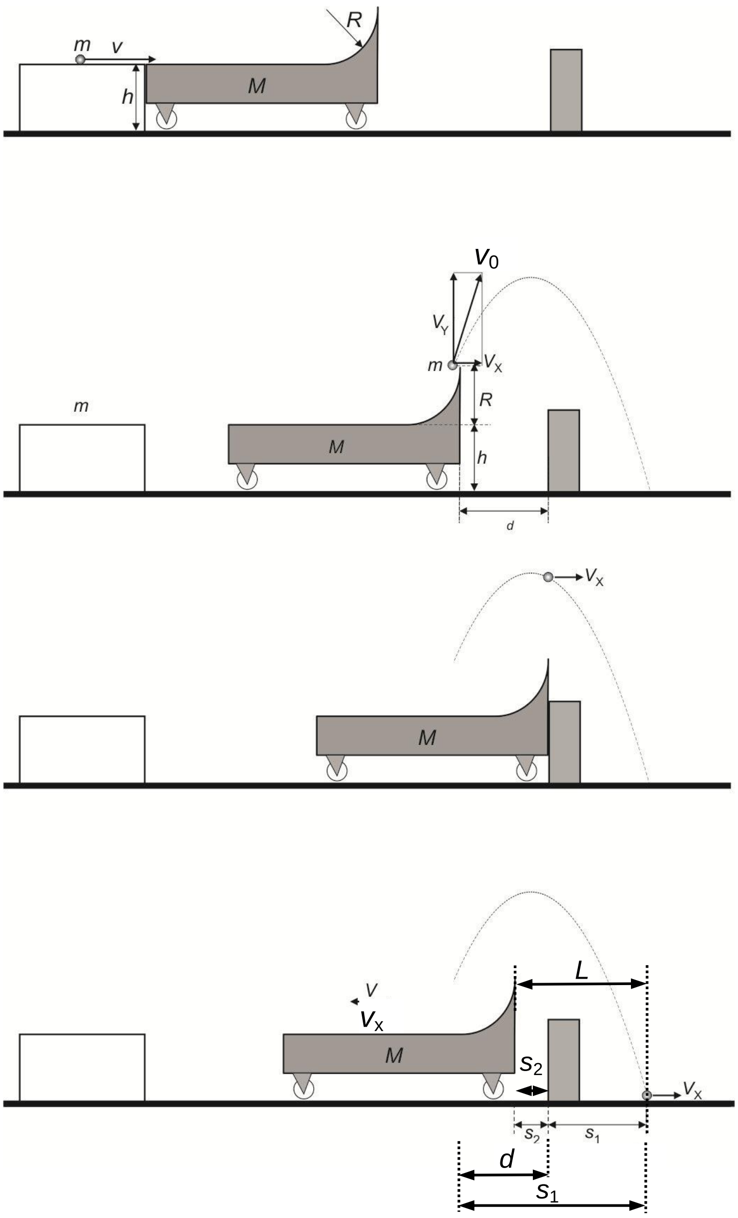
A 36. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - Gimnázium 10. osztály
Pécs 2017

1. feladat:

a) A kis test felcsúszik a körlejtőn, közben a kocsi gyorsulva mozog, míg a test a lejtő tetejére ér. Ekkor mindkét test vízszintes sebességkomponense megegyezik. A kis test a talajhoz viszonyítva ferde hajítást végez. A kis test repülése közben a kocsi találkozik a fallal, azon visszalökődik, míg a kis test azon átesve kerül a talajra.

A mozgás lefolyása képekben:



A lerepülés pillanatában az m tömegű test és a kiskocsi vízszintes irányú υ_x sebessége megegyezik. A lendület-megmaradásból:

$$m\upsilon = (m+M)\cdot \upsilon_x,$$

$$\upsilon_x = \frac{m}{m+m}\cdot \upsilon = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **2 pont**

Legyen a lerepülés pillanatában a lerepülő test sebességének függőleges komponense υ_y! Az energia-megmaradásból:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\cdot\left(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2\right)+\frac{1}{2}M\upsilon_x^2 + mgR,$$ **2 pont**

$$\upsilon_y = \sqrt{\frac{m\upsilon^2-(m+M)\cdot\upsilon_x^2-2mgR}{m}} = \sqrt{10}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **2 pont**

A lerepülő test sebessége:

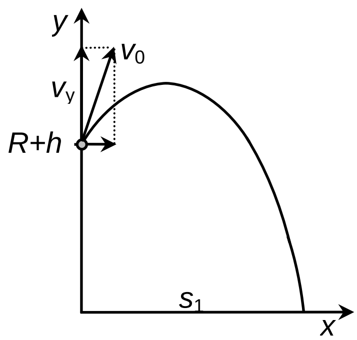
$$\boxed{\upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2} = \sqrt{11}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3{,}32\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$ **2 pont**

b) A kiskocsi sebessége nem változik a lerepülés után, így a merev falba ütközés sebessége:

$$\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_x = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.}$$

2 pont

c) Határozzuk meg, hogy a kocsi elhagyása után az m tömegű test mennyi idő múlva esik le a vízszintes talajra! A helykoordináták t idő múlva:



$$x = \upsilon_x\cdot t,$$

$$y = R+h+\upsilon_y t - \frac{g}{2}t^2.$$ **2 pont**

A talajra érkezés pillanatában $y = 0$, ezt felhasználva:

$$\frac{g}{2}t_1^2 - \upsilon_y t_1 - (R+h) = 0,$$

$$5t_1^2 - \sqrt{10}t_1 - 1 = 0,$$

$$t_1 = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\ \text{s} = 0{,}864\ \text{s} \approx 0{,}86\ \text{s}.$$ **2 pont**

Ennyi idő alatt a kis test a kocsi elhagyásától számítva jobbra s_1 távolságra mozdult el.

$$s_1 = \upsilon_x\cdot t_1 = 0{,}86\ \text{m}.$$ **2 pont**

A lerepülés után a kiskocsi is ennyi ideig mozgott. A fal eléréséig eltelt idő:

$$t_2 = \frac{d}{\upsilon_x} = 0{,}6\ \text{s}.$$

A faltól mért távolsága ebben a pillanatban:

$$s_2 = \upsilon_x \cdot (t_1 - t_2) = 0{,}26\ \text{m},$$ **2 pont**

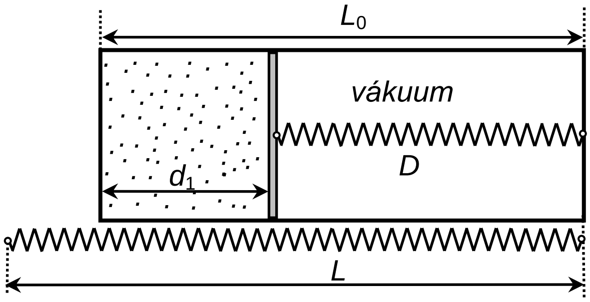
Az *m* tömegű test és kocsi távolsága a leérkezés pillanatában:

$$\boxed{L = s_1 - d + s_2 = 0{,}52\ \text{m}}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont

2. feladat:

a) Legyen a rugó direkciós ereje D, deformálatlan hossza L! Jelöljük az $L - L_0$ távolságot x-szel! Tehát $x = L - L_0$. Abban az esetben, ha rugó deformálatlan hossza kisebb a henger hosszánál, akkor x értéke negatív.



A gáz mindkét esetben annyi munkát végez, amennyivel nő a rugóban tárolt energia.

$$W_{12}^* = \frac{1}{2}D(d_2 + x)^2 - \frac{1}{2}D(d_1 + x)^2,$$ **2 pont**

$$W_{13}^* = \frac{1}{2}D(d_3 + x)^2 - \frac{1}{2}D(d_1 + x)^2.$$ **1 pont**

A feladat feltétele szerint:

$$\frac{13}{8} = \frac{(d_3 + x)^2 - (d_1 + x)^2}{(d_2 + x)^2 - (d_1 + x)^2},$$

$$\frac{13}{8} = \frac{d_3^2 - d_1^2 + x \cdot (2d_3 - 2d_1)}{d_2^2 - d_1^2 + x \cdot (2d_2 - 2d_1)},$$

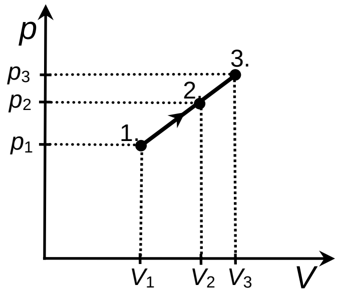
$$x = \frac{8d_3^2 + 5d_1^2 - 13d_2^2}{26d_2 - 16d_3 - 10d_1},$$

$$x = 20 \text{ cm.}$$ **2 pont**

A rugó deformálatlan hossza:

$$\boxed{L = L_0 + x = 100 \text{ cm.}}$$ **1 pont**

b) Legyenek a gáz állapotjelzői az egyes állapotokban p_1, V_1; p_2, V_2; p_3, V_3! A kérdéses folyamatokban a felvett hőt a termodinamika első főtétele alapján számolhatjuk.



$$Q_{12} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1),$$

$$Q_{13} = \frac{3}{2}(p_3V_3 - p_1V_1) + \frac{p_1 + p_3}{2}(V_3 - V_1).$$

2 pont

Keressünk kapcsolatot a p_2, p_3 nyomások és az eredeti p_1 nyomás között! A dugattyú mindhárom esetben egyensúlyban van. Ezekből a feltételekből:

$$p_1A = D(d_1 + x),$$

$$p_2A = D(d_2 + x),$$

$$p_3A = D(d_3 + x).$$

$$p_2 = \frac{d_2 + x}{d_1 + x} \cdot p_1 = \frac{7}{5} p_1,$$

$$p_3 = \frac{d_3 + x}{d_1 + x} \cdot p_1 = \frac{8}{5} p_1.$$ **1 pont**

A térfogatok összefüggései:

$$V_1 = Ad_1, \quad V_2 = Ad_2, \quad V_3 = Ad_3.$$

$$V_2 = \frac{d_2}{d_1} V_1 = \frac{5}{3} V_1,$$

$$V_3 = \frac{d_3}{d_1} V_1 = 2V_1.$$ **1 pont**

Ezeket a hőmennyiségek összefüggéseibe beírva:

$$Q_{12} = \frac{3}{2}\left(\frac{7}{5}p_1 \cdot \frac{5}{3}V_1 - p_1V_1\right) + \frac{p_1 + \frac{7}{5}p_1}{2}\left(\frac{5}{3}V_1 - V_1\right),$$

$$Q_{12} = 2p_1V_1 + \frac{4}{5}p_1V_1 = \frac{14}{5}p_1V_1.$$ **1 pont**

$$Q_{13} = \frac{3}{2}\left(\frac{8}{5}p_1 \cdot 2V_1 - p_1V_1\right) + \frac{p_1 + \frac{8}{5}p_1}{2}(2V_1 - V_1),$$

$$Q_{13} = \frac{33}{10}p_1V_1 + \frac{13}{10}p_1V_1 = \frac{23}{5}p_1V_1.$$ **1 pont**

A hőmennyiségek keresett aránya:

$$\boxed{\frac{Q_{13}}{Q_{12}} = \frac{23}{14} \approx 1{,}64.}$$ **1 pont**

c) Legyen a gáz nyomása egy tetszőleges állapotban *p*, térfogata *V*! A dugattyú egyensúlyi feltételéből:

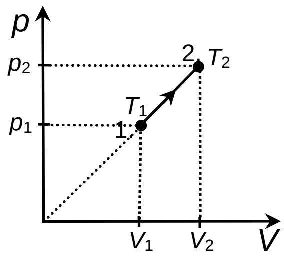
$$pA = D \cdot \left(\frac{V}{A} + L - L_0\right),$$

$$p = \frac{D}{A^2} \cdot V + \frac{D(L - L_0)}{A}.$$ **2 pont**

A nyomás akkor egyenesen arányos a térfogattal, ha $L - L_0 = 0,$ azaz

$$\boxed{L = L_0 = 80 \text{ cm.}}$$ **1 pont**

Vizsgáljunk egy ilyen tetszőleges folyamatot, és alakítsuk a hőmennyiséget



$$Q = C_m \cdot n \cdot (T_2 - T_1)$$

alakúra. A folyamat során felvett hő:

$$Q = C_{m,V} \cdot n \cdot (T_2 - T_1) + \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1),$$

$$Q = C_{m,V} \cdot n \cdot (T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(p_1V_2 + p_2V_2 - p_1V_1 - p_2V_1).$$ **2 pont**

Az ábra alapján és az állapotegyenletből:

$$p_1V_2 = p_2V_1, \qquad p_1V_1 = nRT_1, \qquad p_2V_2 = nRT_2.$$

$$Q = C_{m,V} \cdot n \cdot (T_2 - T_1) + \frac{1}{2}nR(T_2 - T_1),$$ **1 pont**

$$Q = 2R \cdot n \cdot (T_2 - T_1).$$

$$\boxed{C_m = 2R.}$$ **1 pont**

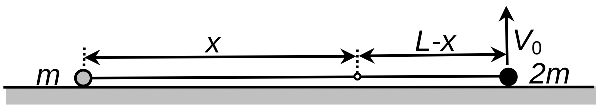
Összesen: 20 pont

3. feladat:

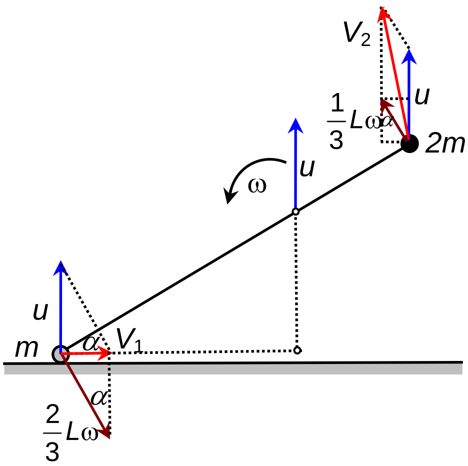
a) A golyókból és a fonálból álló rendszerre a mozgás során csak függőleges irányú külső erők hatnak, ezért vízszintes irányban érvényes a lendület-megmaradás, tömegközéppont függőlegesen mozog. Legyen a tömegközéppont x távolságra az m tömegű testtől! Igaz, hogy

$$mx = 2m \cdot (L - x),$$

$$x = \frac{2}{3}L.$$ **1 pont**



A rendszer mozgását úgy írhatjuk le legegyszerűbben, hogy feltesszük, hogy a vizsgált pillanatban a tömegközéppont u sebességgel mozog, és tömegközéppont körül ω szögsebességgel forog. Legyen ebben a pillanatban az m tömegű test sebessége υ_1, a $2m$ tömegűé υ_2!



Az m tömegű golyó υ_1 sebessége vízszintes irányú, a kényszerfeltételből:

$$\upsilon_1 = \frac{2}{3}L\omega \cdot \sin\alpha = \frac{1}{3}L\omega.$$

$$u = \frac{\upsilon_1}{\mathrm{tg}\alpha} = \sqrt{3}\upsilon_1.$$ **1 pont**

$$\omega = \frac{3\upsilon_1}{L}.$$ **1 pont**

Határozzuk meg a $2m$ tömegű golyó sebességének vízszintes és függőleges komponenseit!

$$\upsilon_{2x} = \frac{1}{3}L\omega \cdot \sin\alpha = \frac{1}{6}L\omega = \frac{\upsilon_1}{2}.$$ **1 pont**

$$\upsilon_{2y} = u + \frac{1}{3}L\omega \cdot \cos\alpha = \sqrt{3}\upsilon_1 + \upsilon_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$ **1 pont**

$$\upsilon_{2y} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\upsilon_1.$$ **1 pont**

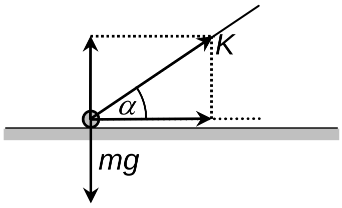
A $2m$ tömegű golyó sebessége:

$$\upsilon_2 = \sqrt{\left(\frac{\upsilon_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\upsilon_1\right)^2} = \sqrt{7}\upsilon_1.$$ **1 pont**

A keresett arány:

$$\boxed{\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{7}.}$$ **1 pont**

b) Legyen a felületre ható nyomóerő megszűnésének pillanatában a fonálban ébredő erő *K*! Ebben a pillanatban az *m* tömegű golyóra függőleges irányba ható erők eredője zérus.



$$K\sin\alpha - mg = 0,$$

$$K = 2mg.$$ **2 pont**

Ebben a pillanatban a testekre csak a nehézségi erő hat külső erőként, ezért a tömegközéppont szabadon esik. A tömegközépponti rendszerben az *m* tömegű test a fonálerő hatására a tömegközéppont körül ω szögsebességgel körpályán mozog, ezért:

$$m \cdot \frac{2}{3} L\omega^2 = 2mg,$$ **4 pont**

$$\frac{2}{3} L\left(\frac{3\upsilon_1}{L}\right)^2 = 2g,$$

$$\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{\frac{1}{3} gL} = \sqrt{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1{,}73\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$ **1 pont**

$$\boxed{\upsilon_2 = \sqrt{7}\upsilon_1 = \sqrt{\frac{7}{3} gL} = \sqrt{21}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4{,}58\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$ **1 pont**

c) Az energia-megmaradásból:

$$\frac{1}{2} \cdot 2m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m\upsilon_2^2 + 2mg \cdot \frac{L}{2},$$ **2 pont**

$$2\upsilon_0^2 = \frac{1}{3} gL + \frac{14}{3} gL + 2gL.$$ **1 pont**

A 2*m* tömegű golyó kezdősebessége:

$$\boxed{\upsilon_0 = \sqrt{\frac{7}{2} gL} = \sqrt{\frac{63}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 5{,}61\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$ **1 pont**

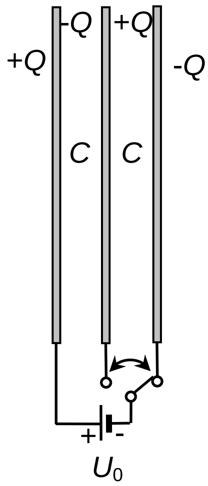
Összesen: 20 pont

4. feladat:

a) Amikor a lemezek töltése már nem változik tovább, a középső és a jobb oldali lemez ekvipotenciális, közöttük tehát nincs elektromos mező. Ezt a térrészt akár vezető anyaggal is kitölthetjük, az sem befolyásolná a töltéseloszlást. A végállapot tehát olyan, mintha a bal oldali lemez egy vastag fémlemezzel lenne összekötve a telepen keresztül, ez pedig nem más, mint egy hagyományos síkkondenzátor. A bal oldali és a vastag fémlemez közötti feszültség ugyanakkora, mint kezdetben a két szélső lemez között, a fegyverzetek távolsága viszont felére csökkent, így a töltés megkétszereződött. A végállapotban tehát a bal oldali lemez töltése $+2Q$, a középsőé $-2Q$, a jobb oldali fémlemez pedig töltetlen. **15 pont**

a) második megoldás:

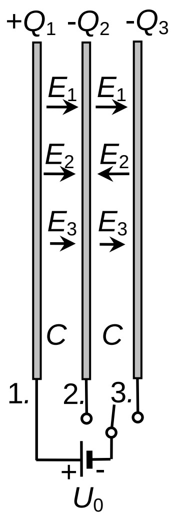
A középső, kezdetben töltetlen lemez két sorosan kapcsolt kondenzátor létrehozásában vesz részt. Legyen az egyes kondenzátorok kapacitása C, a feszültségforrás feszültsége U_0! Kezdetben a két szélső lemez töltése, illetve U_0 értéke:



$$Q = C \cdot \frac{U_0}{2}.$$ **2 pont**

$$U_0 = \frac{2Q}{C}.$$ **1 pont**

A kapcsolgatások során a középső lemezre is töltést viszünk fel. A kapcsolgatások befejezése után legyenek a töltések $+Q_1$, $-Q_2$, $-Q_3$! Használjuk fel, hogy a kapcsolgatások befejezése után az 1. és 2., illetve az 1. és 3. lemezek közti feszültség megegyezik az U_0 feszültséggel.



$$\frac{1}{2}\frac{Q_1}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q_2}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q_3}{C} = U_0,$$ **2 pont**

$$U_0 + \frac{1}{2}\frac{Q_1}{C} - \frac{1}{2}\frac{Q_2}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q_3}{C} = U_0,$$

$$\frac{1}{2}\frac{Q_1}{C} - \frac{1}{2}\frac{Q_2}{C} + \frac{1}{2}\frac{Q_3}{C} = 0.$$ **2 pont**

Ezekből:

(1) $$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 2CU_0 = 4Q,$$

(2) $$Q_1 - Q_2 + Q_3 = 0.$$ **2 pont**

Továbbá igaz:

(3) $$-Q_2 = -Q_1 + Q_3.$$ **2 pont**

Ezt az egyenletrendszert megoldva:

$$Q_1 = 2Q, \quad Q_2 = 2Q, \quad Q_3 = 0.$$

A bal oldali lemez töltése **+2*Q***, a középső lemez töltése **-2*Q***, a jobb oldali lemez töltése **0**. **4 pont**

b) A lemezek között tárolt energia kezdetben:

$$W_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2}{C}.$$ **2 pont**

A lemezek között tárolt energia a végállapotban:

$$W_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4Q^2}{C} = \frac{2Q^2}{C}.$$ **2 pont**

A keresett arány:

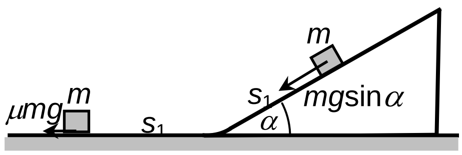
$$\boxed{\frac{W_2}{W_1} = 2.}$$ **1 pont**

Összesen: 20 pont

A 36. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - Szakgimnázium 10. osztály
Pécs 2017

1. feladat:

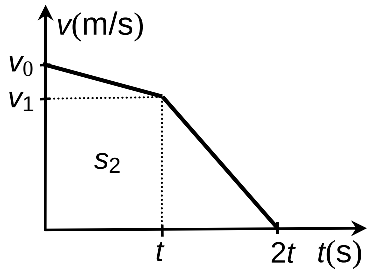
a) Legyen kezdetben a test a lejtő élétől s_1 távolságra!
A munkatételt alkalmazva a teljes mozgásra:



$$0-\frac{1}{2}mv_0^2=-\mu mgs_1-mg\sin\alpha\cdot s_1,$$

$$s_1=\frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha+\mu)}=0{,}75\text{ m}.$$ **10 pont**

b) A második esetben legyen a test kezdetben a lejtő élétől s_2 távolságra! Ábrázoljuk a mozgást $v-t$ diagramon! Az idők egyenlőségéből:



$$t=\frac{v_0-v_1}{\mu g}=\frac{v_1}{g\sin\alpha},$$ **4 pont**

$$v_0=\frac{\sin\alpha+\mu}{\sin\alpha}\cdot v_1,$$

$$v_1=\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha+\mu}\cdot v_0=2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **2 pont**

$$t=\frac{v_1}{g\sin\alpha}=0{,}5\text{ s}.$$ **2 pont**

A keresett távolság:

$$\boxed{s_2=\frac{v_0+v_1}{2}\cdot t=\frac{3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}+2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2}\cdot 0{,}5\text{ s}=1{,}375\text{ m}.}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont

2. feladat:

a) Melegítsük kissé a levegőt, aminek következtében a dugattyú elmozdulása legyen y! Ekkor a pillanatnyi nyomás, illetve térfogat:

$$p=p_0+\frac{Dy}{A},\qquad V=V_0+Ay.$$ **1 pont**

$$\Delta p=\frac{Dy}{A},\qquad \Delta V=Ay.$$ **1 pont**

A feladat feltétele szerint:

$$\frac{\Delta p}{\Delta V} = \frac{p_0}{V_0},$$ **1 pont**

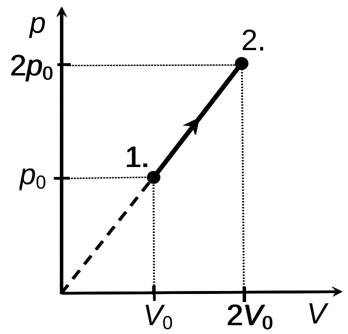
$$\frac{Dy}{A^2 y} = \frac{p_0}{V_0},$$ **1 pont**

$$\boxed{D = \frac{p_0 A^2}{V_0} = 5000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}.}$$ **2 pont**

b) Határozzuk meg elsőként a Q_1 hőt! Mivel $\Delta V = V_0$, ezért

$$\Delta p = \frac{p_0}{V_0} \cdot \Delta V = p_0.$$ **1 pont**

Ábrázoljuk a folyamatot p - V diagramon! A termodinamika első főtétele alapján:



$$Q_1 = E_2 - E_1 + W_{12}^*,$$ **1 pont**

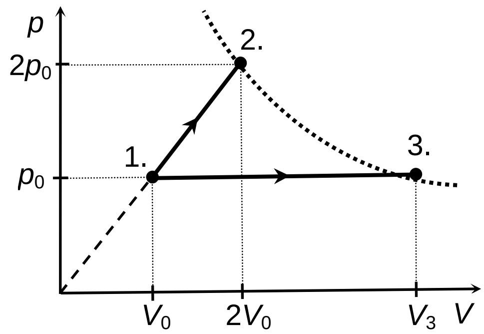
$$Q_1 = \frac{5}{2}\left(4p_0V_0 - p_0V_0\right) + \frac{p_0 + 2p_0}{2}(2V_0 - V_0),$$

$$Q_1 = \frac{15}{2}p_0V_0 + \frac{3}{2}p_0V_0 = 9p_0V_0 = 1800\ \mathrm{J}.$$ **4 pont**

A rugó leszerelése utáni melegítési folyamatban a gáz izobár módon tágul ki. Mivel ugyanarra a hőmérsékletre melegítjük fel, ezért a végső V_3 térfogatot a Boyle-Mariotte-törvény felhasználásával határozhatjuk meg.

$$2p_0 \cdot 2V_0 = p_0 \cdot V_3,$$

$$V_3 = 4V_0.$$ **1 pont**



A termodinamika első főtétele alapján:

$$Q_2 = E_3 - E_1 + W_{13}^*,$$ **1 pont**

$$Q_2 = \frac{5}{2}\left(4p_0V_0 - p_0V_0\right) + p_0(4V_0 - V_0),$$

$$Q_2 = \frac{15}{2}p_0V_0 + 3p_0V_0 = \frac{21}{2}p_0V_0 = 2100\ \mathrm{J}.$$ **5 pont**

A keresett arány:

$$\boxed{\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{21}{2}p_0V_0}{9p_0V_0} = \frac{7}{6}.}$$ **1 pont**

Összesen: 20 pont

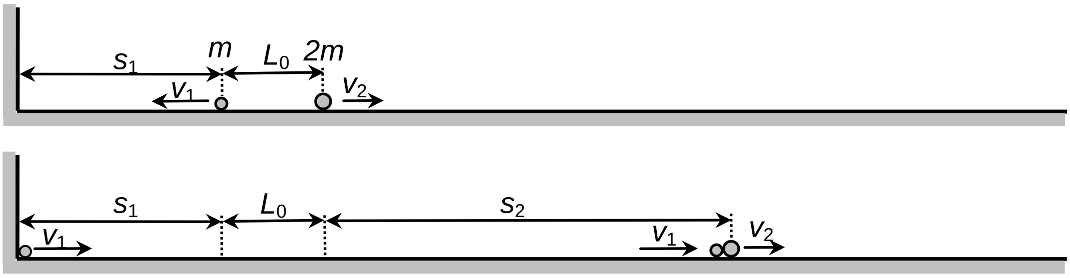
3. feladat:

a) Legyen a szétlökődés után az *m* tömegű test sebessége υ_1, a 2*m* tömegűé pedig υ_2! A lendület-megmaradásból:

$$0 = 2m\upsilon_2 - m\upsilon_1,$$

$$\boxed{\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2.}$$ **2 pont**

b) Legyen az *m* tömegű test szétlökődés utáni pillanatban a faltól s_1 távolságra, a 2*m* tömegű test t_2 idő alatt tegyen meg s_2 utat!



A távolságokra igaz:

$$s_1 = \upsilon_1 t_1,$$ **1 pont**

$$\upsilon_1(t_2 - t_1) = s_1 + L_0 + s_2,$$ **2 pont**

$$2\upsilon_2(t_2 - t_1) = 2\upsilon_2 t_1 + L_0 + \upsilon_2 t_2,$$ **2 pont**

$$\upsilon_2 = \frac{L_0}{t_2 - 4t_1} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **1 pont**

$$\upsilon_1 = 2\upsilon_2 = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **1 pont**

A keresett távolság:

$$\boxed{s_1 = \upsilon_1 t_1 = 1\ \text{m}.}$$ **1 pont**

c) A mechanikai energia megmaradásából:

$$\frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\cdot 2m\upsilon_2^2,$$ **2 pont**

$$Dy^2 = m\cdot 4\upsilon_2^2 + 2m\cdot\upsilon_2^2,$$

$$y^2 = \frac{6m\upsilon_2^2}{D},$$ **1 pont**

$$\boxed{y = \upsilon_2 \sqrt{\frac{6m}{D}} = 0{,}1\ \text{m}.}$$ **1 pont**

d) A testek az ütközésük pillanatában $L = \upsilon_1(t_2 - t_1) = 4\ \text{m}$ távolságra vannak a faltól, tehát az *m* tömegű test a hátralévő $d - L = 1{,}2\ \text{m}$ távolságot már az ütközés utáni sebességével teszi meg. Legyen az *m* tömegű test sebessége az ütközés után u_1, a $2m$ tömegűé pedig u_2! A lendület- és energia-megmaradásból:

$$m\upsilon_1 + 2m\upsilon_2 = mu_1 + 2mu_2,$$ **1 pont**

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}\cdot 2m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}\cdot 2mu_2^2.$$ **1 pont**

Ezekből: (1) $\upsilon_1 - u_1 = 2(u_2 - \upsilon_2)$,

$$\upsilon_1^2 - u_1^2 = 2(u_2^2 - \upsilon_2^2).$$

Ezek osztásából:

(2) $\upsilon_1 + u_1 = u_2 + \upsilon_2.$ **1 pont**

(1) és (2) összeadásából:

$$2\upsilon_1 = 3u_2 - \upsilon_2,$$

$$u_2 = \frac{2\upsilon_1 + \upsilon_2}{3} = \frac{5}{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **1 pont**

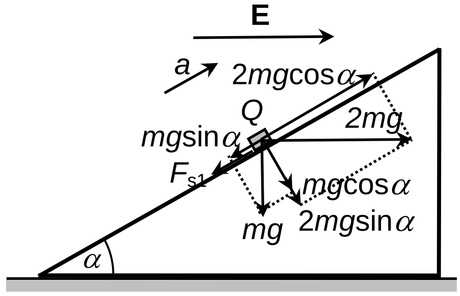
$$u_1 = u_2 + \upsilon_2 - \upsilon_1 = \frac{2}{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **1 pont**

A keresett idő:

$$\boxed{t_ö = t_2 - t_1 + \frac{d - L}{u_1} = 3{,}8\ \text{s}.}$$ **1 pont**

Összesen: 20 pont

4. feladat:



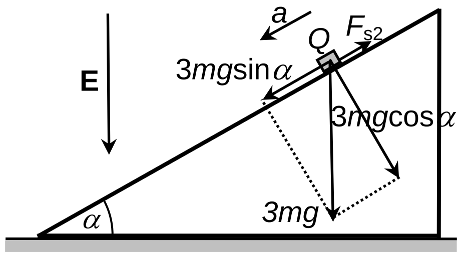
a) Könnyű belátni, hogy vízszintes irányú elektromos térerősség vektor esetén a test a lejtőn felfelé indul el. A dinamika alapegyenletéből:

$$ma = 2mg\cos\alpha - mg\sin\alpha - \mu(mg\cos\alpha + 2mg\sin\alpha),$$

$$a = 2g\cos\alpha - g\sin\alpha - \mu(g\cos\alpha + 2g\sin\alpha),$$

(1) $$a = g[2\cos\alpha - \sin\alpha - \mu(\cos\alpha + 2\sin\alpha)].$$

6 pont



Függőlegesen lefelé mutató elektromos térerősség vektor esetén a test lefelé gyorsul azonos gyorsulással.

A dinamika alapegyenletéből:

$$ma = 3mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha),$$

(2) $$a = 3g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$ **6 pont**

(1) és (2) egyenlőségéből:

$$g[2\cos\alpha - \sin\alpha - \mu(\cos\alpha + 2\sin\alpha)] = 3g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha),$$ **1 pont**

$$\mu(\cos\alpha - \sin\alpha) = 2\sin\alpha - \cos\alpha,$$

$$\mu = \frac{2\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha},$$ **1 pont**

$$\boxed{\mu = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0{,}37.}$$ **1 pont**

b) A súrlódási tényező értékét (2)-be beírva:

$$a = 3g\left(\sin\alpha - \frac{\sqrt{3}-1}{2}\cdot\cos\alpha\right),$$ **3 pont**

$$a = 3g\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}-1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

A test keresett gyorsulása:

$$\boxed{a = \frac{3\sqrt{3}-3}{4}g = 5{,}49\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont