38. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
I. kategória: gimnázium 9. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1.

a) Az ábra alapján a kerék három teljes fordulata közben megtett távolság 5,65 m, ezért $5{,}65\text{ m} = 3 \cdot 2 \cdot R \cdot \pi$, ahonnan $R = \mathbf{0{,}3\ m}$.

3 pont

b) Szintén az ábra alapján

$$2 \cdot \Delta s_{\text{vizes}} + \Delta s_{\text{száraz}} = 3{,}3\text{ m}$$

$$3 \cdot \Delta s_{\text{vizes}} + 3 \cdot \Delta s_{\text{száraz}} = 5{,}65\text{ m}.$$

Ezekből $\Delta s_{\text{vizes}} \approx \mathbf{1{,}4\ m}$.

5 pont

c) Az autó sebessége

$$v = \frac{5{,}65\text{ m} + \Delta s_{\text{vizes}}}{2\text{ s}} \approx \mathbf{3{,}5\ \frac{m}{s}}$$

2 pont

2.

Az első trapéz területe alapján $s_1 = 90$ m.

2 pont

Az elmozdulás nagysága $s_1 - s_2 = 75$ m, amiből $s_2 = 15$ m. **Az összes út tehát 105 m**.

3 pont

Mivel az átlagsebesség 7 m/s, ezért $\boldsymbol{x} = \mathbf{15\ s}$.

2 pont

Fentiek miatt a test a második s_2 = 15 méteres szakaszt 5 másodperc alatt tette meg, így

$$\frac{y \cdot 5\text{s}}{2} = -15\text{ m}.$$

Innen $\boldsymbol{y} = \mathbf{-6\ m/s}$.

3 pont

$\boxed{\textbf{3.}}$ Adatok: Δt = 0,1 s, d = 2 m.

a) Írjuk fel a két test szabadesésére az út-idő összefüggést!

$$h = \frac{g}{2}t^2$$
$$h - d = \frac{g}{2}(t - \Delta t)^2$$

4 pont

Behelyettesítve az adatokat:

$$h = 5t^2$$
$$h - 2 = 5(t - 0{,}1)^2$$

Kiküszöbölve a h magasságot:

$$5t^2 - 2 = 5(t - 0{,}1)^2$$
$$t = 2{,}05 \text{ s}$$
$$h = \mathbf{21\ m}$$

4 pont

b) A testek sebessége a talajra érkezés pillanatában:

$$v_1 = gt = \mathbf{20{,}5\ \frac{m}{s}}$$
$$v_2 = g(t - \Delta t) = \mathbf{19{,}5\ \frac{m}{s}}$$

2 pont

Második megoldás:

b) A felső golyó az utolsó 2 m-es távolságot $\frac{2\text{m}}{0{,}1\text{s}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ átlagsebességgel teszi meg, vagyis 0,1 s alatt a sebessége 19,5 m/s-ról 20,5 m/s-ra növekszik. Ebből már közvetlenül következik, hogy az alsó golyó 19,5 m/s-mal, a felső pedig 20,5 m/s-mal csapódik a talajba.

7 pont

a) A felső golyó esési ideje $t = \frac{20{,}5 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 2{,}05$ s, tehát az esési magasság

$$h = \frac{g}{2}t^2 \approx 21\text{m}.$$

3 pont

$\boxed{\textbf{4.}}$ Adatok: s_2 = 10 m, μ = 0,04, μ_0= 0,2.

A csúszó szakaszon $ma_2 = -\mu mg$, azaz $a_2 = -\mu g = -0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2 pont

Közben a csúszással megtett út $s_2 = \frac{1}{2}|a_2|t_2^2$, ahonnan a megállásig eltelt idő

$$t_2 = \sqrt{\frac{2s_2}{|a_2|}} = 5\sqrt{2} \text{ s}.$$

2 pont

A csúszás kezdősebessége (a gyorsuló szakasz végsebessége) $v_1 = |a_2| \cdot t_2 = 2\sqrt{2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2 pont

Nekifutáskor, a gyorsuló szakaszon $ma_1 = \mu_o mg$, azaz $a_1 = \mu_o g = 2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1 pont

A gyorsítás időtartama $t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \sqrt{2}$ s.

A megtett út $s_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = 2$ m, azaz **2 m-es nekifutás elegendő**.

3 pont

$\boxed{5.}$ Adatok: $t = 2$ s, $h = 5$ m, $d = 1$ m, $m = 0{,}4$ kg.

a) A spirálpálya hossza $s = \sqrt{h^2 + (d\pi)^2} = 5{,}91$ m, a mókus sebessége $v = \frac{s}{t} = \mathbf{2{,}95\,\frac{m}{s}}$.

2 pont

b) A mókus mozgása két részre bontható: egyenes vonalú, egyenletes mozgással emelkedik (ennek gyorsulása nulla), illetve egyenletes körmozgást végez $r = d/2$ sugarú körpályán, aminek a gyorsulása $a = a_{cp} = \frac{v_x^2}{r}$. A v_x sebességet a kör kerülete és az eltelt idő hányadosaként számíthatjuk ki: $v_x = \frac{\pi d}{t} = 1{,}57\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

A mókus gyorsulása $a = a_{cp} = \frac{v_x^2}{r} = \mathbf{4{,}93\,\frac{m}{s^2}}$.

4 pont

c) A mókus által kifejtett erő $F = m\sqrt{g^2 + a^2} = \mathbf{4{,}46\ N}$.

4 pont

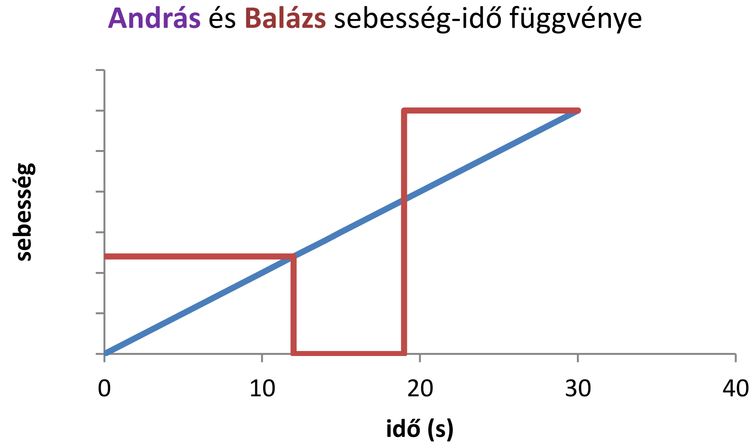
Megjegyzés: A mókus által kifejtett erő ferdén felfelé, a fatörzs középvonala felé mutat; ennek az erőnek a függőleges összetevője egyenlíti ki az mg nehézségi erőt, míg vízszintes összetevője szolgáltatja a centripetális erőszükségletet.

38. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
II. kategória: gimnázium 10. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

$\boxed{1.}$ Adatok: t_1 = 12 s, t = 30 s.

a) A két fiú sebesség-idő grafikonja:



4 pont

b) Meg kell határozni a középső szakasz t_2 idejét. Ha András gyorsulása „a”, és az első szakaszon Balázs sebessége v_1, a harmadikon v_3, akkor a feladat feltételei szerint

$$v_1 = at_1 \quad \text{és} \quad v_3 = at.$$

2 pont

30 s múlva akkor haladnak egymás mellett, ha a megtett útjuk, azaz a két görbe alatti terület azonos:

$$s_A = \frac{v_3}{2}t = \frac{a}{2}t^2 \quad \text{és} \quad s_B = v_1t_1 + v_3t_3 = at_1^2 + at_3t.$$

2 pont

Tehát

$$\frac{a}{2}t^2 = at_1^2 + at_3t$$
$$\frac{t^2}{2} = t_1^2 + t_3t.$$

Behelyettesítés után $t_3 = 10{,}2$ s adódik.

A cipőfűző megkötésével András $t_2 = t - (t_1 + t_3) = 30\text{ s} - (12\text{ s} + 10{,}2\text{ s}) =$ **7,8 s-ot töltött**.

2 pont

$\boxed{2.}$ Adatok: H = 35 m, h = 10 m, d = 8 m, v_0 = 6,4 m/s.

A lövedéknek vízszintes irányban meg kell tennie az s távolságot, mire a leeső labda a megcélzott helyre ér. Ezért a lövedék mozgási ideje

$$t_{löv} = \frac{d}{v_0} = 1{,}25 \text{ s.}$$

2 pont

Ennyi idő alatt a lövedék függőleges irányú süllyedése

$$y = \frac{g}{2} t_{löv}^2 = 7{,}81 \text{ m.}$$

2 pont

Ide kell érnie az ólomgolyónak eddigre. Az ehhez szükséges idő az út-idő összefüggésből:

$$H - h + y = \frac{g}{2} t^2$$

$$t = \sqrt{2 \frac{H - h + y}{g}} = 2{,}56 \text{ s.}$$

4 pont

Így a játékpuskának a golyó elengedésétől számítva $\Delta t = t - t_{löv} = \mathbf{1{,}31\ s}$ múlva kellett elsülnie.

2 pont

$\boxed{3.}$ Adatok: D = 5 N/m, m = 2 kg, M = 3,5 kg, v_0 = 2 m/s.

a) Mivel a rendszer zártnak tekinthető, a közös sebesség meghatározásához alkalmazhatjuk a lendület megmaradás törvényét:

$$v_k = \frac{m v_0}{m + M} = \mathbf{0{,}73 \frac{m}{s}}.$$

4 pont

b) Energiaveszteség nem lép fel, ezért a mechanikai energia megmaradásának törvénye alapján:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2}(m + M) v_k^2 + \frac{1}{2} D \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

4 pont

A kocsi hossza:

$$L = 2 \cdot \sqrt{\frac{m v_0^2 - (m + M) v_k^2}{D}} = \mathbf{2{,}02\ m}.$$

2 pont

$\boxed{4.}$ Adatok: α = 45°, β = 90°, L = 0,7 m, m = 0,2 kg, v_0 = 4 m/s.

a) A pálya legfelső pontján a test sebessége a munkatétel alapján határozható meg:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mgh, \quad \text{ahol} \quad h = L \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}495 \text{ m.}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \mathbf{2{,}47 \frac{m}{s}}.$$

4 pont

b) Az érintő irányú gyorsulás ebben a pillanatban nulla, így a gyorsulás egyenlő a centripetális gyorsulással:

$$a = a_{cp} = \frac{v^2}{L} = \mathbf{8{,}72\ \frac{m}{s^2}}.$$

3 pont

c) A fonalat feszítő erő a mozgásegyenlet alapján:

$$F = ma_{cp} - mg\sin\alpha = \mathbf{0{,}33\ N}.$$

3 pont

5.H Adatok: ρ = 1000 kg/m^3, h = 24 cm.

a) A bezárt levegő térfogata 5/8 részére csökken, így nyomása a kezdeti 100 kPa 8/5 szeresére nő, azaz 160 kPa lesz. **2 pont**

A hidrosztatikai nyomás ekkor p_h = 60 kPa. **1 pont**

Ennek megfelelően a bezárt levegő aljának $\frac{p_h}{\rho g} = 6$ m mélyre kell kerülni. **2 pont**

Az edény szája ehhez képest $\frac{3}{8}h = 9$ cm-rel van lejjebb, tehát azt **6,09 m mélyre** kell lenyomni.

1 pont

b) Ebben a helyzetben a levegővel telt részre ható felhajtóerő éppen akkora, mint amikor az edény úszott a vízen. **2 pont**

Azonban az edény anyaga által kiszorított víz is lényeges felhajtóerőt eredményez, ami a második esetben nagyobb, tehát az edényt elengedve az **felemelkedik**. **2 pont**

5.E Adatok: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $d = 2r = 4{,}23 \cdot 10^{-10}$ m.

A Bohr modell szerint a pozitróniumban az elektron és a pozitron, a közöttük fellépő elektrosztatikus vonzóerő miatt, a közös tömegközéppontjuk körüli körpályán keringenek azonos sebességgel, illetve centripetális gyorsulással.

3 pont

Alkalmazzuk a dinamika alaptörvényét az egyik részecskére:

$$\frac{ke^2}{d^2} = m\frac{v^2}{r}$$

3 pont

$$\frac{ke^2}{4r} = mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{4mr}}e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{4 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}115 \cdot 10^{-10}}} = \mathbf{5{,}47 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}}$$

2 pont

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{(5{,}47 \cdot 10^5)^2}{2{,}115 \cdot 10^{-10}} = \mathbf{1{,}42 \cdot 10^{21}\ \frac{m}{s^2}}$$

2 pont

38. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
III. kategória: kéttanítási nyelvű szakgimnázium 9. évfolyam és a többi szakgimnázium 10. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1.
a) Az ábra alapján a kerék három teljes fordulata közben megtett távolság 5,65 m, ezért $5{,}65\ \mathrm{m} = 3 \cdot 2 \cdot R \cdot \pi$, ahonnan $R = \mathbf{0,3\ m}$.

3 pont

b) Szintén az ábra alapján

$$2 \cdot \Delta s_{\mathrm{vizes}} + \Delta s_{\mathrm{száraz}} = 3{,}3\ \mathrm{m}$$

$$3 \cdot \Delta s_{\mathrm{vizes}} + 3 \cdot \Delta s_{\mathrm{száraz}} = 5{,}65\ \mathrm{m}.$$

Ezekből $\Delta s_{\mathrm{vizes}} \approx \mathbf{1,4\ m}$.

5 pont

c) Az autó sebessége

$$v = \frac{5{,}65\ \mathrm{m} + \Delta s_{\mathrm{vizes}}}{2\ \mathrm{s}} \approx \mathbf{3,5\ \frac{m}{s}}$$

2 pont

2. Adatok: d = 100 m, L_1 = 200 m, L_2= 60 m, v_1 = 15 m/s, v_2 = 25 m/s.
a) Szembe haladáskor az egyik vonatnak a másikhoz viszonyított útja a két vonat hosszának és a kezdeti távolságuk háromszorosának összege, sebessége pedig a két vonat talajhoz képesti sebességének összege. A keresett idő tehát

$$t = \frac{L_1 + L_2 + 3 \cdot d}{v_1 + v_2} = \mathbf{14\ s}.$$

6 pont

b) Ekkor a gyorsvonatnak a tehervonathoz viszonyított útja a szembe haladáséval azonos, a hozzá viszonyított sebessége pedig a két vonat sebességének a különbsége:

$$t' = \frac{L_1 + L_2 + 3 \cdot d}{v_1 - v_2} = \mathbf{56\ s}.$$

4 pont

3. Adatok: t_2 = 2 s, $v_{\mathrm{á}}$ = 25 m/s.
a) A szabadon eső test az utolsó 2 s alatt $s_2 = v_{\mathrm{á}} t_2 = 50$ m utat tesz meg.

2 pont

Legyen a becsapódás sebessége v! Az utolsó 2 másodpercben megtett út a következőképpen is írható:

$$s = \frac{v_0 + v}{2} t_2 = \frac{(v - g t_2) + v}{2} \cdot t_2.$$

2 pont

Ebből a keresett sebesség:

$$v = \frac{s}{t_2} + \frac{g t_2}{2} = \mathbf{35\ \frac{m}{s}}.$$

2 pont

Megjegyzés: Ha az utolsó két másodpercben az átlagsebesség 25 m/s, akkor ez azt jelenti, hogy ezalatt a 2 s alatt a sebesség 15 m/s-ról 35 m/s-ra változott. Ha ezt észrevesszük, akkor azonnal megkapjuk a helyes eredményt.

b) A szabadesés teljes időtartama:

$$t = \frac{v}{g} = 3{,}5 \text{ s}.$$

2 pont

A keresett *h* magasság:

$$h = \frac{g}{2} t^2 = \mathbf{61{,}25\ m}.$$

2 pont

$\boxed{\mathbf{4.}}$ Adatok: s_2 = 10 m, μ = 0,04, μ_0= 0,2.

A csúszó szakaszon $m a_2 = -\mu m g$, azaz $a_2 = -\mu g = -0{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

2 pont

Közben a csúszással megtett út $s_2 = \frac{1}{2}|a_2| t_2^2$, ahonnan a megállásig eltelt idő

$$t_2 = \sqrt{\frac{2 s_2}{|a_2|}} = 5\sqrt{2} \text{ s}.$$

2 pont

A csúszás kezdősebessége (a gyorsuló szakasz végsebessége) $v_1 = |a_2| \cdot t_2 = 2\sqrt{2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

2 pont

Nekifutáskor, a gyorsuló szakaszon $m a_1 = \mu_o m g$, azaz $a_1 = \mu_o g = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1 pont

A gyorsítás időtartama $t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \sqrt{2}$ s.

A megtett út $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = 2$ m, azaz **2 m-es nekifutás elegendő**.

3 pont

$\boxed{\mathbf{5.}}$ Adatok: l_0 = 10 cm, l_1 = 15 cm, l_2 = 12 cm. [$m = 1$ kg]

a) Amikor a test a rugón függ, az egyensúly miatt:

$$D(l_1 - l_0) = mg. \qquad \left[D = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}.\right]$$

2 pont

A vízszintes talajon lévő testet húzva, a megindulás pillanatában:

$$D(l_2 - l_0) = \mu_0 m g.$$

2 pont

A két egyenletből a tapadási súrlódási együttható értéke:

$$\mu_0 = \frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0} = \mathbf{0{,}4}. \qquad \left[\mu_0 = \frac{D(l_2 - l_0)}{mg} = \mathbf{0,4}.\right]$$

1 pont

b) Ha a test megindul, akkor az eredő erő meghatározásánál a csúszási súrlódási erővel kell számolnunk, amely 10%-kal kisebb a tapadási erőnél:

$$F_e = D(l_2 - l_0) - 0{,}9\mu_0 mg.$$

3 pont

A gyorsulás:

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{D(l_2 - l_0) - 0{,}9\mu_0 mg}{m}$$

Az első egyenlet alapján $D = \frac{mg}{l_1 - l_0}$, így

$$a = \left(\frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0} - 0{,}9\mu_0\right) g = 0{,}1\mu_0 g = \mathbf{0,4\,\frac{m}{s^2}}. \qquad \left[a = \frac{D(l_2 - l_0) - 0{,}9\mu_0 mg}{m} = \mathbf{0,4\,\frac{m}{s^2}}.\right]$$

2 pont

38. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
IV. kategória: kéttanítási nyelvű szakgimnázium 10. évfolyam és a többi szakgimnázium 11. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok: t_1 = 10 s, t_2 = 10 s, t_3 = 20 s, $v_á$ = 5 m/s.

a) Mivel a test 5 m/s-os átlagsebességgel 40 s-ig mozog, ezért az összes útja s = 200 m.

1 pont

Jelölje a test sebességét a második szakaszon v_2!

Az összes út a következőképpen írható fel (pl. a v-t grafikon alatti terület segítségével, vagy az átlagsebesség fogalmának szakaszonként való alkalmazásával):

$$s = \frac{v_2}{2}t_1 + v_2 t_2 + \frac{v_2}{2}t_3.$$

Innen a második szakasz sebessége **8 m/s**.

4 pont

b) A test kétszer halad éppen 5 m/s-os sebességgel, az első és a harmadik szakaszon. Az első szakaszon a gyorsulása 0,8 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, így az indulástól számítva $t' = \frac{5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$ = **6,25 s** múlva éri el az 5 m/s-os sebességet.

2 pont

A harmadik szakaszon a lassulása -0,4 $\frac{m}{s^2}$. 8 m/s-ról lassul le 5 m/s-ra, ehhez 7,5 s idő kell. Mivel a lassulás 20 s-nál kezdődik, ezért **27,5 s**-kor lesz másodszor 5 m/s a sebessége.

3 pont

2. Adatok: f = 2 1/s, v_1 = 1,5 m/s, v_2 = 3 m/s.

a) A pontokhoz tartozó sugarak aránya egyenlő a kerületi sebességek arányával:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\omega r_2}{\omega r_1} = \frac{r_2}{r_1} = \mathbf{2}.$$

2 pont

A centripetális gyorsulások aránya szintén:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\omega^2 r_2}{\omega^2 r_1} = \frac{r_2}{r_1} = \mathbf{2}.$$

2 pont

b) A korong szögsebessége és a P_1 pont távolsága a forgástengelytől:

$$\omega = 2\pi f = 4\pi\ \frac{1}{\mathrm{s}} = 12{,}56\frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$r_1 = \frac{v_1}{\omega} = 0{,}119 \text{ m}.$$

2 pont

Mivel a sugarak aránya 2:1, a korong középpontja és a két pont olyan derékszögű háromszöget alkot, amelynek a rövidebb sugárral szemközti szöge 30°.

2 pont

A két pont távolsága tehát a rövidebb sugár $\sqrt{3}$-szorosa:

$$P_1P_2 = r_1\sqrt{3} = \mathbf{20,7\ cm}.$$

2 pont

$\boxed{3.}$ Adatok: $m = 2$ kg, $L = 1{,}5$ m, $m_1 = 6$ kg, $m_2 = 12$ kg.
Az edzőrúd egy merev test, egyensúlyának két feltétele van: az erők eredője, illetve a forgatónyomatékok eredője is nulla legyen.

2 pont

Az első feltételből következik: kezünk tartja az edzőrudat és a két súlytárcsát, ezért az általunk kifejtett erő $F = 200$ N.

2 pont

A forgatónyomatékok értelmezéséhez szükséges vonatkozási pont legyen a 12 kg tömegű súlytárcsán. A második feltételből következik:

$$mg\frac{L}{2} + m_1gL - Fx = 0$$

4 pont

$$x = \frac{\frac{m}{2} + m_1}{F}gL = 52{,}5\text{ cm}.$$

A 12 kg tömegű súlytárcsától kb. 52,5 cm távolságban kell a rudat megfogni. (A kb. jelző azért is indokolt, mert sem a feladatban szereplő testek, sem a kezünk nem pontszerű.)

2 pont

$\boxed{4.}$

a) Szimmetria okokból az egyes kötelekben fellépő K erő azonos nagyságú. Bontsuk ezeket vízszintes és függőleges összetevőkre. A felbontáskor fél-szabályos háromszögek keletkeznek. A vízszintes komponensek kiegyenlítik egymást, a négy $K/2$ nagyságú függőleges komponens összege $2K$. **2 pont**

Egyenletes emeléskor a teherre ható erők eredője nulla, ezért $2K = mg$, tehát **a köteleket feszítő erő 750 N**. **2 pont**

b) A gyorsulás a kinematikai adatokból határozható meg. Az egyenletes sebességváltozás miatt az átlagsebesség 1 m/s, az út megtételéhez szükséges idő így 0,5 s. Ezzel a gyorsulás nagysága 4 m/s^2. **1 pont**

Felfele haladáskor, fékezés közben a test gyorsulása lefele mutat. A kötélerők eredője hasonlóan kapható, mint az a) esetben (de értéke más).
Felírva a dinamikai alapegyenletet

$$mg - 2K = ma \quad \rightarrow \quad K = \frac{m(g-a)}{2} = \mathbf{450\ N}.$$

3 pont

c) Az emeléshez szükséges hasznos teljesítmény

$$P_h = \frac{mgh}{t} = mgv.$$

1 pont

Az összteljesítmény

$$P_ö = \frac{P_h}{\eta} = \frac{mgv}{\eta} = \mathbf{3158}\ \mathrm{W}.$$

1 pont

$\boxed{\textbf{5.H}}$ Adatok: l_0 = 20 cm, p_0 = 76 Hgcm.

a) A hőmérséklet és az anyagmennyiség állandó, így alkalmazható a Boyle-Mariotte törvény:

$$p_0 A l_0 = pAl$$

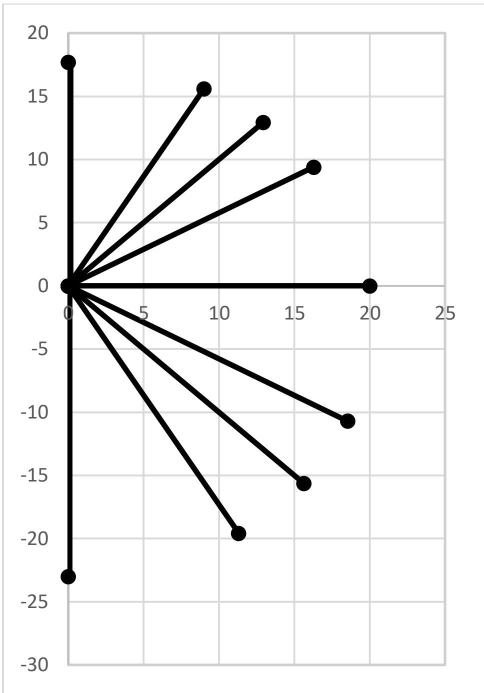
$$p_0 l_0 = (p_0 \pm p_{\mathrm{Hg}} \sin\alpha) l$$

$$l = \frac{p_0 l_0}{p_0 \pm p_{\mathrm{Hg}} \sin\alpha}$$

4 pont

A javasolt értékek:

***α* (fok)**	*p* (Hgmm)	***l* (cm)**
90	860,0	**17,7**
60	846,6	**18,0**
45	830,7	**18,3**
30	810,0	**18,8**
0	760,0	**20,0**
-30	710,0	**21,4**
-45	689,3	**22,1**
-60	673,4	**22,6**
-90	660,0	**23,0**



3 pont **3 pont**

$\boxed{\textbf{5.E}}$ Adatok: $Q_1 = -Q$ = -100 nC, $Q_2 = 9Q$ = 900 nC, L = 20 cm, d = 5 cm.

a) Jelölje d az egyensúlyi távolságot a Q_1 töltéstől, ekkor

$$k\frac{9Qq}{(L+x)^2} = k\frac{Qq}{x^2}.$$

2 pont

Egyszerűsítés, behelyettesítés és átalakítások után

$$\frac{9}{(0{,}2+x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$2x^2 - 0{,}1x - 0{,}01 = 0.$$

A fizikailag értelmes megoldás $\boldsymbol{x}$ **= 0,1 m = 10 cm**. **2 pont**

b) A kezdőhelyzetben a q töltésre ható erők eredője Q_1 felé mutat, mivel

$$F_{e1} = k\frac{9Qq}{(L+d)^2} - k\frac{Qq}{d^2} = kQq\left(\frac{9}{0{,}25^2} - \frac{1}{0{,}05^2}\right) = -256kQq < 0.$$

Az egyensúlyi helyen túl távolítva a q töltést, pl. Q_1-től $x + d$ távolságra az erők eredője

$$F_{e2} = k\frac{9Qq}{(L+x+d)^2} - k\frac{Qq}{(x+d)^2} = kQq\left(\frac{9}{0{,}35^2} - \frac{1}{0{,}15^2}\right) \approx 29kQq > 0.$$

A q töltésre ható erők eredője itt a Q_1 töltéssel ellentétes irányba mutat.
Az egyensúlyi hely tehát instabil. **3 pont**

c) Ha a fonál a q töltés egyensúlyi helyzetében még mindig feszes, akkor

$$k\frac{9Qq}{(L+x)^2} > k\frac{9Q^2}{L^2}$$

$$\frac{q}{0,3^2} > \frac{Q}{0{,}2^2}$$

$$q > 2{,}25Q = \mathbf{225\ nC}.$$

3 pont