35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 9. évfolyam

G.9/1. Adatok: v_0 = 1 m/s

A két gyerek ugyanannyi idő alatt jut a lépcső tetejére, ezért

$$\frac{s}{v_0} = \frac{s}{4v_0} + \frac{s}{4(v - v_0)} + \frac{s}{v + v_0}$$

6 pont

$$\frac{3}{v_0} = \frac{1}{v - v_0} + \frac{4}{v + v_0}$$

$$v(5v_0 - 3v) = 0\,.$$

2 pont

A fizikailag értelmes megoldás:

$$v = \frac{5}{3}v_0 = \mathbf{\frac{5}{3}\,\frac{m}{s}} = \mathbf{1,67\,\frac{m}{s}}\,.$$

2 pont

G.9/2. Adatok: $\frac{1}{4}T_F = 0{,}8\ \text{s}$; $\omega_V = 2\ \frac{1}{\text{s}}$

a) Határozzuk meg Futrinka szögsebességét! A teljes kör megtételéhez Futrinkának $T_F = 3{,}2\ \text{s}$ idő kellett, ezzel szögsebessége

$$\omega_F = \frac{2\pi}{T_F} = 1{,}963\ \frac{1}{\text{s}} < \omega_V\,.$$

Tehát **Vöröshangya kicsit gyorsabb**. **2 pont**

b) A lekörözés azt jelenti, hogy ennek időtartama alatt az egyik egy körrel többet tesz meg a másiknál, ami 2π szögelfordulással többet jelent. Jelölje T a lekörözés idejét:

$$\omega_V T - \omega_F T = 2\pi \quad (*)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_V - \omega_F} = \mathbf{172\ s}\,.$$

Megjegyzés: Ha a (*) egyenletet $2\pi T$-vel osztjuk, akkor az $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_F}$ egyenletet kapjuk.

4 pont

c) Amennyiben egy irányba haladnak, akkor a keresett idő alatt szögelfordulásaik összege 2π. Ezzel az egyenlet

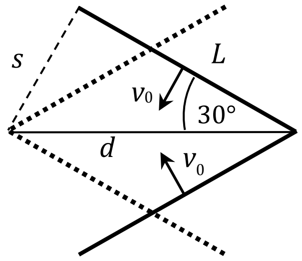
$$\omega_V T^* + \omega_F T^* = 2\pi$$

$$T^* = \frac{2\pi}{\omega_V + \omega_F} = \mathbf{1,59\ s}\,.$$

Megjegyzés: Mivel szinte egyforma gyorsan haladnak, ezért mindketten gyakorlatilag egy félkört tesznek meg. Most $\frac{1}{T^*} = \frac{1}{T_V} + \frac{1}{T_F}$. **4 pont**

G.9/3. Adatok: v_0 = 0,1 m/s; $\alpha = 60°$; $L = 1{,}2$ m

a) Vizsgáljuk az egyik rúd baloldali végének elmozdulását. A kérdéses idő alatt egy ilyen végpont s elmozdulása az ábra alapján (figyelembe véve, hogy az s, d és L oldalú háromszög szabályos háromszöggé egészíthető ki):



$$s = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

$$s = v_0 t\,.$$

A keresett idő:

$$t = \frac{s}{v_0} = \frac{L}{\sqrt{3}v_0} = \mathbf{6{,}93\ s}\,.$$

5 pont

b) Eközben az érintkezési pont v_1 sebességgel d utat tesz meg. Mivel $d = 2s$, így a rudak érintkezési pontjának sebessége:

$$v_1 = \frac{d}{t} = \frac{2s}{t} = 2v_0 = \mathbf{0{,}2\ \frac{m}{s}}\,.$$

5 pont

G.9/4. Adatok: v_0 = 1 m/s; $F_x = 20$ N; $F_y = 10$ N; $m = 31$ kg

a) A nyomóerő a szánkótalp és a hó között: $F_{ny} = mg - F_y = 300$ N.

1 pont

Az egyenletes mozgatás következtében a húzóerő vízszintes irányú komponense egyenlő nagyságú a súrlódási erővel, ezért:

$$\mu = \frac{F_s}{F_{ny}} = \frac{F_x}{F_{ny}} = \mathbf{\frac{1}{15}} \approx \mathbf{0{,}067}.$$

3 pont

b) A megtorpanást követően a húzóerő komponensei:

$$F_x' = 30\text{ N};\ F_y' = 15\text{ N}.$$

1 pont

A nyomóerő és a súrlódási erő:

$$F_{ny}' = mg - F_y' = 295\text{ N},$$

$$F_s' = \mu F_{ny}' \approx 19{,}7\text{ N}.$$

2 pont

A szánkó gyorsulása:

$$a = \frac{F_x' - F_s'}{m} = \frac{1}{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2 pont

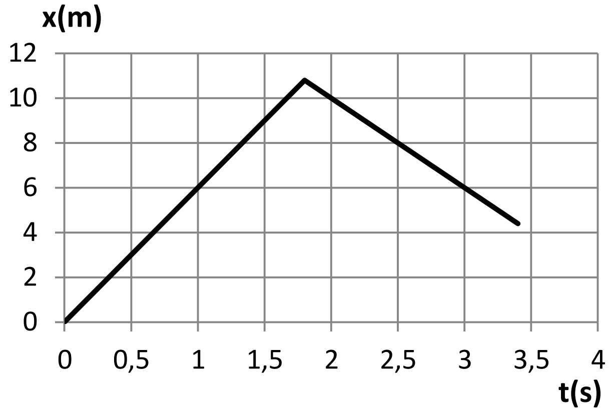
A keresett időtartam:

$$t = \frac{v_0}{a} = \mathbf{3\ s}\,.$$

1 pont

$\boxed{\textbf{G.9/5.}}$

Adatok: $t = 0{,}75\ \mathrm{s};\ \mu = 0{,}2; m_2 = 2m_1$



A grafikon a könnyebb test mozgását mutatja, mely az ütközés előtt is, utána is egyenletesen mozog. A grafikonról leolvasható, hogy ütközés előtt ez a test $v_1 = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességgel haladt. Ütközés után ellenkező irányba mozog $v_1' = -4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességgel.
Sebességváltozása $\Delta v_1 = -10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, az eredeti haladási iránnyal ellentétes.

3 pont

A kétszer akkora tömegű test eredetileg $v_2 = -6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességgel mozgott, a másikkal ellentétes irányba. Sebességváltozása (a lendületmegmaradás törvénye miatt) feleakkora, mint az első test sebességváltozása és azzal ellentétes irányú, tehát $\Delta v_2 = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
Így az ütközés után az eredeti irányba halad $v_2' = -1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességgel.

3 pont

A két test tehát az ütközést követően egy irányba mozog.
Az első test a kérdéses idő alatt $s_1 = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}75\ \mathrm{s} = 3\ \mathrm{m}$ utat tesz meg.

1 pont

A másik test lassulni kezd a súrlódás miatt. Lassulása $|a_2| = \mu g = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, ezért $\Delta t = 0{,}5$ s idő alatt megáll. Eközben átlagsebessége 0,5 m/s és $s_2 = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}5\ \mathrm{s} = 0{,}25\ \mathrm{m}$ utat tesz meg.

2 pont

A két test távolsága tehát $d = s_1 - s_2 = \mathbf{2{,}75\ m}$.

1 pont

35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 9. évfolyam

Sz.9/1. Adatok: $R = 0{,}2\ \mathrm{m}$; $\omega = 5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

Határozzuk meg, hogy mennyi idő telik el az indítás után a kérdéses pillanatig. A körmozgást végző testnek félkörnyi pályát kell befutnia, amihez tartozó középponti szög $\varphi = \pi$.
Ezt ω szögsebességgel

$$t = \frac{\varphi}{\omega} = 0{,}628\ \mathrm{s}$$

3 pont

idő alatt teszi meg. Eközben az elengedett test függőlegesen

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = 1{,}97\ \mathrm{m}$$

utat tesz meg. **4 pont**

A két test távolsága ekkor:

$$d = h + 3R = \mathbf{2{,}57\ m}\,.$$ **4 pont**

Sz.9/2. Adatok: $v_1 = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $v_2 = 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\Delta s^* = 0{,}5\ \mathrm{m}$

A másodpercenkénti sebességváltozást jelöljük Δv^*-gal, a másodpercenként megtett út növekedését Δs^*-gal. Belátható, hogy a két mennyiség számértéke egyenlő, ugyanis ha minden másodpercben Δs^*-gal nő az út, akkor $\Delta s^*/\Delta t$-vel nő az átlagsebesség is $\Delta t = 1\ \mathrm{s}$ időközönként, ami egyenletesen gyorsuló mozgás esetén csak úgy teljesülhet, ha a pillanatnyi sebesség is ugyanennyit nő minden másodpercben. (Ugyanerre a következtetésre juthatunk algebrai számolással vagy a sebesség-idő grafikon elemzésével is.)

3 pont

a) Az autó gyorsulása:

$$a = \frac{\Delta v^*}{1\ \mathrm{s}} = \mathbf{0{,}5\ \frac{m}{s^2}}\,.$$

2 pont

b) A gyorsítás ideje:

$$t = \frac{\Delta v}{a} = \mathbf{10\ s}\,.$$

2 pont

c) A gyorsítás során megtett út:

$$s = \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot t = \mathbf{225\ m}\,.$$

3 pont

Megjegyzés: A gyorsítás előtti utolsó másodpercben az autó 20 m utat tett meg, a gyorsítás első másodpercében 20,25 m utat, majd a következő másodpercben 20,75 m utat, majd 21,25 m-t, és így tovább. Ezeket az utakat összeadva is megkaphatjuk a gyorsítás során megtett teljes utat:
$s = (20{,}25 + 20{,}75 + 21{,}25 + \ldots + 24{,}25 + 24{,}75)\ \mathrm{m} = 5 \cdot 45\ \mathrm{m} = 225\ \mathrm{m}$.

$\boxed{\textbf{Sz.9/3.}}$ Adatok: $d = 80\text{ m}; s = 50\text{ m}; t = 100\text{ s}$

a) Leghamarabb akkor tud a folyón átkelni, ha András **vízhez képesti sebessége merőleges a partra**. András vízhez viszonyított sebessége:

$$v = \frac{d}{t} = \mathbf{0{,}8\ \frac{m}{s}}.$$

6 pont

b) A folyóvíz parthoz viszonyított sebessége az elsodródásból határozható meg:

$$c = \frac{s}{t} = \mathbf{0{,}5\ \frac{m}{s}}.$$

4 pont

$\boxed{\textbf{Sz.9/4.}}$ Adatok: $D = 20\ \frac{\text{N}}{\text{m}};\ m = 0{,}05\text{ kg}$

a) A rugalmas erő egyensúlyt tart a nehézségi erővel. A rugó megnyúlása:

$$\Delta l_1 = \frac{mg}{D} = \mathbf{2{,}5\ cm}.$$

2 pont

b) A rugalmas erő a mágneses és a nehézségi erő összegével egyenlő. A mágnes és a vaslap közötti mágneses vonzóerő:

$$F_m = D \cdot \Delta l_2 - mg = 10D \cdot \Delta l_1 - mg = 9mg = \mathbf{4{,}5\ N}.$$

4 pont

c) A mágneses erő tart egyensúlyt a rugalmas és a nehézségi erő összegével. A rugó megnyúlása:

$$\Delta l_3 = \frac{F_m - mg}{D} = \frac{8mg}{D} = 8 \cdot \Delta l_1 = \mathbf{20\ cm}.$$

4 pont

$\boxed{\textbf{Sz.9/5.}}$ Adatok: $h_1 = 1\text{ m};\ h_2 = 2{,}8\text{ m}; a = 9\text{ m}; b = 18\text{ m}; s = 0{,}6\text{ m}$

a) A labda $\Delta h = h_2 - h_1 = 1{,}8$ métert emelkedik $t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot\Delta h}{g}} = 0{,}6\text{ s}$ alatt. Ezután $h_2 = 2{,}8\text{ m}$ magasból vízszintes hajítással $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 0{,}75\text{ s}$ múlva ér a talajra.

Összesen 1,35 s telik el a feladás indításától a labda talajra érkezéséig.

4 pont

b) A játékos a háló közepétől valamelyik sarok irányába ütheti a legnagyobb sebességgel a labdát. A labda vízszintes irányú elmozdulása ekkor $d = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{4{,}5^2 + 9^2} \approx 10\text{ m}$.

Az ütés maximális sebessége tehát kb. $v = \frac{d}{t_2} = \mathbf{13{,}3\ \frac{m}{s}}$ **lehet**.

3 pont

c) A legkisebb kezdősebességű felugrás esetén, a leütés pillanatában nemcsak a labda, hanem a játékos súlypontja is pályájának legmagasabb pontján van. A játékos emelkedésének időtartama:

$$t_3 = \sqrt{\frac{2h_3}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}6\text{ m}}{10\text{ m/s}^2}} = 0{,}35\text{ s}.$$

Mivel a labda $t_1 = 0{,}6$ s-ig emelkedik, a játékosnak **a feladás indítása után 0,25 másodperccel kell elrugaszkodnia**.

3 pont

35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 10. évfolyam

G.10/1. Adatok: $\alpha = 30°$; $\beta = 60°; W_\alpha = 1{,}5 \cdot W_\beta$

A test $\alpha = 30°$-os hajlásszögű és h magasságú lejtőn történő egyenletes mozgatása közben emelési és súrlódási munkát kell végezni:

$$W_\alpha = mgh + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}mg \cdot 2h = mgh\left(1 + \sqrt{3}\mu\right).$$

4 pont

Hasonlóképp, a $\beta = 60°$-os hajlásszögű és h magasságú lejtőn történő egyenletes mozgatása közben végzett munka:

$$W_\beta = mgh + \mu\frac{1}{2}mg \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}h = mgh\left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{3}}\right).$$

2 pont

A két esetben végzett munkák aránya adott, ezért

$$\frac{W_\alpha}{W_\beta} = \frac{mgh\left(1 + \sqrt{3}\mu\right)}{mgh\left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{3}}\right)} = \frac{3}{2}$$

$$2\left(1 + \sqrt{3}\mu\right) = 3\left(1 + \frac{\mu}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\mu = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}58}\,.$$

4 pont

G.10/2. Adatok: $R = 0{,}5$ m; $\alpha = 45°; m = 0{,}2$ kg

a) A minimális sebességgel indított testre még éppen nem fejt ki erőt a vályú, egyedül a nehézségi erő kényszeríti körpályára:

$$mg = m\frac{v_0^2}{R}$$

$$v_0 = \sqrt{gR} = \mathbf{2{,}24\ \frac{m}{s}}\,.$$

4 pont

b) Amikor a test alul elhagyja a vályút, a sebesség meghatározására alkalmazhatjuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + 2mgR$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 4gR} = \sqrt{5gR} = \mathbf{5\ \frac{m}{s}}\,.$$

3 pont

c) A nyomóerő abban a pillanatban, amikor a test elhagyja a vályút, de még éppen rajta van:

$$F_{\mathrm{ny}} = m\frac{v^2}{R} + mg = m\frac{5gR}{R} + mg = 6mg = \mathbf{12\ N}\,.$$

3 pont

G.10/3. Adatok: $m = 0{,}6$ kg; $\mu_0 = 0{,}6$; $\mu = 0{,}2$; $h = 0{,}8$ m; $D = 20\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$

a) A test akkor indul meg, ha a rugalmas erő nagysága eléri (nagyon kevéssel meghaladja) a tapadási súrlódási erő legnagyobb értékét:

$$\Delta l = \frac{\mu_0 mg}{D} = \mathbf{18\ cm}\,.$$

2 pont

b) A test sebessége akkor maximális, amikor a rugalmas erő egyenlő nagyságú a csúszási súrlódási erővel:

$$\Delta l' = \frac{\mu mg}{D} = 6\ \mathrm{cm}\,.$$

A test sebessége tehát az indulás helyétől függetlenül, **az asztal szélétől mérve 6 cm távolságban** lesz maximális.

3 pont

c) A test akkor érkezik a legkisebb sebességgel a láda széléhez, ha a rugó összenyomása a lehető legkisebb mértékű volt, azaz 18 cm. A munkatétel alapján:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}D(\Delta l)^2 - \mu mg \cdot \Delta l\,.$$

A szóban forgó legkisebb sebesség:

$$v = \sqrt{\frac{D}{m}(\Delta l)^2 - 2\mu g \cdot \Delta l} = \mathbf{0{,}6\ \frac{m}{s}}\,.$$

3 pont

Ettől kezdve a test ilyen kezdősebességű vízszintes hajítással mozog, amelynek időtartama:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}4\ \mathrm{s}\,.$$

A talajba csapódásnak a láda legalsó pontjától mért távolsága:

$$d = vt = \mathbf{24\ cm}\,.$$

2 pont

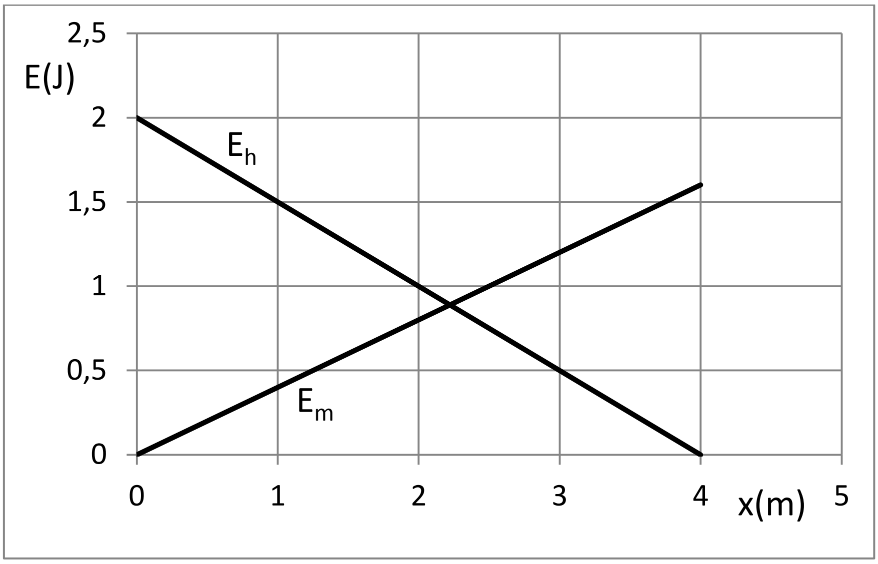
G.10/4. Adatok: $m = 0{,}1$ kg; $\alpha = 30°$; $x_0 = 4$ m; $a = 4\ \frac{\mathrm{m}}{s^2}$

a) A helyzeti energia az elmozdulás függvényében lineárisan csökken 2 J-ról nullára:

$$E_h = mgh = mg\frac{1}{2}(x_0 - x) = \mathbf{2\ J} - \mathbf{0{,}5\frac{J}{m}} \cdot \boldsymbol{x}\,.$$

A mozgási energia szintén lineárisan nő az elmozdulás függvényében nulláról 1,6 J-ra. A munkatétel alapján a mozgási energia az *x* elmozdulás függvényében:

$$E_m = F \cdot x = m \cdot a \cdot x = \mathbf{0{,}4\frac{J}{m}} \cdot \boldsymbol{x}\,.$$



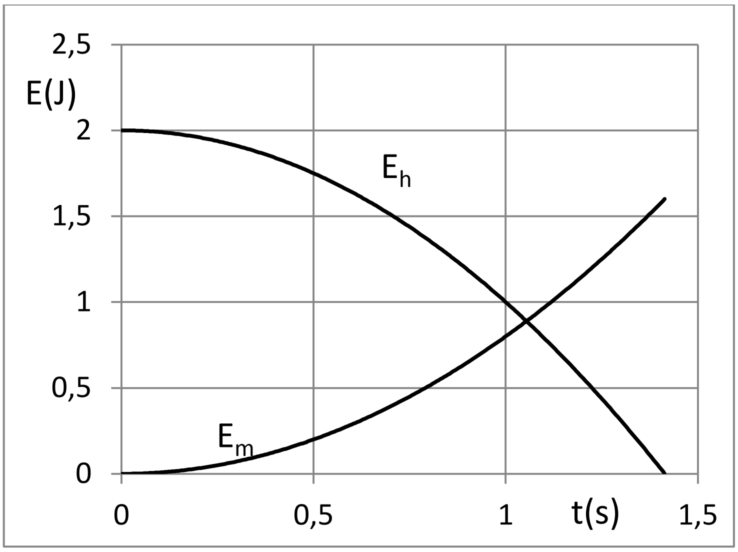
4 pont

b) Mivel $x = \frac{a}{2}t^2$, így mindkét függvény parabola. A test $t = \sqrt{\frac{2x_0}{a}} = \sqrt{2}$ s alatt ér a lejtő aljára. A helyzeti energia az idő függvényében:

$$E_h = mg\frac{1}{2}\left(x_0 - \frac{a}{2}t^2\right) = \mathbf{2\ J - 1\frac{J}{s^2} \cdot \boldsymbol{t}^2}\ .$$

A mozgási energia az idő függvényében:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(at)^2 = \mathbf{0{,}8\frac{J}{s^2} \cdot \boldsymbol{t}^2}.$$



4 pont

c) Ha a két energia megegyezik, akkor:

$$2\ \text{J} - 1\frac{\text{J}}{\text{s}^2} \cdot t^2 = 0{,}8\frac{\text{J}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$1{,}8\frac{1}{\text{s}^2} \cdot t^2 = 2$$

$$t = \mathbf{1{,}05\ s}\ .$$

1 pont

A két energia az indítás utáni **1,05 s** időpontban egyenlő.
A test távolsága a lejtő aljától ekkor:

$$x = x_0 - \frac{a}{2}t^2 = \mathbf{1{,}78\ m}\ .$$

(A kiindulási helytől 2,22 m-re van a test.) **1 pont**

G.10/5.H. Adatok: $V = 0{,}005\ m^3; N = 8 \cdot 10^{22};\ \bar{\varepsilon} = 3 \cdot 10^{-20}\text{J}; A = 0{,}012\ m^2$

a) A gáz abszolút hőmérséklete egy részecske átlagos teljes mozgási energiájából határozható meg, ahol a szabadsági fokok száma $f = 5$, illetve k a Boltzmann-állandót jelöli:

$$T = \frac{2\bar{\varepsilon}}{k \cdot f} = \mathbf{870\ K}\,.$$

3 pont

b) A gáz teljes belső energiája:

$$E_b = N \cdot \bar{\varepsilon} = \mathbf{2400\ J}\,.$$

3 pont

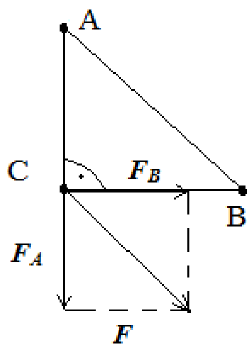
c) A tartály 1,2 dm² nagyságú felületére kifejtett nyomóerő:

$$F = pA = \frac{NkT}{V}A = \mathbf{2304\ N \approx 2{,}3\ kN}\,.$$

4 pont

G.10/5.E. Adatok: $Q_A = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\text{C};\ Q_B = -1{,}2 \cdot 10^{-6}\text{C};\ Q_C = 6 \cdot 10^{-7}\text{C}$

a) Az A pontban lévő töltés által a C pontban lévőre kifejtett $\boldsymbol{F_A}$ taszító erő iránya A-val ellentétes irányba, míg a B-beli miatt fellépő $\boldsymbol{F_B}$ vonzó erő iránya B felé mutat. Eredőjük nagyságát jelölje $\boldsymbol{F}$.



$$F_A = k\frac{Q_A Q_C}{a^2} = k\frac{|Q_B| Q_C}{a^2} = F_B = 1{,}8\ \text{N}\,.$$

2 pont

Mivel F_A=F_B, ezért az erő-paralelogramma négyzet, tehát **az eredő iránya 45°-os szöget zár be a *CB* oldallal, és nagysága**

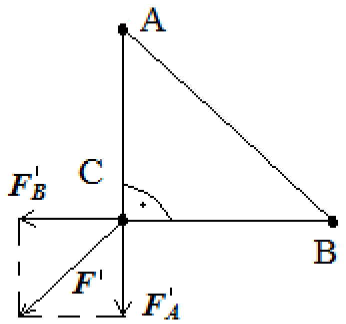
$$F = \sqrt{2}F_A = \mathbf{2{,}55\ N}\,.$$

3 pont

b) Az egymáshoz érintés után a teljesen egyforma golyócskák töltése azonos lesz, és a töltés megmaradás miatt ez

$$Q = \frac{1}{3}(Q_A + Q_B + Q_C) = \frac{Q_C}{3} = 2 \cdot 10^{-7}\text{C}\,.$$

2 pont



Most az A és a B pontbeli töltések által kifejtett erők taszító jellegűek, nagyságuk pedig

$$F_A' = F_B' = k\frac{Q^2}{a^2} = 0{,}1\ \text{N}\,.$$

1 pont

Az erő-paralelogramma ismét négyzet, tehát **az eredő erő iránya a *CB* oldalegyenessel 45°-os szöget zár be**, és nagysága

$$F' = \sqrt{2}F_A' = \mathbf{0{,}14\ N}\,.$$

2 pont

35. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 10. évfolyam

Sz.10/1. Adatok: $m = 0{,}6$ kg; $\alpha = 90°$

Az almára a két egyenlő nagyságú fonálerő és a nehézségi erő hat. A három erővektort eltolással egyenlőszárú derékszögű vektorháromszöggé alakíthatjuk, melynek átfogója a nehézségi erő.

4 pont

$$(mg)^2 = F_f^2 + F_f^2$$

3 pont

$$F_f = \frac{\sqrt{2}}{2} mg \approx \mathbf{4{,}24\ N}\,.$$

A fonalak szakítószilárdsága tehát kb. **4,24 N**.

3 pont

Sz.10/2. Adatok: $m_v = 14$ g; $m_b = 6$ g; $\alpha = 30°$; $v_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $v_h = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

a) A víztömb kezdősebességének vízszintes és függőleges komponensei:

$$v_{0x} = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8{,}66\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad \text{és} \qquad v_{0y} = v_0 \frac{1}{2} = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

1 pont

A víztömb és a bogár rugalmatlan ütközése utáni közös sebesség:

$$v_k = \frac{m_v v_{0x}}{m_v + m_b} = 6{,}06\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

3 pont

A víztömb emelkedésének ideje:

$$t_e = \frac{v_{0y}}{g} = 0{,}5\ \mathrm{s}\,.$$

A víztömb zuhanásának ideje szintén 0,5 s. A víztömb teljes vízszintes irányú elmozdulása:

$$x = v_{0x} t_e + v_k t_e = (v_{0x} + v_k) t_e = 7{,}36\ \mathrm{m}\,.$$

Az áldozat eléréséhez szükséges idő:

$$t = \frac{x}{v_h} = \mathbf{1{,}84\ s}\,.$$

Tehát az íjászhal **1,84 s** múlva éri el áldozatát. **4 pont**

b) A víztömb emelkedésének legnagyobb magassága (a bogár magassága a vízszint felett):

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \mathbf{1{,}25\ m}\,.$$

Az arawana-nak **1,25 m magasra** kell kiugrania a vízből. A függőleges irányú kezdősebesség megegyezik a kilőtt víztömb kezdősebességének függőleges irányú komponensével:

$$v_{0y} = \mathbf{5\ \frac{m}{s}}\,.$$

2 pont

$\boxed{\textbf{Sz.10/3.}}$ Adatok: $m = 80$ kg; $x_1 = 0{,}05$ m; $\Delta x = 0{,}007$ m; $\rho = 700\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $\rho_v = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

a) Az üres tutajra ható nehézségi erő egyensúlyt tart a felhajtóerővel:

$$\rho A h g = \rho_v A(h - x_1)g.$$

A tutaj vastagsága:

$$h = \frac{\rho_v}{\rho_v - \rho} x_1 = \mathbf{16{,}7\ cm}.$$

4 pont

b) Az emberrel megterhelt tutaj esetén az emberre ható nehézségi erő egyenlő a felhajtóerő növekedésével:

$$mg = \Delta x A \rho_v g.$$

A tutaj alapterülete:

$$A = \frac{m}{\Delta x \rho_v} = \mathbf{11{,}4\ m^2}.$$

3 pont

c) A tutaj a teljes bemerüléséig még $\Delta x' = x_1 - \Delta x = 4{,}3$ cm-t süllyedhet lejjebb (ekkor érné el a víz a tutajos lábát). A rakományra ható nehézségi erővel a felhajtóerő növekménye tart egyensúlyt:

$$m' g = \Delta x' A \rho_v g.$$

A rakomány megengedhető maximális tömege:

$$m' = \Delta x' A \rho_v = \mathbf{490\ kg}.$$

3 pont

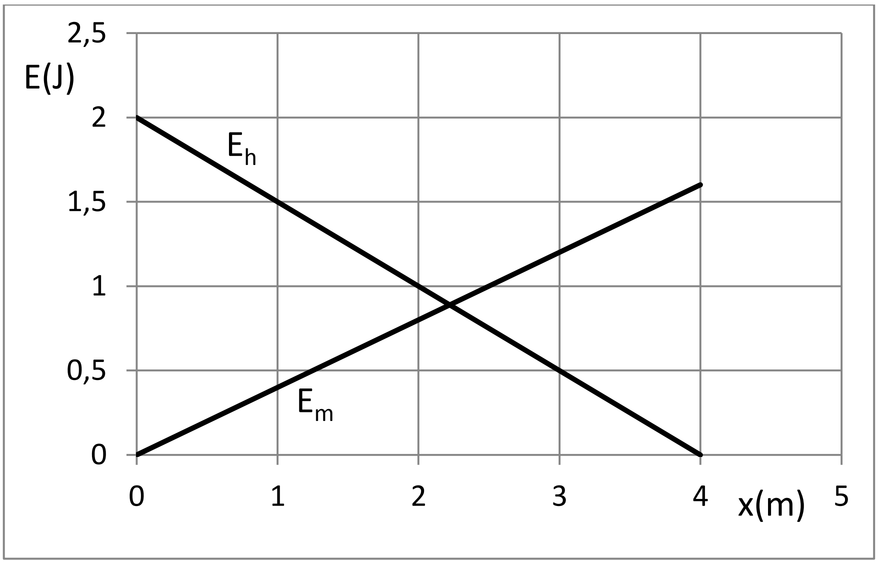
$\boxed{\textbf{Sz.10/4.}}$ Adatok: $m = 0{,}1$ kg; $\alpha = 30°$; $x_0 = 4$ m; $a = 4\ \frac{\text{m}}{s^2}$

a) A helyzeti energia az elmozdulás függvényében lineárisan csökken 2 J-ról nullára:

$$E_h = mgh = mg\frac{1}{2}(x_0 - x) = \mathbf{2\ J - 0{,}5\ \frac{J}{m} \cdot x}.$$

A mozgási energia szintén lineárisan nő az elmozdulás függvényében nulláról 1,6 J-ra. A munkatétel alapján a mozgási energia az *x* elmozdulás függvényében:

$$E_m = F \cdot x = m \cdot a \cdot x = \mathbf{0{,}4\ \frac{J}{m} \cdot x}.$$



6 pont

b) Ha a két energia megegyezik, akkor:

$$2\ \mathrm{J} - 0{,}5\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}} \cdot x = 0{,}4\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}} \cdot x$$

$$0{,}9\frac{1}{\mathrm{m}} \cdot x = 2$$

$$x = \mathbf{2{,}22\ m}\,.$$

2 pont

A két energia **a kiindulási helytől 2,22 m**-re egyezik meg.
Az indítástól számítva eltelt idő ekkor:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \mathbf{1{,}05\ s}\,.$$

2 pont

Sz.10/5.H. Adatok: $V = 0{,}01\ \mathrm{m}^3;\ T = 293\ \mathrm{K};\ p = 10^5\ \mathrm{Pa}; W = 850\ \mathrm{J};\ f = 3$

Határozzuk meg először az állapotegyenletből az anyagmennyiséget:

$$n = \frac{pV}{RT} = 0{,}411\ \mathrm{mol}\,.$$

2 pont

Az első főtétel szerint: $\Delta E = Q + W\,.$

Mivel a hőcsere adiabatikus folyamatban elhanyagolható:

$$\Delta E = W\,.$$

2 pont

A belső energia megváltozása:

$$\Delta E = \frac{f}{2} nR \cdot \Delta T\,.$$

A hőmérsékletváltozás tehát:

$$\Delta T = \frac{2W}{fnR} = \mathbf{166\ K}\,.$$

5 pont

A gáz hőmérséklete a hirtelen összenyomás után:

$$T' = T + \Delta T = \mathbf{459\ K = 186\ °C}\,.$$

1 pont

Sz.10/5.E. Adatok: $Q = 6 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}; a = 0{,}1\ \mathrm{m}; q = 2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$

a) Szimmetria okok miatt a fellépő K fonálerők egyenlő nagyságúak és megegyeznek a szomszédos töltések közötti F_1 elektrosztatikus erővel:

$$K = F_1 = k\frac{Q^2}{a^2} = \mathbf{0{,}324\ N}\,.$$

2 pont

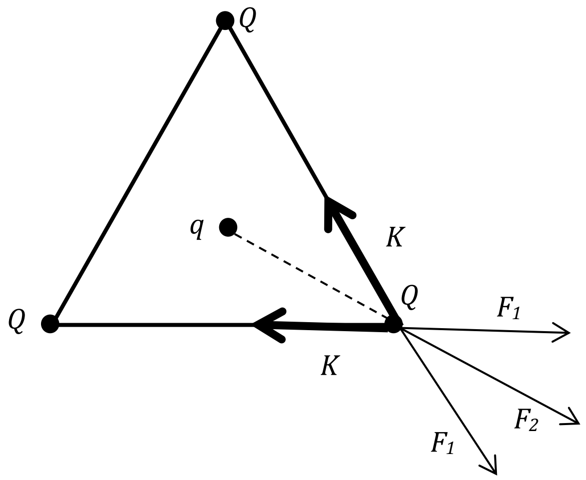
b) Elegendő egy csúcsot vizsgálni. A középen lévő q töltéstől származó F_2 taszító erő a csúcson átfutó szögfelező egyenesére esik, nagysága:

$$F_2 = k\frac{Qq}{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a\right)^2} = 0{,}648\ \mathrm{N} = 2F_1\,.$$

2 pont

A másik két csúcsban lévő Q töltésektől származó taszítóerők eredője szintén a csúcson átfutó szögfelező egyenesére esik, nagysága az F_1 erő $\sqrt{3}$-szorosa, mert ez a két erő összegzéskor 60°-os rombuszalakzatot alkot.

2 pont



A három erő eredőjének nagysága:

$$F = \sqrt{3}F_1 + F_2 = \left(\sqrt{3} + 2\right)F_1 = 1{,}2 \text{ N}.$$

1 pont

Hasonlóképp a két K fonálerő eredője is $\sqrt{3}$-szorosa K-nak. Az egyensúly miatt:

$$\sqrt{3}K = \left(\sqrt{3} + 2\right)F_1 .$$

A fonálerő nagysága:

$$K = \frac{\left(\sqrt{3} + 2\right)}{\sqrt{3}}F_1 = \mathbf{0{,}698\ N}.$$

3 pont