

36. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

I. kategória: gimnázium 9. évfolyam

G.9/1. Adatok: $v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 1200 \text{ s}$.

Felírhatjuk András teljes menetidejét:

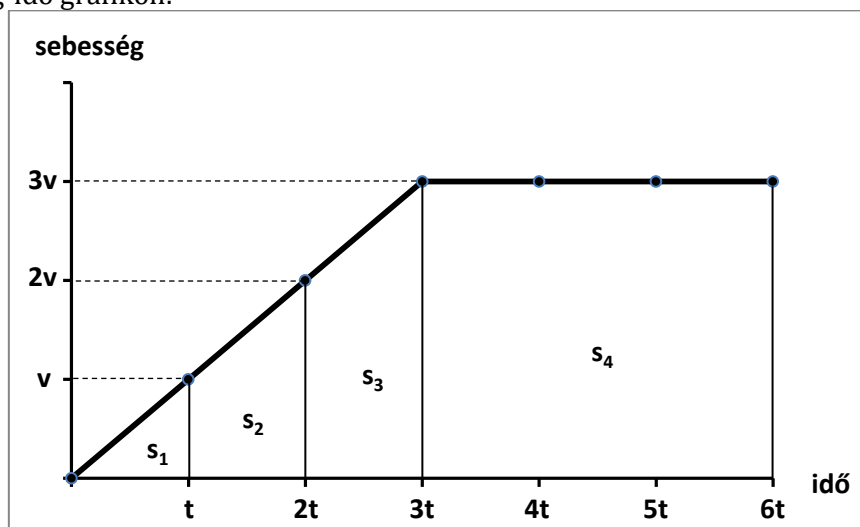
$$t = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}$$

$$s = \frac{t}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = 2250 \text{ m}$$

10 pont

G.9/2. Adatok: $s_2 = 30 \text{ m}$, $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$, $\Delta t_4 = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$.

a) A sebesség-idő grafikon:



3 pont

b) Ismeretes, hogy a kezdősebesség nélküli egyenletesen gyorsuló mozgások esetén az egymást követő egyenlő időtartamok alatt megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint 1-től kezdve a páratlan természetes számok, tehát:

$$s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 3 : 5$$

(Vagy a területek alapján: $s_1 = \frac{v}{2}t$, $s_2 = \frac{v+2v}{2}t = 3s_1$, $s_3 = \frac{2v+3v}{2}t = 5s_1$)

Esetünkben $s_2 = 30 \text{ m}$, ezért

$$s_1 = 10 \text{ m} \quad s_3 = 50 \text{ m}$$

4 pont

Kezdősebesség nélküli egyenletesen gyorsuló mozgásnál az átlagsebesség fele az elért végsebességnek, ezért a gyorsuló szakaszt követő, azzal megegyező időtartamú egyenletes mozgás során megtett út kétszerese a gyorsuló szakaszon megtett útnak:

$$s_4 = 2 \cdot (s_1 + s_2 + s_3) = 180 \text{ m}$$

(Vagy a területek alapján: $s_4 = 3v \cdot 3t = 9vt = 18s_1 = 180 \text{ m}$)

2 pont

Az összes megtett út tehát:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 3 \cdot (s_1 + s_2 + s_3) = \mathbf{270 \text{ m}}$$

1 pont

G.9/3. Adatok: $v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t = 3 \text{ s}$.

a) Először meghatározzuk a kezdősebességet. A függőleges vetület mozgása szabadesés, tehát a test 3 s múlva felvett pillanatnyi sebessége

$$v_y = gt = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2 pont

A megadott sebesség a keresett vízszintes és a most kiszámított függőleges összetevőből adódik, tehát Pitagorász tételét „visszafelé” alkalmazva a kezdősebességre a következőt kapjuk:

$$v_0 = \sqrt{v^2 - v_y^2} = \mathbf{40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

4 pont

b) A vízszintes elmozdulás:

$$x = v_0 t = 120 \text{ m}$$

A függőleges elmozdulás:

$$y = \frac{g}{2} t^2 = 45 \text{ m}$$

2 pont

A hajítás helyétől mért távolság Pitagorász tétele alapján:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \approx \mathbf{128 \text{ m}}$$

2 pont

G.9/4. Adatok: $s = 400 \text{ m}$, $t = 120 \text{ s}$, $d = 2,5 \text{ m}$, $v_i = 2v_0$

a) A futók sebessége:

$$v_0 = \frac{s}{t} = \frac{\mathbf{10 \text{ m}}}{\mathbf{3 \text{ s}}}$$

1 pont

b) Egy futó rohamozás közben v_0 relatív sebességgel $6d=15 \text{ m}$ távolságot tesz meg a csapathoz képest. Egy rohamozás időtartama $t_1 = 6d/v_0 = \mathbf{4,5 \text{ s}}$.

3 pont

c) Eközben az addig élen lévő futó szintén $6d=15 \text{ m}$ távolságot tesz meg a talajhoz képest. Őt $2,5$ méterrel előzi meg a roham során a hátulról előre szaladó futó. Így egy roham alatt a sor eleje **17,5 méterrel** kerül előrébb.

3 pont

d) Mivel 18 rohamozás történik, ez összesen $18 \cdot 17,5 \text{ m} = \mathbf{315 \text{ méter}}$.

1 pont

e) A 18 roham során $18 \cdot 4,5 \text{ s} = 81 \text{ s}$ telik el. A hátralévő 85 métert a v_0 alapsebességgel 25,5 s alatt teszi meg a csapat. Egy kör megtétele tehát $81 \text{ s} + 25,5 \text{ s} = \mathbf{106,5 \text{ másodperc}}$ ig tart.

2. megoldás: Az iramfutásos gyakorlat ideje alatt egy futó háromszor rohamoz, amelynek időtartama $3t_1 = 13,5 \text{ s}$, miközben a megtett út $s_i = 3v_it_i = 90 \text{ m}$. A fennmaradó 310 m távolságot a v_0 alapsebességgel 93 s alatt futja le. A teljes kör megtétele tehát **106,5 másodpercet** vesz igénybe.

2 pont

G.9/5. Adatok: $h = 20 \text{ m}$, $h' = 3 \text{ m}$, $m = 50 \text{ kg}$, $F_{\max} = 420 \text{ N}$, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

A berendezésre a leengedés közben a kötél erő fölfelé, a nehézségi erő lefelé hat. Olyan gyorsulással engedhetjük a szakadékba, hogy a kötél erő ne legyen nagyobb a lehetséges maximális értéknél (a szakítószilárdságnál). Ehhez lefelé gyorsulva kell mozognia. Ez a gyorsulás viszont nem lehet túl nagy, mert akkor túl nagy sebességgel érkezik le és megsérül a berendezés.

2 pont

a) A dinamika alaptörvénye szerint a legkisebb gyorsulás, amivel leengedhetjük a testet, hogy ne szakadjon el a köté:

$$mg - F_{\max} = m \cdot a_{\min}$$

$$a_{\min} = g - \frac{F_{\max}}{m} = 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

3 pont

Ezzel a minimális gyorsulással a test a négyzetes úttörvény szerint:

$$h = \frac{a_{\min}}{2} t_{\max}^2 \rightarrow t_{\max} = 5,35 \text{ s}$$

idő alatt érkezik a szakadék aljára, ahol a végsebessége:

$$v = a_{\min} \cdot t_{\max} = 7,49 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Kérdés, hogy ez nem túl nagy-e? A megengedett legnagyobb végsebességet a 3 m magasságból szabadon eső test végsebessége jelenti:

$$h' = \frac{g}{2} (t')^2 \rightarrow t' = 0,78 \text{ s} \rightarrow v_{\max} = g \cdot t' = 7,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A berendezés leengedhető az adott köté segítségével.

3 pont

Megjegyzés:

A megengedhető legnagyobb gyorsulás:

$$a_{\max} = \frac{v_{\max}^2}{2h} = 1,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A berendezés egyenletesen gyorsítva akkor engedhető le az adott köté segítségével, ha a gyorsulásra fennáll:

$$1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \leq a \leq 1,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) A leengedés ideje lehet az a) részben számolt maximális idő, de annál kisebb is, egészen a megengedhető maximális sebesség eléréséhez tartozó minimális időig.

A minimális időt számolhatjuk például az egyenletesen változó mozgás átlagsebességével:

$$h = \frac{v_{\max} + 0}{2} t_{\min} \rightarrow t_{\min} = \frac{2h}{v_{\max}} = 5,22 \text{ s}.$$

A leengedés megengedett időtartama a lehetséges maximális és minimális időtartamok közötti zárt intervallum:

$$\mathbf{5,22 \text{ s} \leq t \leq 5,35 \text{ s} .}$$

2 pont

Megjegyzés: Amennyiben a versenyző $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ értékkel számol, akkor arra a következtetésre jut, hogy a feladat nem oldható meg. Amennyiben helyesen indokol, gondolatmenetére 5 pont adható.

36. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

III. kategória: szakgimnázium 9. évfolyam

Sz.9/1. Adatok: $c = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $t_0 = 10 \text{ s}$, $t = 9,2 \text{ s}$.

A sípjel térbeli hossza $c \cdot t_0$ lenne, ha állna a vonat. Egy v sebességgel haladó vonat esetén a sípjel térbeli hossza a vonat által megtett $v \cdot t_0$ távolsággal hosszabb vagy rövidebb, attól függően, hogy a vonat távolodik vagy közeledik. Ha ez $t < t_0$ ideig történik, mint esetünkben, akkor **a vonat közeledik**.

4 pont

Tehát egy $c \cdot t_0 - v \cdot t_0$ hosszúságú sípjel halad el az észlelő mellett t idő alatt c sebességgel, ezért

$$c \cdot t = c \cdot t_0 - v \cdot t_0$$

A vonat sebessége:

$$v = c \frac{t_0 - t}{t_0} = 27,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 97,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

6 pont

Sz.9/2. Adatok: $h = 20 \text{ m}$, $v_{01} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_{02} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) A két test vízszintes hajítással mozog, esési idejük:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \text{ s}$$

2 pont

Földet éréskor távolságuk:

$$d = x_1 + x_2 = (v_{01} + v_{02}) \cdot t = \mathbf{20 \text{ m}}$$

3 pont

b) Az esés idejének felénél távolságuk feleakkora, mint földet éréskor, azaz **10 m**.

1 pont

Közben függőlegesen $y = \frac{g}{2} \left(\frac{t}{2}\right)^2 = 5$ métert zuhannak, ezért magasságuk **15 m**.

2 pont

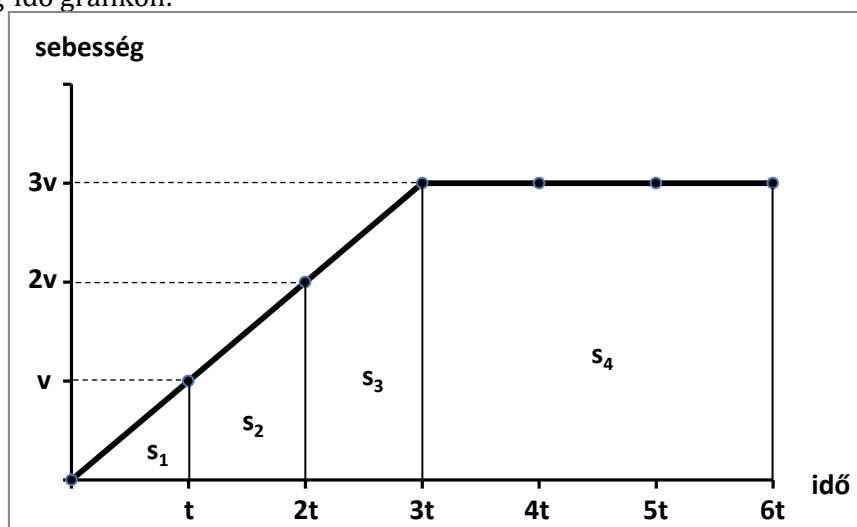
c) Ha azonos irányba hajítjuk őket, akkor távolságuk földet éréskor:

$$d' = x_1 - x_2 = (v_{02} - v_{01}) \cdot t = \mathbf{4 \text{ m}}$$

2 pont

Sz.9/3. Adatok: $s_2 = 30 \text{ m}$, $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$, $\Delta t_4 = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$.

a) A sebesség-idő grafikon:



3 pont

b) Ismeretes, hogy a kezdősebesség nélküli egyenletesen gyorsuló mozgások esetén az egymást követő egyenlő időtartamok alatt megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint 1-től kezdve a páratlan természetes számok, tehát:

$$s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 3 : 5$$

(Vagy a területek alapján: $s_1 = \frac{v}{2}t$, $s_2 = \frac{v+2v}{2}t = 3s_1$, $s_3 = \frac{2v+3v}{2}t = 5s_1$)

Esetünkben $s_2 = 30 \text{ m}$, ezért

$$s_1 = 10 \text{ m} \quad s_2 = 50 \text{ m}$$

4 pont

Kezdősebesség nélküli egyenletesen gyorsuló mozgásnál az átlagsebesség fele az elért végsebességnek, ezért a gyorsuló szakaszt követő, azzal megegyező időtartamú egyenletes mozgás során megtett út kétszerese a gyorsuló szakaszon megtett útnak:

$$s_4 = 2 \cdot (s_1 + s_2 + s_3) = 180 \text{ m}$$

(Vagy a területek alapján: $s_4 = 3v \cdot 3t = 9vt = 18s_1 = 180 \text{ m}$)

2 pont

Az összes megtett út tehát:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 3 \cdot (s_1 + s_2 + s_3) = \mathbf{270 \text{ m}}$$

1 pont

Sz.9/4. Adatok: $m_1 = 2m_2$, $v_2 = 0$, $s = 1 \text{ m}$, $\mu = 0,2$.

Az ütközésre érvényes a lendületmegmaradás törvénye:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_k$$

2 pont

A tömegarány felhasználásával:

$$\begin{aligned} 2m_2 v_1 &= (2m_2 + m_2) v_k \\ v_1 &= 1,5 v_k \end{aligned}$$

2 pont

Meg kell még határoznunk a testek ütközés utáni közös sebességét. Mivel a testeket csak a súrlódási erő fékezi, a lassulás nagysága:

$$a = \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} = \mu g = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

3 pont

Az ütközés utáni közös sebesség:

$$v_k = \sqrt{2as} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2 pont

Az ütközés előtti pillanatban a nagyobb tömegű test sebessége $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ volt.

1 pont

Sz.9/5. Adatok: $h = 20 \text{ m}$, $h' = 3 \text{ m}$, $m = 50 \text{ kg}$, $F_{\text{max}} = 420 \text{ N}$, $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

A berendezésre a leengedés közben a kötél erő fölfelé, a nehézségi erő lefelé hat. Olyan gyorsulással engedhetjük a szakadékba, hogy a kötél erő ne legyen nagyobb a lehetséges maximális értéknél (a szakítószilárdságnál). Ehhez lefelé gyorsulva kell mozognia. Ez a gyorsulás viszont nem lehet túl nagy, mert akkor túl nagy sebességgel érkezik le és megsérül a berendezés.

2 pont

a) A dinamika alaptörvénye szerint a legkisebb gyorsulás, amivel leengedhetjük a testet, hogy ne szakadjon el a köté:

$$mg - F_{\text{max}} = m \cdot a_{\text{min}}$$

$$a_{\text{min}} = g - \frac{F_{\text{max}}}{m} = 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

3 pont

Ezzel a minimális gyorsulással a test a négyzetes úttörvény szerint:

$$h = \frac{a_{\text{min}}}{2} t_{\text{max}}^2 \rightarrow t_{\text{max}} = 5,35 \text{ s}$$

idő alatt érkezik a szakadék aljára, ahol a végsebessége:

$$v = a_{\text{min}} \cdot t_{\text{max}} = 7,49 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Kérdés, hogy ez nem túl nagy-e? A megengedett legnagyobb végsebességet a 3 m magasságból szabadon eső test végsebessége jelenti:

$$h' = \frac{g}{2} (t')^2 \rightarrow t' = 0,78 \text{ s} \rightarrow v_{\text{max}} = g \cdot t' = 7,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A berendezés leengedhető az adott köté segítségével.

3 pont

Megjegyzés:

A megengedhető legnagyobb gyorsulás:

$$a_{\text{max}} = \frac{v_{\text{max}}^2}{2h} = 1,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

A berendezés egyenletesen gyorsítva akkor engedhető le az adott köté segítségével, ha a gyorsulásra fennáll:

$$1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \leq a \leq 1,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) A leengedés ideje lehet az a) részben számolt maximális idő, de annál kisebb is, egészen a megengedhető maximális sebesség eléréséhez tartozó minimális időig.

A minimális időt számolhatjuk például az egyenletesen változó mozgás átlagsebességével:

$$h = \frac{v_{\text{max}} + 0}{2} t_{\text{min}} \rightarrow t_{\text{min}} = \frac{2h}{v_{\text{max}}} = 5,22 \text{ s}.$$

A leengedés megengedett időtartama a lehetséges maximális és minimális időtartamok közötti zárt intervallum:

$$5,22 \text{ s} \leq t \leq 5,35 \text{ s}.$$

2 pont

Megjegyzés: Amennyiben a versenyző $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ értékkel számol, akkor arra a következtetésre jut, hogy a feladat nem oldható meg. Amennyiben helyesen indokol, gondolatmenetére 5 pont adható.

36. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

II. kategória: gimnázium 10. évfolyam

G.10/1. Adatok: $H = 15 \text{ m}$, $L = 3,75 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$.

A lejtő tetejéig a test $H - L = 11,25$ métert esik lefelé, tehát az addig eltelt idő

$$t = \sqrt{\frac{2(H - L)}{g}} = 1,5 \text{ s}$$

2 pont

Ezalatt $v_y = g \cdot t = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességre tesz szert függőlegesen.

2 pont

A lejtőn akkor folytathatja zökkenőmentesen az útját, ha a sebessége ebben a pillanatban lejtő irányú. A 30° -os derékszögű háromszög tulajdonságait, vagy szögfüggvényt alkalmazva kapható, hogy

$$v_x = \sqrt{3} \cdot v_y \approx 26 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3 pont

Ez egyben a hajítás kezdősebessége. A lejtőnek olyan távol kell lennie, amennyi a test vízszintes elmozdulása az adott idő alatt:

$$x = v_x t \approx 39 \text{ m}$$

Tehát a lejtőt a torony lábától 39 m távol kell felállítani.

3 pont

G.10/2. Adatok: $s_2 = 2s_1$, $\mu_1 = 0$, $v_0 = 0$, $\alpha = 15^\circ$.

A felső szakaszon a gyorsulás nagysága:

$$a_1 = g \cdot \sin \alpha$$

1 pont

Az alsó szakaszon a sebesség csökkenés miatt a gyorsulás iránya felfelé mutat, nagysága:

$$a_2 = g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha)$$

2 pont

A két pályaszakasz határán a sebesség:

$$v = a_1 \cdot t_1 = a_2 \cdot t_2$$

A két mozgásszakasz idejének aránya ezért:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

3 pont

A megtett utak:

$$s_1 = \frac{v \cdot t_1}{2} \quad \text{és} \quad s_2 = \frac{v \cdot t_2}{2}$$

A megtett utak aránya:

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha)}{g \cdot \sin \alpha} = \frac{\mu \cdot \cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\mu}{\tan \alpha} - 1$$

3 pont

Mivel $s_2 = 2s_1$:

$$\mu = \left(\frac{s_1}{s_2} + 1 \right) \cdot \tan \alpha = 1,5 \cdot \tan \alpha \approx 0,4$$

1 pont

Tehát a keresett súrlódási együttható 0,4.

2. megoldás: A feladat megoldható a munkatétellel is; a nehézségi erő munkája megegyezik a súrlódási erő munkájának abszolút értékével (a felszabaduló hővel):

$$mgh = (\mu mg \cos \alpha) s_2 = (\mu mg \cos \alpha) \left(\frac{2}{3} \frac{h}{\sin \alpha} \right) = \frac{2}{3} \frac{\mu mgh}{\tan \alpha},$$

ahol h a lejtő magassága. Egyszerűsítés után $\mu = \frac{3}{2} \tan \alpha \approx 0,4$ adódik az első megoldással megegyezően.

G.10/3. Adatok: $D = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $m = 0,5 \text{ kg}$, $R = 0,4 \text{ m}$, $l_0 = 0,15 \text{ m}$, $\mu = 0,2$.

a) Amikor a rugó végéhez erősített test éppen a henger belső palástjához ér (a kényszererő tehát még éppen nulla), a testet a rugalmas erő tartja körpályán:

$$D(R - l_0) = mR\omega_0^2$$
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D(R - l_0)}{mR}} = 2,5 \frac{1}{\text{s}}$$

A rudat legalább $2,5 \frac{1}{\text{s}}$ szögsebességgel kell forgatni ahhoz, hogy a test hozzáérjen a henger falához.

4 pont

b) Ha $\omega > \omega_0$, a henger fala erőt fejt ki testre, amit sugár, illetve érintő irányú komponensekre bonthatunk. A sugár irányú komponens (F_k kényszererő) hozzájárul a test körpályán tartásához:

$$D(R - l_0) + F_k = mR\omega^2$$

$$F_k = mR\omega^2 - D(R - l_0)$$

2 pont

Az érintő irányú komponens (F_s súrlódási erő) akadályozza a rúd forgatását:

$$F_s = \mu F_k = \mu [mR\omega^2 - D(R - l_0)]$$

2 pont

Az egyenletes forgatás érdekében munkát kell végezni, a kifejtett teljesítmény:

$$P = F_s \cdot v = F_s \cdot R\omega$$

$$P = \mu [mR\omega^2 - D(R - l_0)] \cdot R\omega$$

Ha $\omega = 2\omega_0$, akkor a teljesítmény:

$$P = 2\mu R\omega_0 \cdot [4mR\omega_0^2 - D(R - l_0)] = 1,5 \text{ W}$$

2 pont

G.10/4. Adatok: $V_{ki} = \frac{9}{64} V$.

A gyorsítás során a jobb oldali ágban a víz kifolyása után is L magasságú lesz a vízoszlop. Legyen a másik két ágból kifolyt vízoszlopok magassága x , illetve y ! A feltétel szerint:

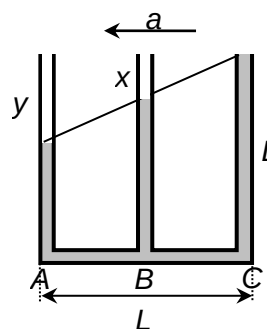
$$x + y = \frac{9}{64} \cdot 4L = \frac{9}{16} L.$$

Hasonlóság miatt:

$$y = 2x.$$

Ezekből:

$$x = \frac{3}{16} L \quad \text{és} \quad y = \frac{3}{8} L$$



3 pont

Írjuk fel a vízszintes csőben lévő víz AC szakaszára a dinamika alapegyenletét!

$$L\rho \cdot a = \rho g L \cdot A - \rho g(L - y) \cdot A$$

5 pont

Innen:

$$a = \frac{y}{L} g = \frac{3}{8} g = 3,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2 pont

2. megoldás:

A gyorsítás során a jobb oldali ágban a víz kifolyása után is L magasságú lesz a vízoszlop. Legyen a másik két ágból kifolyt vízoszlopok magassága x , illetve y ! A feltétel szerint:

$$x + y = \frac{9}{64} \cdot 4L = \frac{9}{16} L.$$

Hasonlóság miatt:

$$y = 2x.$$

Ezekből:

$$x = \frac{3}{16} L \quad \text{és} \quad y = \frac{3}{8} L$$

3 pont

Ismert, hogy a szabad folyadékfelszín mindig merőleges a kis részére ható erők eredőjére. A gyorsuló rendszerhez rögzített koordináta-rendszerben a Δm tömegű részre a függőleges irányú Δmg erő és a vízszintes irányú Δma erő hat. Az ábra alapján:

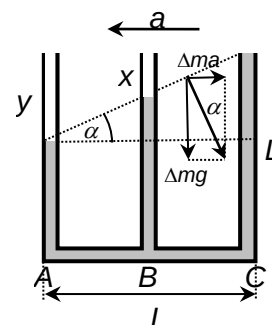
$$\text{tg} \alpha = \frac{\Delta ma}{\Delta mg} = \frac{a}{g} \quad \text{és} \quad \text{tg} \alpha = \frac{y}{L}$$

5 pont

Ezekből:

$$a = \frac{y}{L} g = \frac{3}{8} g = 3,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2 pont



G.10/5.H. Adatok: $V = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, $p_1 = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $A = 10^{-2} \text{ m}^2$, $P = 10 \text{ W}$.

a) A fedő akkor emelkedik meg, ha az erők eredője és az F_k kényszererő is zérus, így:

$$p_2 \cdot A = p_0 \cdot A \quad \text{tehát} \quad p_2 = p_0$$

1 pont

A nyomás változása $\Delta p = p_0 - p_1 = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Az első főtétele alapján:

$$Q = \Delta E_b = \frac{f}{2} \Delta p \cdot V = 250 \text{ J}$$

2 pont

Ezeket és a teljesítmény jelentését felhasználva:

$$P \cdot t = Q \quad \rightarrow \quad \Delta t = 25 \text{ s}$$

1 pont

b) Az előzőeket alkalmazva:

$$P \cdot t = Q = \frac{f}{2} \Delta p \cdot V = \frac{f}{2} [p(t) - p_1] \cdot V$$

Tehát

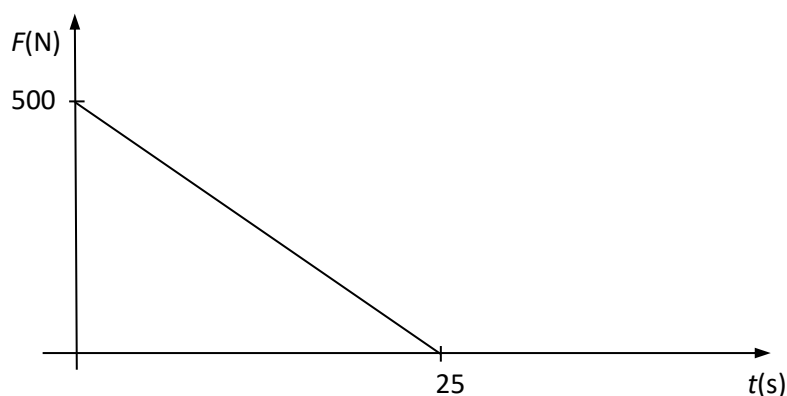
$$p(t) = \frac{2P}{f \cdot V} \cdot t + p_1$$

$$p(t) = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{Pa}}{\text{s}} \cdot t + 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

3 pont

c) A dugattyú egyensúlyban van minden időpillanatban, ezért

$$\begin{aligned} F_k(t) &= p_0 \cdot A - p(t) \cdot A \\ F_k(t) &= (p_0 - p_1) \cdot A - \frac{2P \cdot A}{f \cdot V} \cdot t \\ F_k(t) &= 500 \text{ N} - 20 \frac{\text{N}}{\text{s}} \cdot t \end{aligned}$$

**3 pont****G.10/5.E.** Adatok: $C_0 = 1 \text{ nF}$, $U_0 = 600 \text{ V}$, $d_1 = 3d_0$, $d_2 = d_0/3$.a) Az eredeti párhuzamos kapcsolás eredő kapacitása $C_e = 2C_0 = 2 \text{ nF}$. A síkkondenzátor kapacitása fordítottan arányos a lemezek távolságával, ezért a lemeztávolságok megváltoztatása után a kondenzátorok kapacitása:

$$C_1 = \frac{C_0}{3} = \frac{1}{3} \text{ nF} \quad \text{és} \quad C_2 = 3C_0 = 3 \text{ nF}$$

Az eredő kapacitás ezután:

$$C'_e = C_1 + C_2 = \frac{10}{3} C_0 = \frac{10}{3} \text{ nF}$$

Az eredő kapacitás 5/3-szorosra növekszik.**4 pont**

b) Az eredő töltés nem változik, ezért:

$$Q_e = C_e \cdot U_0 = C'_e \cdot U'$$

Az új feszültség:

$$U' = \frac{C_e}{C'_e} U_0 = 360 \text{ V}$$

2 pont

c) A kondenzátorok eredeti töltése:

$$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = 600 \text{ nC}$$

A kondenzátorok új töltése:

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 \cdot U' = 120 \text{ nC} \\ Q_2 &= C_2 \cdot U' = 1080 \text{ nC} \end{aligned}$$

Az egyik kondenzátor töltése 480 nC-bal csökken, a másiké ugyanannyival nő.

2 pont

d) A rendszer energiájának változása:

$$\frac{W'}{W} = \frac{\frac{1}{2} Q_e \cdot U'}{\frac{1}{2} Q_e \cdot U_0} = \frac{U'}{U_0} = \frac{C_e}{C'_e} = 0,6$$

A rendszer energiája 40%-kal csökkent.

2 pont

Megjegyzés: Amikor az egyik síkkondenzátor lemezeit háromszoros távolságra széthúzzuk, akkor a munkavégzésünk pozitív, ez növeli a rendszer energiáját. Azonban a másik kondenzátor lemezeinek közelítésekor negatív a munkavégzésünk (a lemezek végeznek pozitív munkát a kezünkön), és ez csökkenti a rendszer energiáját. Széthúzáskor az elmozdulás $2d_0$, közelítéskor ennek mindössze a harmada, azonban ilyenkor annyira megnő a lemezeken a töltés és ezzel együtt az erő is, hogy összességében a közelítés hatása a döntő.

36. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

*A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. **A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

IV. kategória: szakgimnázium 10. évfolyam

Sz.10/1. Adatok: $h = 105 \text{ m}$, $t_0 = 5 \text{ s}$.

a) Az elengedett golyó függőleges irányú kezdősebessége a talajhoz képest megegyezik a hőlégballon v_0 emelkedési sebességével. A golyó függőleges irányú mozgása nem más, mint egy h magasságból indított függőleges hajítás felfelé.

2 pont

Legyen a golyó egy tetszőleges t időpillanatban y magasságban a talaj felett. Ekkor fennáll, hogy

$$y = h + v_0 t - \frac{g}{2} t^2.$$

A golyó akkor érkezik le, amikor y nullává válik, azaz

$$0 = h + v_0 t_0 - \frac{g}{2} t_0^2.$$

Ebből a hőlégballon sebessége:

$$v_0 = \frac{gt_0^2 - 2h}{2t_0} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5 pont

b) A golyó sebessége a talajra érkezéskor

$$v = v_0 - gt_0 = -46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3 pont

Sz.10/2. Adatok: $R = 20 \text{ m}$, $t_1 = 4 \text{ s}$, $s_1 = 8 \text{ m}$, $a = 2a_0 = 2a_t$.

A feladatszöveg szerint a motorkerékpáros kerületi (érintőleges) gyorsulása állandó:

$$a_t = \frac{2s_1}{t_1^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2 pont

A keresett időpillanatban a gyorsulás:

$$a = 2a_0 = 2a_t = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1 pont

A normál-gyorsulás (centripetális gyorsulás):

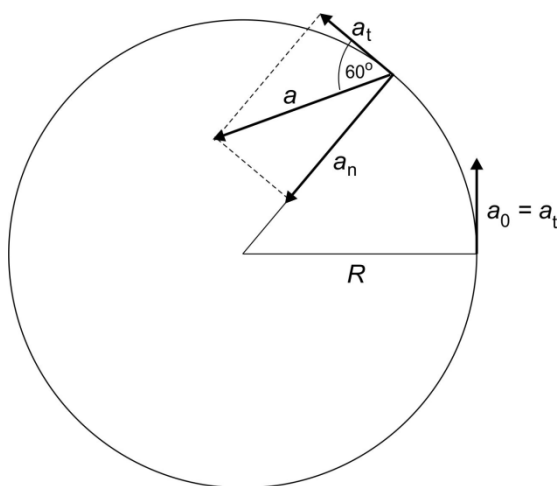
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R}$$

2 pont

Az ábrán mutatott geometriai viszonyokból:

$$a_n = a \frac{\sqrt{3}}{2} = 2a_t \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2 pont



Beírva a normál-gyorsulás kifejezését:

$$\frac{(a_t \cdot t)^2}{R} = a_t \cdot \sqrt{3}$$

Innen a keresett idő:

$$t = \sqrt{\frac{R\sqrt{3}}{a_t}} \approx 5,89 \text{ s}$$

2 pont

A motorkerékpáros ezalatt megtett útja

$$s = \frac{a_t}{2} t^2 \approx 17,3 \text{ m}$$

1 pont

Sz.10/3. Adatok: $t_2 = \frac{3}{4} t_1$, $\mu = \frac{1}{6}$.

A két testből álló rendszer gyorsulását a függőlegesen mozgó testre ható gravitációs erő és a vízszintes felületen csúszó testre ható súrlódási erő szabja meg. Amikor a nagyobb tömegű test mozog a vízszintes felületen:

$$a_1 = \frac{mg - \mu Mg}{m + M}$$

4 pont

Felcserélés után:

$$a_2 = \frac{Mg - \mu mg}{m + M}$$

1 pont

Az indulástól megtett utak egyenlők:

$$\frac{a_1}{2} t_1^2 = \frac{a_2}{2} \left(\frac{3}{4} t_1 \right)^2$$

Ebből

$$a_1 = \frac{9}{16} a_2$$

3 pont

Behelyettesítve

$$\frac{mg - \mu Mg}{m + M} = \frac{9}{16} \frac{Mg - \mu mg}{m + M}$$

Egyszerűsítés és rendezés után

$$\frac{M}{m} = \frac{3}{2}$$

2 pont

Megjegyzés: Helyes eredmény a $\frac{m}{M} = \frac{2}{3}$ megadása is.

Sz.10/4. Adatok: $x_1 = 5 \text{ cm}$, $x_2 = 4x_1$.

Első esetben, amikor a test egyensúlyba kerül, az erők kiegyenlítik egymást:

$$mg = Dx_1$$

2 pont

Második esetben, amikor a testet az előbbi egyensúlyi helyzettől mérve h magasságból ejtjük a rugóra, és a rugó összenyomódása négyszerese lesz az előbbi értéknek, alkalmazhatjuk a munkatételt. Helyzeti energia alakul rugalmas energiává (a helyzeti energia null-szintjét úgy választjuk meg, amikor a rugó maximálisan összenyomódik):

$$mg(h + 3x_1) = \frac{1}{2}D(4x_1)^2$$

5 pont

Az első egyenlet felhasználásával:

$$Dx_1(h + 3x_1) = \frac{1}{2}D(4x_1)^2$$

Egyszerűsítés és rendezés után:

$$h = 5x_1 = 25 \text{ cm}$$

3 pont

Sz.10/5.H. Adatok: $F = 142 \text{ N}$, $r = 0,03 \text{ m}$, $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $m = 0,08 \text{ kg}$.

Az elzárt felmelegített, majd lehűlt gázra alkalmazzuk Gay-Lussac II. törvényét:

$$\frac{p}{T_0} = \frac{p_0}{T}$$

Fejezzük ki a T_0 hőmérsékletű környezet hőmérsékletére lehűlt gáz p nyomását:

$$p = \frac{T_0}{T} p_0$$

2 pont

A csészére ható erők egyensúlya miatt:

$$F + p \cdot A = mg + p_0 \cdot A$$

4 pont

Fejezzük ki az F erőt, és p -t helyettesítsük a fenti kifejezéssel:

$$F = mg + (p_0 - p) \cdot A = mg + p_0 \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot A$$

A hőmérsékletek keresett aránya:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{p_0 \cdot A}{p_0 \cdot A + mg - F} = \frac{p_0 \cdot r^2 \pi}{p_0 \cdot r^2 \pi + mg - F}$$

$$\frac{T}{T_0} \approx 2$$

4 pont

Sz.10/5.E. Adatok: $qE = mg$.

A bal oldali külső test g -vel gyorsul lefelé, a felső külső a $qE = mg$ feltétel miatt szintén g -vel jobbra. A belső testre ható vízszintes és függőleges irányú erők nagysága egyaránt mg , így vízszintes és függőleges irányba is g -vel gyorsul, pályája az L oldalú négyzet átlója.

4 pont

A testek emiatt ugyanannyi idő múlva ütköznek a kerethez, a külsők a keret meghosszabbításainál, a belső az átló szemközti csúcsánál. Az eltelt idő mindhárom esetben:

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

3 pont

Az előzőek alapján, a külső oldalon mozgó testek sebessége a keretnek ütközés pillanatában $\sqrt{2gL}$, a belsőé ennek $\sqrt{2}$ -szerese, vagyis $2 \cdot \sqrt{gL}$.

3 pont