötélszárak a függőlegessel egyenlő szöget zárnak be. Ha tükrözzük az A pontot a C-n átmenő vízszintes egyenesre, az $A'C$ és CB egy egyenesbe esik és $A'B$ éppen a kötél hossza. Pithagorasz tételéből:
$29^2 = 21^2 + (6 + 2y)^2$.

Ebből y= 7 m, tehát az egyensúlyi helyzet h=1,8 m-rel van a kiindulási helyzet alatt.

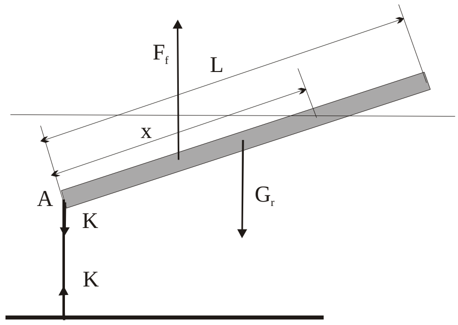
b) A csiga legnagyobb sebessége az energiamegmaradás tétele miatt a C pontban a legnagyobb. Azaz $v=\sqrt{2gh}$ =6 m/s.

6. Tegyük fel, hogy a tartály olyan nagy, hogy a vízszint változása elhanyagolható. Akkor H–h mélységben a víz kifolyási sebessége a Bernoulli-törvény szerint $v=\sqrt{2g(H-h)}$.

A vízszintes hajításra vonatkozó összefüggés szerint a hajítás x távolságára fennáll, hogy $h=\frac{g}{2v^2}x^2$. Ebbe helyettesítsük be v kifejezését, és fejezzük ki belőle x^2-et:
$x^2=4hH-4h^2=-4(h-H/2)^2+H^2$. Látható, hogy ennek a függvénynek a maximuma a $h=H/2$ helyen van, a legnagyobb vízszintes távolság pedig $x=H$.

7. $\rho=0{,}5\rho_v$, a rúd hossza L, keresztmetszete A, x hosszúságban merül a vízbe. A rúdra ható felhajtóerő $F_f=\rho_v xA$, a rúd súlya $G_r=L\rho Ag$. Felírva a forgatónyomatékok egyensúlyát az A pontra, egyszerűsítés után kapjuk, hogy $F_f\,x=G_r L$. Behelyettesítve F_f és G_r kifejezését:

$$x=\sqrt{\frac{\rho}{\rho_v}}\cdot L=0{,}707L.$$



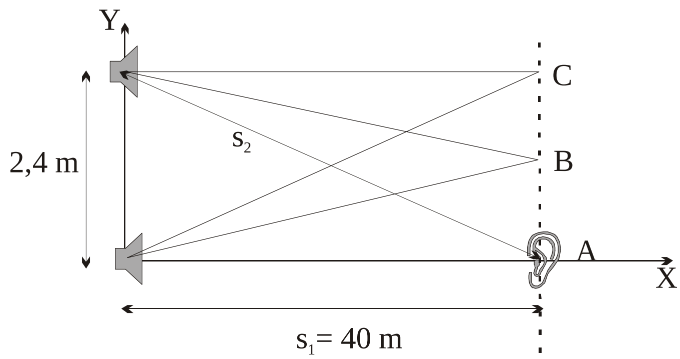
Tehát a rúdnak 0,293-ad része áll ki a vízből.
b) Írjuk a rúdra ható erők egyensúlyát is. Ebből a kötélben ébredő erő:
$K=F_f-G_r=G_r(\sqrt{2}-1)=0{,}414\,G_r$

8. Mindegy milyen magasak a házak, a vizet h=24 m magasra kell juttatni. A napi vízfelhasználás a városban V=50000·10 liter=$5\cdot10^3$ m^3. Ennyi víz helyzeti energiája $V\rho gh\approx1{,}2\cdot10^9$ J. A motorok mechanikai hatásfoka 80%, tehát a befektetett mechanikai energia $1{,}2\cdot10^9$ J/0,8=$1{,}5\cdot10^9$ J. Az elektromos hatásfok 92%, tehát $1{,}5\cdot10^9$ J/0,92=$1{,}63\cdot10^9$ J elektromos energia szükséges naponta. Ennek alapján az átlagos elektromos teljesítmény $1{,}63\cdot10^9/(24\cdot3600)$ W≈18,9 kW.

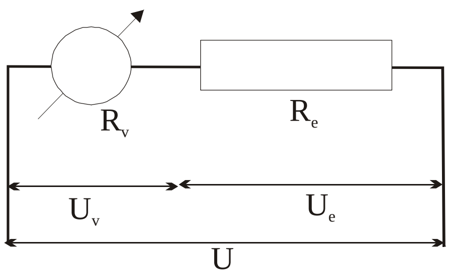
9. c=340 m/s, s_2=40,072 m.
A feladat szövege szerint az A pontban erősítés van. Ennek feltétele:
$s_2-s_1=k\lambda$, ahol k egész szám.

Ebből $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{c}{s_2-s_1}k$ =4722·k Hz.

b) Látható az ábrából, hogy ugyancsak erősítés van a C=(40, 2,4) pontban ugyenezen frekvenciákra. Viszont a B=(40, 1,2) pontban frekvenciától függetlenül mindig erősítés van.



10. R_v=1000 Ω, $R_{eö}$=9000 Ω
Legyen U a mérendő feszültség (most rendre 60 V, 150 V és 300 V), U_v a voltmérő maximális feszültsége, U_e az előtét-ellenálláson eső feszültség. Ekkor

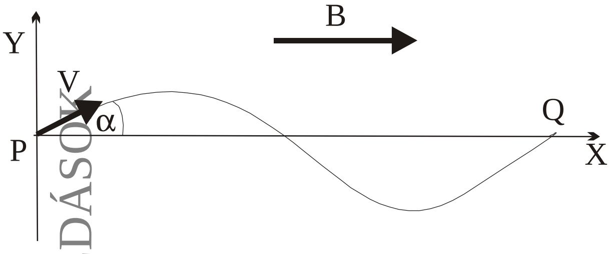


$U=U_v+U_e$, és $\frac{U_v}{U_e}=\frac{R_v}{R_e}$. Ezekből $\frac{R_e}{R_v}=\frac{U}{U_v}-1$. (*)

a) Az U= 300 V méréshatárnál a teljes előtét-ellenállás be van kötve, azaz $R_e=9R_v$. Így (*)-ból U_v= 30 V.
Ha U=60 V, akkor (*)-ból $R_{e1}=R_v$=1000 Ω.
Ha U=150 V, akkor (*)-ból $R_e=4R_v$, azaz R_{e2}=3000 Ω.
$R_{e3}=R_{eö}-R_{e1}-R_{e2}$=5000 Ω.

b) $\frac{R_v}{U_v}=\frac{R_e}{U_e}=\frac{1}{I}$ =állandó a műszer adataival adható meg.

11. U=10 kV, s=PQ=0,1 m.



Érkezzen az elektron a P pontba **B** irányával kicsiny α szöget bezáró **v** sebességgel: $v=\sqrt{2(e/m)U}$ =59,31·10^6 m/s.

Az elektron az x irányban egyenes vonalú egyenletes mozgást végez vcos α sebességgel, az y irányban körpályán mozogna, ha nem volna x irányú sebessége:

$$\frac{mv_y^{\ 2}}{R}=ev_yB \Rightarrow \omega=\frac{v_y}{R}=\frac{eB}{m},\ T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{(e/m)B}.$$

A körmozgás és az x irányú egyenletes mozgás összegeként az elektron csavarvonal mentén halad, és akkor megy át a Q ponton, ha PQ=$v$cosα nT, ahol n egész szám. Ha az α szög kicsi, akkor $PQ=nvT=n\dfrac{2\pi v}{(e/m)B}$. Innen $B=n\dfrac{2\pi v}{(e/m)s}$, adatokkal $\underline{\underline{B=n\cdot 2{,}12\cdot 10^{-2}\ \mathrm{T}}}$.