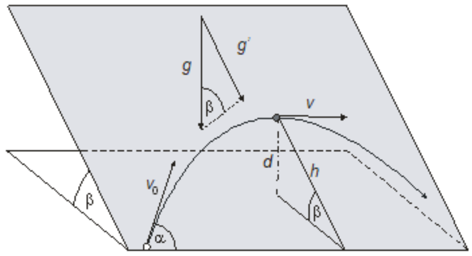
A 38. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - Gimnázium 10. osztály
Pécs 2019

1. feladat:



Meg kell határoznunk a korong pályájának legmagasabb pontját. Ha ez ferde hajítás lenne, egyszerű számítással megtehető. A helyzet azonban visszavezethető a ferde hajítás számolására. Vegyük észre, hogy a súrlódásmentes kényszerfelület az önmagára merőleges nyomóerővel nem befolyásolja a felület menti mozgást! Azt csak a nehézségi erő szabja meg, de csak a kényszerfelülettel párhuzamos komponense! Így a korong mozgása olyan, mintha szabadon elhajtották volna egy $g^\star$ gyorsulású nehézségi erőtérben, amely a teljes g gyorsulás vektorának a kényszerfelületre merőleges vetülete (vagyis a kényszerfelülettel párhuzamos komponense).
Számoljuk egyszerre az *a*) és *b*) esetet!

A $g^\star$ komponensnek a nagysága a két esetben:

$$g^* = g\sin\beta_1 = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\sin 45^\mathrm{o} = 6{,}937\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},$$ **2 pont**

$$g^{**} = g\sin\beta_2 = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\sin 70^\mathrm{o} = 9{,}218\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$ **2 pont**

Ezzel a gyorsulással a lejtő síkjában létrejövő mozgás „ferde hajításként” számolható. A hajítás magassága:

$$h^* = \frac{v_0^2\cdot\sin^2\alpha}{2g^*},$$

$$h^* = \frac{16\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\cdot\sin^2 60^\mathrm{o}}{2\cdot 6{,}937\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 0{,}865\ \mathrm{m}.$$ **2 pont**

$$h^{**} = \frac{v_0^2\cdot\sin^2\alpha}{2g^{**}},$$

$$h^{**} = \frac{16\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\cdot\sin^2 60^\mathrm{o}}{2\cdot 9{,}218\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 0{,}651\ \mathrm{m}.$$ **2 pont**

Hová került ekkor a korong? A vízszintes talaj fölé attól *d* távolságra levő pontba (l. az ábrát!).

Ezzel a keresett távolságok:

$$\boxed{d^* = h^* \cdot \sin\beta_1 = 0{,}865\ \mathrm{m} \cdot \sin 45^\mathrm{o} = 0{,}61\ \mathrm{m} = 61\ \mathrm{cm},}$$ **1 pont**

$$\boxed{d^{**} = h^{**} \cdot \sin\beta_2 = 0{,}651\ \mathrm{m} \cdot \sin 70^\mathrm{o} = 0{,}61\ \mathrm{m} = 61\ \mathrm{cm}.}$$ **1 pont**

Eredmény: mindkét esetben ugyanolyan magasra emelkedik a korong.

Magyarázatot a paraméteres megoldás ad.

$$g^* = g\sin\beta,$$

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g^*} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g\sin\beta},$$

$$d = h \cdot \sin\beta,$$

$$\boxed{d = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}.}$$ **5 pont**

A korong vízszintes síktól való távolsága nem függ a β szögtől, értéke ugyanannyi, mintha a függőleges síkban történt volna a hajítás.

c) Noha mindkét esetben az elért maximális magasság azonos, (ami egyenlő a függőleges síkban elhajított szabadon mozgó test emelkedési magasságával), a mozgások ideje különböző! A laposabb lejtő esetében ui. hosszabb utat tesz meg a test.
A hajítás ideje a két esetben:

$$t_1 = \frac{2v_0\sin\alpha}{g^*} = \frac{2 \cdot 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 60^o}{6{,}937\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \approx 1\ \mathrm{s}.$$

$$t_2 = \frac{2v_0\sin\alpha}{g^{**}} = \frac{2 \cdot 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sin 60^o}{9{,}218\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \approx 0{,}75\ \mathrm{s}.$$

Az időkülönbség tehát:

$$\boxed{\Delta t = t_1 - t_2 = 0{,}25\ \mathrm{s}.}$$ **5 pont**

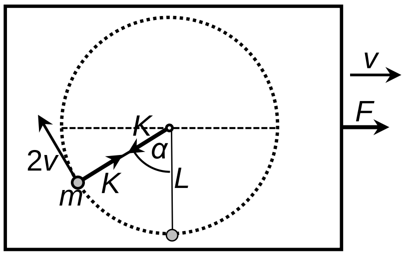
Összesen: 20 pont

2. feladat:

a) Legyen az egyenletes körmozgást biztosító fonálerő *K*! A v = állandó sebességgel mozgó kocsihoz rögzített koordináta-rendszer inerciarendszer. Ebben a dinamika alapegyenletéből:

$$K = m\frac{(2v)^2}{L}.$$ **1 pont**

A kocsi egyenletes mozgása miatt az *F* húzóerő mindig megegyezik a fonálerőnek a sínekkel párhuzamos komponensével. Legyen a *t* időpillanatban a fonál szögelfordulása α! Ekkor:



$$F = K\sin(\alpha),$$ **2 pont**

ahol:

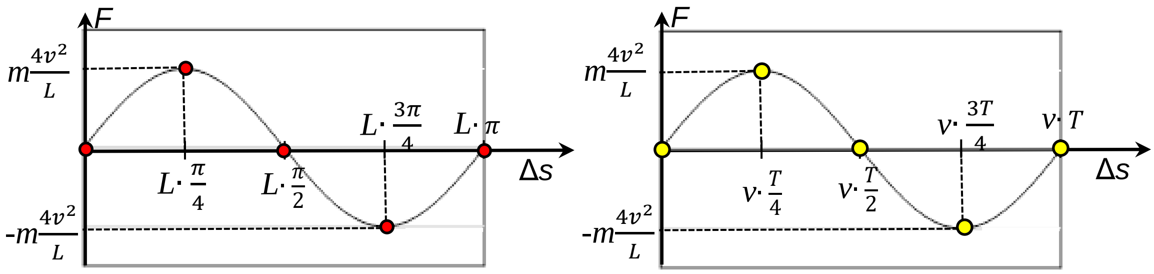
$$\alpha = \omega t = \frac{2v}{L}\cdot t,$$

$$\alpha = \frac{2\Delta s}{L}.$$

A keresett húzóerő:

$$\boxed{F(\Delta s) = m\frac{4v^2}{L}\sin\left(\frac{2\Delta s}{L}\right).}$$ **2 pont**

Ezt ábrázolva:



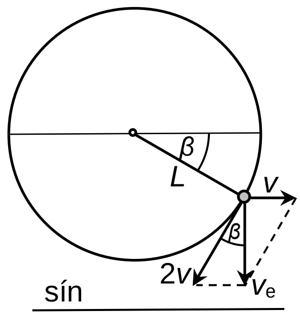
3 pont

Más módon:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad \alpha = \frac{2\pi}{T}\cdot t = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{\Delta s}{v}.$$

$$\boxed{F(\Delta s) = m\frac{4v^2}{L}\sin\left(2\pi\cdot\frac{\Delta s}{vT}\right).}$$

b) A test sínekkel párhuzamos elmozdulása akkor maximális, ha az eredő sebessége az első periódusban másodszor lesz merőleges a sínekre.



$$\sin\beta = \frac{v}{2v} = \frac{1}{2},$$

$$\beta = 30^\circ.$$ **2 pont**

Az eredő sebesség:

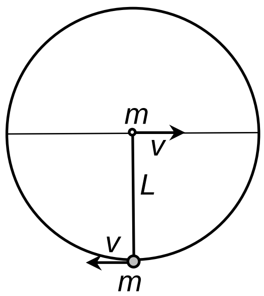
$$v_e = 2v\cos\beta = \sqrt{3}\,v.$$ **1 pont**

A végzett munkát a munkatétel alapján számolhatjuk:

$$W = \Delta E_{\text{rend.}} = \tfrac{1}{2}m\left(\sqrt{3}v\right)^2 - \tfrac{1}{2}mv^2,$$

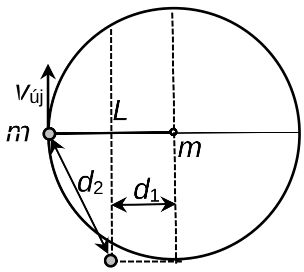
$$\boxed{W = mv^2.}$$ **3 pont**

c) Mozgató erő megszűnésének pillanatában a rendszer lendületösszege zérus, így a tömegközéppont a sínekkel párhuzamos egyenes mentén nem mozdul el.



A kocsi elmozdulása:

$$\boxed{d_1 = \frac{L}{2}.}$$ **1 pont**



Az *m* tömegű test elmozdulása:

$$\boxed{d_2 = \sqrt{L^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}L.}$$ **2 pont**

Az új helyzetben, mivel a tömegközéppont a sínekkel párhuzamosan nem mozog és a fonál nyújthatatlan, a kocsinak nincs sebessége, az *m* tömegű test sebessége pedig a fonálra merőleges. Az energia-megmaradásból:

$$2\cdot\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_{\text{új}}^2,$$

$$\boxed{v_{\text{új}} = \sqrt{2}v.}$$ **3 pont**

Összesen: 20 pont

3. feladat:

a) Legyen az egyatomos gáz térfogata egy tetszőleges állapotban *V*, a nyomása pedig *p*! A feltétel miatt:

$$\frac{p_0}{V_0} = \frac{p}{V},$$

$$p = \frac{p_0}{V_0} \cdot V.$$ **1 pont**

A dugattyú egyensúlyban van:

$$pA = p_0 A + \frac{D(V - V_0)}{A},$$ **2 pont**

$$p - p_0 = \frac{D(V - V_0)}{A^2},$$

$$\frac{p_0}{V_0} \cdot V - p_0 = \frac{D(V - V_0)}{A^2},$$ **1 pont**

$$p_0 \frac{V - V_0}{V_0} \cdot = \frac{D(V - V_0)}{A^2},$$

$$\boxed{D = \frac{p_0 A^2}{V_0} = 2500\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}.}$$ **2 pont**

b) Az egyatomos és kétatomos gázok nyomása, térfogata, hőmérséklete megegyezik, ezért az anyagmennyiségük is egyenlő. Legyen ez n! A bal oldali dugattyú jó hővezető anyagból készült, ezért a melegítés befejeződése után mindkét gáz hőmérséklete egyenlő lesz, miközben az egyatomos gáz W^* tágulási munkát is végez. Legyen a gázok kezdeti hőmérséklete T_1, a melegítés utáni T_2! A termodinamika első főtételét a két gáz folyamatára felírva:

$$Q_1 = \Delta E_{b1} + W^*,$$

$$Q_2 = \Delta E_{b2},$$

ahol: $$Q = Q_1 + Q_2.$$

Ezekből: $$Q = \Delta E_{\mathrm{b1}} + \Delta E_{\mathrm{b2}} + W^*.$$ **2 pont**

Határozzuk meg a belső energia-változások arányát!

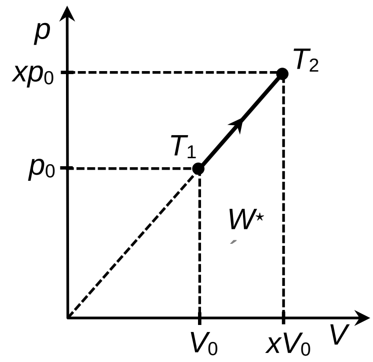
$$\Delta E_{\mathrm{b1}} = \frac{3}{2} R \cdot n \cdot (T_2 - T_1),$$

$$\Delta E_{b2} = \frac{5}{2} R \cdot n \cdot (T_2 - T_1).$$

$$\Delta E_{b2} = \frac{5}{3} \Delta E_{b1}.$$ **2 pont**

A rendszerrel közölt hő:

$$Q = \frac{8}{3} \Delta E_{b1} + W^*.$$



Vizsgáljuk az egyatomos gáz tágulási folyamatát, ahol a nyomás egyenesen arányos a térfogattal! Ábrázoljuk a folyamatot $p - V$ diagramon! Az ábra alapján:

$$Q = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{2} (x^2 p_0 V_0 - p_0 V_0) + \frac{1}{2} (x p_0 + p_0)(x V_0 - V_0),$$

$$Q = \frac{9}{2} (x^2 - 1) p_0 V_0,$$ **4 pont**

$$x = \sqrt{\frac{2}{9} \frac{Q}{p_0 V_0} + 1},$$

$$x = \sqrt{\frac{4500\ \text{J}}{3600\ \text{J}} + 1} = 1{,}5.$$ **1 pont**

Az egyatomos gáz, azaz a rendszer által végzett munka:

$$\boxed{W^* = \frac{1}{2} (x^2 - 1) p_0 V_0 = 250\ \text{J}.}$$ **1 pont**

c) Az egyatomos gáz nyomása a melegítés után $p_1 = x p_0$, így a keresett arány:

$$\boxed{\frac{p_1}{p_0} = x = 1{,}5.}$$ **1 pont**

A kétatomos gázra Gay-Lussac II. törvényét felírva:

$$\frac{p_0}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$ **1 pont**

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Az ábra alapján az egyesített gáztörvényből:

1 pont

$$\frac{p_0 V_0}{T_1} = \frac{x^2 \cdot p_0 V_0}{T_2},$$

$$\frac{T_2}{T_1} = x^2.$$

A kétatomos gáz esetén a nyomások aránya:

$$\boxed{\frac{p_2}{p_0} = x^2 = 2{,}25.}$$

1 pont

Összesen: 20 pont

4. feladat:

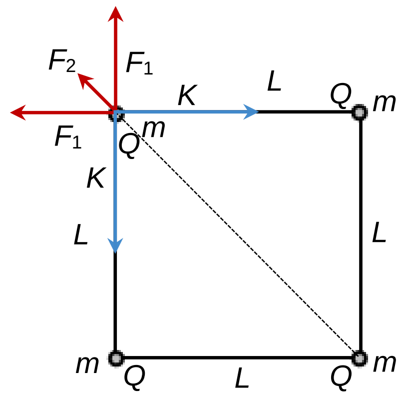
a) Legyen az azonos töltésű golyók töltése Q! A feladat feltétele szerint

$$k\frac{Q^2}{L^2} = mg,$$

$$kQ^2 = mgL^2.$$

1 pont

Legyen a fonalakban ébredő erő K! Vizsgáljuk az ábra alapján egyik golyó egyensúlyát!



$$\sqrt{2}F_1 + F_2 - \sqrt{2}K = 0,$$

ahol

$$F_1 = k\frac{Q^2}{L^2} = mg,$$

$$F_2 = k\frac{Q^2}{2L^2} = \frac{1}{2}mg.$$

Ezeket beírva:

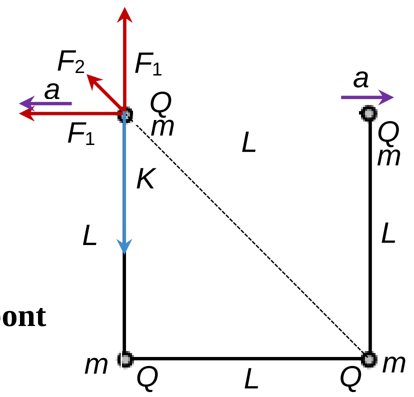
$$\boxed{K = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)mg \approx 1{,}35mg.}$$

4 pont

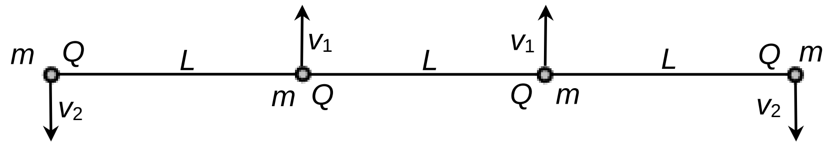
b) A felső fonál elszakadása utáni pillanatban a fonál végein lévő golyókra ható eddigi K erő nullává válik. A megmaradó erők eredője éppen K, ezért az elszakadt fonál egyenese mentén ellentétesen indulnak el a gyorsulással. A másik két golyó gyorsulása zérus ebben a pillanatban.

$$\boxed{a = \frac{K}{m} = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) g \approx 13{,}54\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.}$$

3 pont



c) A lendület- és energia-megmaradásból:



$$2mv_1 - 2mv_2 = 0,$$ **2 pont**

$$v_1 = v_2 = v.$$

$$4k\frac{Q^2}{L} + 2k\frac{Q^2}{\sqrt{2}L} + 0 = 3k\frac{Q^2}{L} + 2k\frac{Q^2}{2L} + k\frac{Q^2}{3L} + 4\cdot\frac{1}{2}mv^2,$$

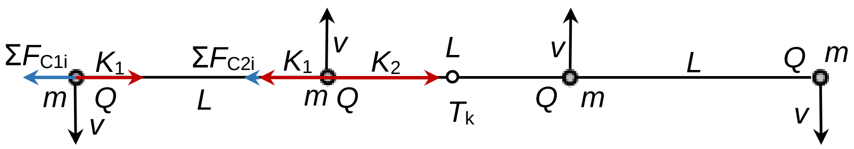
$$k\frac{Q^2}{L}\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right) = 2mv^2,$$ **3 pont**

$$mgL\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right) = 2mv^2,$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{3\sqrt{2} - 1}{6}gL} \approx 0{,}74\sqrt{gL}.}$$ **2 pont**

d) A mozgás során tömegközéppont nyugalomban van. A középső fonál a kezdeti helyzetével párhuzamosan mozog, a fonál végein lévő golyók pedig a fonálra merőleges egyenesek mentén mozognak. A kérdéses helyzetben csak a $3L$ távolságra lévő golyók gyorsulnak. A másik két golyóra ható erők eredője zérus. Legyen a két fonálerő K_1 és K_2!

A középső golyókra ható fonálirányú erők eredője zérus.



3 pont

$$K_2 - K_1 - k\frac{Q^2}{4L^2} = 0,$$

$$K_2 - K_1 - \frac{mg}{4} = 0,$$

$$\boxed{K_2 - K_1 = \frac{mg}{4}.}$$

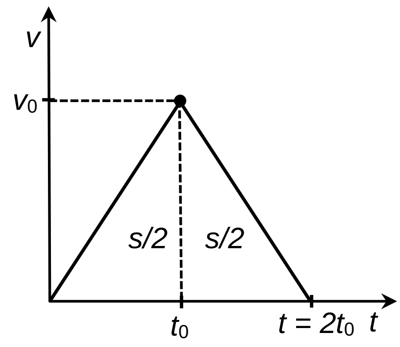
2 pont

Összesen: 20 pont

A 38. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - Szakgimnázium 11. osztály
Pécs 2019

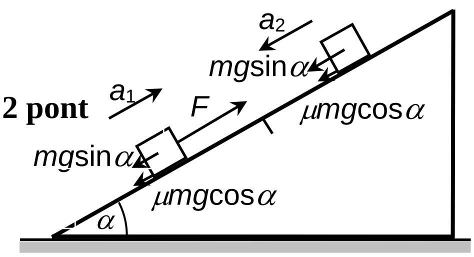
1. feladat:

a) A lejtőn felfelé mozgó test a mozgás első szakaszán gyorsul, majd lassulva a lejtő tetején megáll. Ábrázoljuk a mozgását sebesség-idő grafikonon! A gyorsítás alatt elért v_0 sebességről ugyanakkora úton megáll. Ez azt jelenti, hogy a gyorsítás és lassulás időtartama megegyezik, $t_0 = t/2$, továbbá a gyorsulás és lassulás abszolút értékei is egyenlők: $a_1 = a_2$.



4 pont

A két mozgásra a dinamika alapegyenletét felírva:



$$ma_1 = F - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha,$$ **2 pont**

$$ma_2 = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha.$$ **2 pont**

Ezekből:

$$F - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha,$$

$$F = 2mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$ **2 pont**

$$\mu = \frac{F}{2mg\cos\alpha} - \tan\alpha,$$

$$\mu = \frac{25\ \mathrm{N}}{40\ \mathrm{N}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\boxed{\mu = \frac{\sqrt{3}}{12} \approx 0{,}14.}$$ **2 pont**

b) A keresett gyorsulás és lassulás:

$$a_1 = a_2 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

$$a_1 = a_2 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right),$$

$$\boxed{a_1 = a_2 = 6{,}25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.}$$ **4 pont**

c) A lejtő hossza grafikon alatti terület alapján könnyen számolható:

$$s = \frac{1}{2} v_0 t,$$

$$s = \frac{1}{2} a_1 \cdot \frac{t}{2} \cdot t,$$

$$\boxed{s = \frac{1}{4} a_1 \cdot t^2 = 4\ \text{m}.}$$

4 pont

Összesen: 20 pont

2. feladat:

a) Legyen a dugattyú tömege m, a levegőoszlop kezdeti hossza l_0, a bezárt levegő nyomása a függőleges helyzetben p_1! A dugattyú egyensúlyban van, ezért

$$p_0 A + mg - p_1 A = 0.$$

2 pont

A dugattyú tömege:

$$m = \frac{(p_1 - p_0)A}{g}.$$

A dugattyú anyagának sűrűsége:

$$\rho = \frac{m}{Ad} = \frac{(p_1 - p_0)}{gd}.$$

2 pont

A Boyle – Mariotte-törvényből:

$$p_0 l_0 A = p_1 l_1 A,$$

$$p_1 = \frac{l_0}{l_1} p_0 \approx 1{,}06 \cdot 10^5\ \text{Pa}.$$

4 pont

A keresett sűrűség:

$$\boxed{\rho = \frac{6000\ \text{Pa}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \cdot 10^{-2}\text{m}} = 7500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.}$$

2 pont

b) Legyen a bezárt levegőoszlop hosszúsága a higany betöltése után l_2! A higanyoszlop magassága ekkor:

$$h = H - d - l_2.$$

1 pont

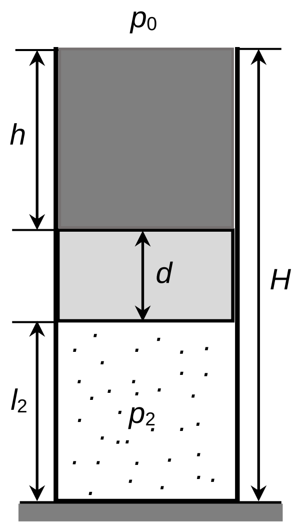
A dugattyú egyensúlya miatt:

$$p_0 A + mg + \rho_0 g h A - p_2 A = 0,$$

$$p_2 = p_1 + \rho_0 g h,$$

$$p_2 = p_1 + \rho_0 g (H - d - l_2).$$

3 pont



A Boyle – Mariotte-törvényből:

$$p_0 l_0 A = p_2 l_2 A$$ **2 pont**

$$p_0 l_0 = [p_1 + \rho_0 g(H - d - l_2)] \cdot l_2,$$

$$\rho_0 g \cdot l_2^2 - [p_1 + \rho_0 g(H - d)] \cdot l_2 + p_0 l_0 = 0.$$ **2 pont**

Az adatokat SI egységekben beírva, majd 10^5-nel egyszerűsítve a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

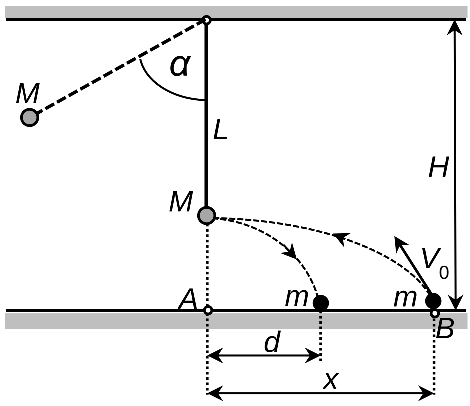
$$1{,}36 l_2^2 - 1{,}4952 l_2 + 0{,}2 = 0$$

Ezt megoldva:

$$\boxed{l_2 = 0{,}156\ \mathrm{m} = 15{,}6\ \mathrm{cm}.}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont

3. feladat:



a) Legyen az *M* tömegű test sebessége a rugalmas ütközés utáni pillanatban u_2! Az energia-megmaradásból:

$$\frac{1}{2} M u_2^2 = MgL(1 - \cos\alpha),$$

$$\boxed{u_2 = \sqrt{gL} = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$ **4 pont**

b) A *B* pontból indított *m* tömegű test sebességének vízszintes komponense az ütközésig nem változik, értéke végig v_1! A vízszintes irányban megtett út:

$$x = v_1 t_1.$$

Az *M* tömegű testtel való ütközés után u_1 sebességgel indul el vízszintes irányba, és ugyancsak t_1 idő alatt érkezik a talajra.

$$d = u_1 t_1.$$

Ezekből:

$$\boxed{\frac{v_1}{u_1} = \frac{x}{d} = 2.}$$ **3 pont**

c) A rugalmas ütközésre a lendület- és energia-megmaradást felírva:

$$m v_1 = M u_2 - m u_1,$$ **2 pont**

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}Mu_2^2.$$ **2 pont**

Ezekből, felhasználva, hogy $v_1 = 2u_1$:

$$3mu_1 = Mu_2,$$

$$3mu_1^2 = Mu_2^2.$$ **1 pont**

Ezek osztásából:

$$u_1 = u_2,$$

$$\boxed{\frac{M}{m} = 3.}$$ **1 pont**

d) $x = 2d = 2u_1t_1,$

$$\boxed{x = 2u_2t_1 = 2u_2\sqrt{\frac{2(H-L)}{g}} = 5\text{ m.}}$$ **3 pont**

e) Az energia-megmaradásból:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg(H-L),$$ **2 pont**

$$v_0^2 = v_1^2 + 2g(H-L).$$

Ismert, hogy $v_1 = 2u_1 = 2u_2.$

$$v_0^2 = 4u_2^2 + 2g(H-L),$$

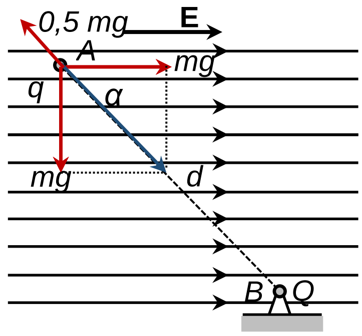
$$v_0^2 = 4gL + 2g(H-L),$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{2g(H+L)} = 5\sqrt{5}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11{,}18\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont

4. feladat:

a) A feladat feltételei szerint:



$$Eq = mg,$$

$$k\frac{Q}{d^2} = \frac{1}{2}E.$$

Ezekből:

$$k\frac{Qq}{d^2} = \frac{1}{2}Eq = \frac{1}{2}mg.$$

2 pont

A *q* töltésű, *m* tömegű testre az elengedés pillanatában három erő hat, a függőleges irányú *mg* nagyságú nehézségi erő, a vízszintes irányú *Eq =mg* nagyságú elektrosztatikus erő, és az *AB* szakasz irányába mutató Coulomb-erő. Az *mg* nagyságú erők eredője állandó, és mindig a *B* pont irányába mutat, ezért az *m* tömegű test végig az *AB* szakasz mentén mozog. Legyen a gyorsulása az elengedés pillanatában *a*! Dinamika alapegyenletéből: **2 pont**

$$ma = \sqrt{2}mg - \frac{1}{2}mg,$$

$$\boxed{a = \frac{2\sqrt{2}-1}{2}g = 9{,}14\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.}$$

2 pont

b) A mozgás során a Coulomb-erő növekszik, amíg a másik két erő eredője állandó. A sebesség akkor lesz maximális, amikor az erők eredője zérussá válik. Legyen ekkor a *q* töltésű test *x* távolságra a rögzített *Q* töltéstől!

A feltétel szerint:

$$\sqrt{2}mg - k\frac{Qq}{x^2} = 0,$$

2 pont

ahol:

$$kQq = \frac{1}{2}mgd^2.$$

2 pont

$$\sqrt{2}mg - \frac{1}{2}\frac{mgd^2}{x^2} = 0,$$

$$x^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}d^2 = \frac{\sqrt{2}}{4}d^2,$$

$$\boxed{x = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{4}}d = 11{,}9\ \mathrm{cm}.}$$

2 pont

c) Legyen a q töltésű test a megállás pillanatában y távolságra a rögzített Q töltéstől! A munkatétel felhasználásával:

$$0 - 0 = \sqrt{2} mg(d - y) + k\frac{Qq}{d} - k\frac{Qq}{y},$$ **3 pont**

$$0 = \sqrt{2} mg(d - y) + \frac{1}{2}\frac{mgd^2}{d} - \frac{1}{2}\frac{mgd^2}{y},$$ **2 pont**

$$0 = 2\sqrt{2}(d - y)y + dy - d^2,$$

$$0 = 2\sqrt{2}y^2 - \left(2\sqrt{2} + 1\right)dy + d^2.$$

Ezt megoldva:

$$\boxed{y = \frac{\sqrt{2}}{4}d \approx 7{,}1\ \text{cm.}}$$ **3 pont**

Összesen: 20 pont