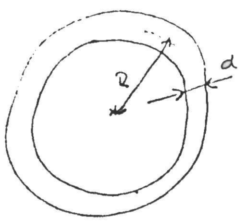
Református Középiskolák I. Országos Fizikai Feladatmegoldó Versenye

1997. március 22.

Megoldások

1.

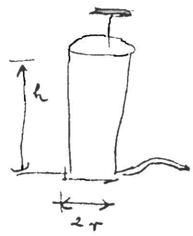


R = 30 cm   d = 3 cm

p = 3,75 · 10^5 Pa   r = 2 cm

h = 30 cm   r’ = 1 cm   h’ = 25 cm

N = ?   N’ = ?



$V_{gumi} \approx (d/2)^2\Pi\cdot(2R\Pi) = 1{,}5^2 \cdot 10^{-4}\ m^2 \,.\, 0{,}6\ m \cdot \Pi^2 = 1{,}33 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 1{,}33\ l$

$V_{pumpa} = r^2\Pi\cdot h = 0{,}02^2 m^2\Pi \cdot 0{,}3\ m = 0{,}377\cdot 10^{-3}\ m^3 = 0{,}377\ l$

$V'_{pumpa} = r'^2\Pi\cdot h' = 1\ cm^2 \cdot \Pi \cdot 25\ cm = 0{,}079\ dm^3$

V a gumi feltöltéséhez szükséges p_0 nyomású levegő térfogata:

$V.p_0 = V_{gumi}.p$

$$V = \frac{p}{p_0} V_{gumi} = \frac{3{,}75}{1} \cdot V_{gumi} = 4{,}99\ l$$

$N \approx V/V_{pumpa}$; $\underline{N = 14}$

$N' = V/V'_{pumpa}$; $\underline{N' = 64}$

2.

m_1 = 200 g t_1 = 20°C m_2 = 30 g t_2 = -5°C m_2' = 60 g   (L_o = 334 kJ/kg c_j = 2,09 kJ/(kg·°C) c_v = 4,18 kJ/(kg·°C))

$t_{közös}$ = ? m_j = ? m_v = ? t_k' = ? m_j' = ? m_v' = ?

Ha a t_1 hőmérsékletű vizet lehűtjük 0°C-ra, akkor felszabadul Q_1 hő:

$Q_1 = c_v\cdot m_1\cdot 20°C = 4{,}18\ kJ/(kg.°C) \cdot 0{,}2\ kg \cdot 20°C = 16{,}72\ kJ$

A jég 0°C-ra melegítéséhez szükséges hő:

$Q_2 = m_2 \cdot c_j \cdot 5°C = 2{,}09\ kJ/(kg.°C) \cdot 0{,}03\ kg \cdot 5°C = 313{,}5\ J$

$Q_2' = 2m_2 \cdot c_j \cdot 5°C = 2Q_2 = 627\ J$

A jég felolvasztásához szükséges hő:

$Q_3 = m_2 \cdot L_o = 0{,}03\ kg \cdot 334\ kJ/kg = 10{,}02\ kJ$

$Q_3' = 2Q_3 = 20{,}04\ kJ$

Végállapot:

$Q_1 > Q_2 + Q_3$, ezért $t_k > 0°C$

$$Q_1 - (Q_2 + Q_3) = (m_1 + m_2) \cdot c_v \cdot t_k \Rightarrow t_k = \frac{Q_1 - (Q_2 + Q_3)}{(m_1 + m_2)\cdot c_v} = \frac{6{,}3863kJ}{4{,}18\frac{kJ}{kg\cdot °C}\cdot 0{,}23kg} = \underline{\underline{6{,}64°C}}$$

$\underline{\underline{m_{víz} = 230\ g}}$

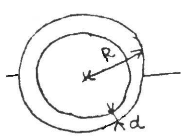
$Q_1 < Q_2' + Q_3'$, ezért $\underline{\underline{t_k' = 0°C}}$.

Legyen m* a megolvadó jég tömege:

$$m^* = \frac{Q_1 - Q_2'}{L_o} = \frac{16{,}093kJ}{334\frac{kJ}{kg}} = 48{,}1\ g$$

$\underline{\underline{m'_{víz} = 248{,}18\ g}}$ $\underline{\underline{m'_{jég} = 11{,}82\ g}}$

3.



R = 1 m

ρ = 8,5 kg/dm^3

d = ?

I. megoldás:

vízben: $G = F_{fel}$

$$\left(\frac{4R^3\Pi}{3} - \frac{4(R-d)^3\Pi}{3}\right)\rho g = \frac{1}{2}\frac{4R^3\Pi}{3}\rho_{víz}\cdot g$$

$1 - (1 - d/R)^3 = \rho_{víz}/2\rho$

$$\sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{víz}}{2\rho}} = 1 - \frac{d}{R}$$

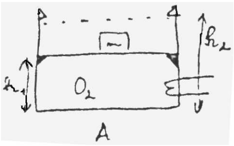
$$\frac{d}{R} = 1 - \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{víz}}{2\rho}}$$

$$d = R - R\cdot\sqrt[3]{1 - \frac{\rho_{víz}}{2\rho}} = R - 0{,}98R = 0{,}02R = \underline{\underline{2\ cm}}$$

II. megoldás:

$$\rho_{átl} = \tfrac{1}{2}\rho_{víz} = m/V = \frac{\frac{4R^3\Pi}{3} - \frac{4(R-d)^3\Pi}{3}}{\frac{4R^3\Pi}{3}}\rho \ \ldots$$

4.



$T_1 = 300$ K $p_1 = 10^5$ Pa $V_1 = 6$ l $p_1 = p_0$ $A = 2$ dm^2 $m = 50$ kg $h_1 = 3$ dm
$h_2 = 5$ dm $P = 10$ W $t = 250$ s
$p_i, V_i, T_i = ?$ $W = ?$

1) $p_2 = p_0 + mg/A$, első szakasz, amíg a gáz nyomása eléri p_2-t
$p_2 = 10^5$ Pa $+ 50 \cdot 9{,}81/0{,}02$ Pa $= 1{,}245 \cdot 10^5$ Pa, $V_2 = V_1 = 6$ dm^3

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 373{,}5 \text{ K} \qquad W_{gáz,1} = 0$$

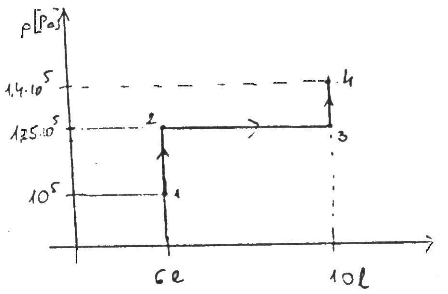
2) p_2 = áll., amíg a dugattyú felér a felső gyűrűhöz:

$$V_3 = 10 \text{ dm}^3 \quad \frac{V_1}{T_2} = \frac{V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_1} \cdot T_2 = \underline{\underline{622{,}5 \text{ K}}}$$

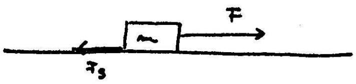
$W_{gáz,2} = p_2 \cdot \Delta V = 1{,}245 \cdot 10^5 \, . \, 4 \cdot 10^{-3}$ m^3 = $\underline{\underline{498 \text{ J}}}$
$W = -W_{gáz} = \underline{\underline{-498 \text{ J}}}$
3)
V_3 = áll., melegítjük tovább
$\Delta E = Q + W = P \cdot t - W_{gáz} = 2500 \text{ J} - 498 \text{ J} = 2002 \text{ J} = E_4 - E_1$

$$E_4 - E_1 = \frac{5}{2} Nk(T_4 - T_1) = \frac{5}{2}\frac{p_1V_1}{T_1}(T_4 - T_1) \qquad T_4 - T_1 = 420{,}4 \text{ K} \qquad \underline{\underline{T_4 = 700 \text{ K}}}$$

$$\frac{p_4}{T_4} = \frac{p_2}{T_3} \Rightarrow p_4 = p_2 . \frac{T_4}{T_3} = \underline{\underline{1{,}4 \cdot 10^5 \text{ Pa}}}$$



5.

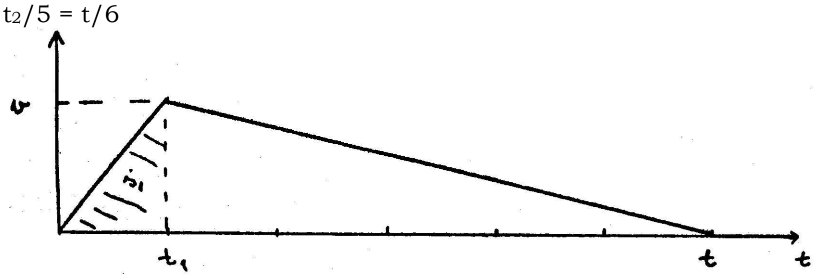


$F = 12$ N $F_S = 2$ N $m = 8$ kg $s = 840$ m
$s_1 = ?$ $t = ?$

I. $F - F_S = ma_y$

II. $-F_S = ma_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = -\frac{10}{2} = -5$, $a_1 = 1{,}25$ m/s^2, $a_2 = -0{,}25$ m/s^2

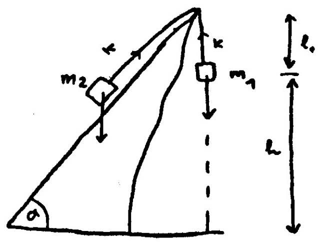
$v = a_1t_1 = t_2|a_2| \Rightarrow t_1 = t_2/5 = t/6$



$$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{v \cdot 6t_1}{2} = 3\frac{v^2}{a_1} \qquad v = \sqrt{\frac{s \cdot a_1}{3}} = \underline{\underline{18{,}71 \text{ m/s}}}$$

$t = 2s/v = \underline{\underline{89{,}8 \text{ s}}}$
ábráról: $s_1 = s/6 = \underline{\underline{140 \text{ m}}}$

6.



$\alpha = 45°$
$m_1 = 52$ kg
$m_2 = 68$ kg
$h = 15$ m
$l_1 = 2$ m
$l = 30$ m
$g = 9{,}81\ m/s^2$

a, $m_1a = m_1g - K$

$m_2a = K - m_2g\sin\alpha \ \Rightarrow\ a = \dfrac{m_1 - m_2\sin\alpha}{m_1 + m_2}g = 0{,}32\ m/s^2$

$v_1 = \sqrt{2ah} = \underline{\underline{3{,}10\ m/s}}$ sebességgel ér Péter a szakadék aljára.
b, m_2 (János) mozgása:
$h + h_1 = 17$ m, $L - 17$ m $= 13$ m-re van János a lejtő tetejétől, amikor Péter leér.
Fölfelé mozog még: $x = (v_1)^2/(2g\sin\alpha) = 0{,}69$ m-t $\Rightarrow$ nem esik le a lejtő tetejéből.
c, János mozgása lefelé: Az a legjobb, ha Péter csak akkor engedi el a kötelet, amikor az újra megfeszül. Így János útja a lejtő aljáig $x = 17\ m/\sin\alpha - 13\ m = \underline{11{,}04\ m}$.
Energiatételből: $v_2 = \sqrt{2xg\sin\alpha} = \underline{\underline{12{,}37\ m/s}}$ sebességgel ér János a lejtő aljára.

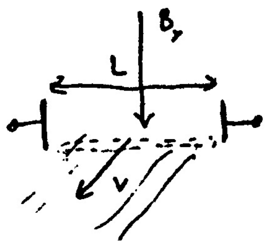
7.
$d = 82$ m $\quad t = 0°C \quad g = 9{,}81\ m/s^2$
$\Delta m/m = ?$

A kislabda-dobás eredményéből becslés adható az eldobás sebességére. Ekkora dobás esetén hanyagoljuk el a kezdőpont és a leérkezés szintkülönbségét. Ezért feltehetjük, hogy a hajítás szöge: $\alpha \approx 45°$.
$d = v_0\cos\alpha \cdot t$; $t = 2v_0\sin\alpha/g \ \Rightarrow\ d = (v_0)^2\sin2\alpha/g$; $v_0 = \sqrt{dg} = \underline{\underline{28{,}36\ m/s}}$
Tegyük fel, hogy a hógolyó v_0 kezdősebessége a falba csapódásig nem változik lényegesen. A hanghatás is elhanyagolható.
$Q = \Delta m \cdot L_o \approx \frac{1}{2} m (v_0)^2$
$\Delta m/m = (v_0)^2/(2L_o) = dg/(2L_o) = 1{,}2 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0{,}12\ \%}}$

8.
$n = N/V$, N a részecskék száma, V a gáz térfogata.
$pV = NkT \ \Rightarrow\ p = nkT \ \Rightarrow\ n = p/(kT)$
Így $\varepsilon - 1 = p\dfrac{\alpha}{\varepsilon_0 kT} = p\kappa$, κ konstans $\Rightarrow$ $\underline{\varepsilon = 1 + p\kappa}$
Ha $p = p_1 = 10^5$ Pa, $\varepsilon_1 = 1{,}00059 \ \Rightarrow\ \kappa = (\varepsilon_1 - 1)/p_1 = 0{,}00059/p_1$
$Q = CU$, U = áll. $\Rightarrow\ Q_2/Q_1 = C_2/C_1 = \varepsilon_2/\varepsilon_1 = (1 + \kappa 3p_1)/1{,}00059 = (1 + 3 \cdot 0{,}00059)/1{,}00059$
$Q_2/Q_1 = 1{,}0012 \ \Rightarrow$ A töltés növekedés $\underline{\underline{0{,}12\ \%}}$

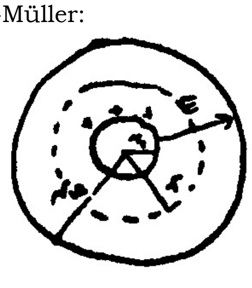
9.
$N = 500 \quad l = 0{,}05$ m $\quad \alpha = 60° \quad I = 6$ mA

Előbb meghatározzuk a mágneses indukciót: a tekercsben elhelyezett kis mágnestűre nem hat erő $\Rightarrow$ $B = B_{Föld}$
$B = \mu_0(NI)/l = 0{,}754 \cdot 10^{-4}$ T
b, $U = 7 \cdot 10^{-3}$ V $\quad L = 200$ m $\quad v = ?$



$B_y = B\sin60° = 0{,}653 \cdot 10^{-4}$ T
a tengervíz vezető, ugyanaz történik, mint mozgó vezető esetén.
$U = B_yLv \ \Rightarrow\ v = U/(B_yL) = \underline{\underline{0{,}55\ m/s}}$ az áramlás sebessége.

10.
Geiger-Müller:



$d_1 = 25\mu m \quad r_1 = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ m; $\quad d_2 = 2{,}5$ cm $\quad r_2 = 1{,}25 \cdot 10^{-2}$ m
$L = 10$ cm $= 0{,}1$ m $\quad U = 1000$ V $\quad C = 2\Pi L\varepsilon_0/\ln(r_2/r_1)$

A szálon, ill. a hengeren levő töltés: $Q = CU = 2\Pi L\varepsilon_0 U/\ln(r_2/r_1) = \underline{2{,}05 \cdot 10^{-10}\ C}$
E-t a Gauss-törvénnyel határozzuk meg:
$E \cdot 2\Pi rL = Q/\varepsilon_0 \ \Rightarrow\ E(r) = Q/(2\Pi\varepsilon_0 rL) = \underline{U/r \cdot \ln(r_2/r_1)}$
$r = r_1$: $E_1 = U/r_1 \cdot \ln(r_2/r_1) = \underline{1{,}1 \cdot 10^7\ V/m}$
$r = r_2$: $E_2 = U/r_2 \cdot \ln(r_2/r_1) = \underline{1{,}1 \cdot 10^4\ V/m}$