34. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 9. évfolyam

G.9/1.

Adatok: h = 48 m, v = 1,2 m/s, t = 4 min = 240 s

a) A két tanár változatlan sebességgel halad a kérdéses idő alatt, tehát megtett útjuk:

$$s_{\mathrm{of}} = s_{\mathrm{k}} = v \cdot t = \mathbf{288\ m}$$

A diák megtett útja szakaszonként számolható:

1. Osztályfőnökkel való beszélgetés t_1 = 30 s-ig:

$$s_1 = v \cdot t_1 = 36\ \mathrm{m}.$$

2. A sor végének bevárása:

$$t_2 = \frac{h}{v} = 40\ \mathrm{s}, \quad \text{közben} \quad s_2 = 0$$

3. Beszélgetés a kísérőtanárral t_3 = 60 s-ig:

$$s_3 = v \cdot t_3 = 72\ \mathrm{m}$$

4. Előreszaladás:

$$t_4 = \frac{3}{4} t_2 = 30\ \mathrm{s}$$

Közben a sor hosszát és az osztályfőnök által közben megtett utat kell megtenni:

$$s_4 = h + v \cdot t_4 = 84\ \mathrm{m}$$

5. Osztályfőnökkel való együtt haladás t_5 = 15 s-ig:

$$s_5 = v \cdot t_5 = 18\ \mathrm{m}$$

6. Visszajutás t_6 = 30 s alatt: a szembehaladás miatt

$$s_6 = h - v \cdot t_6 = 12\ \mathrm{m}$$

7. A fennmaradó $t_7 = t - (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6)$ = 35 s időben:

$$s_7 = v \cdot t_7 = 42\ \mathrm{m}$$

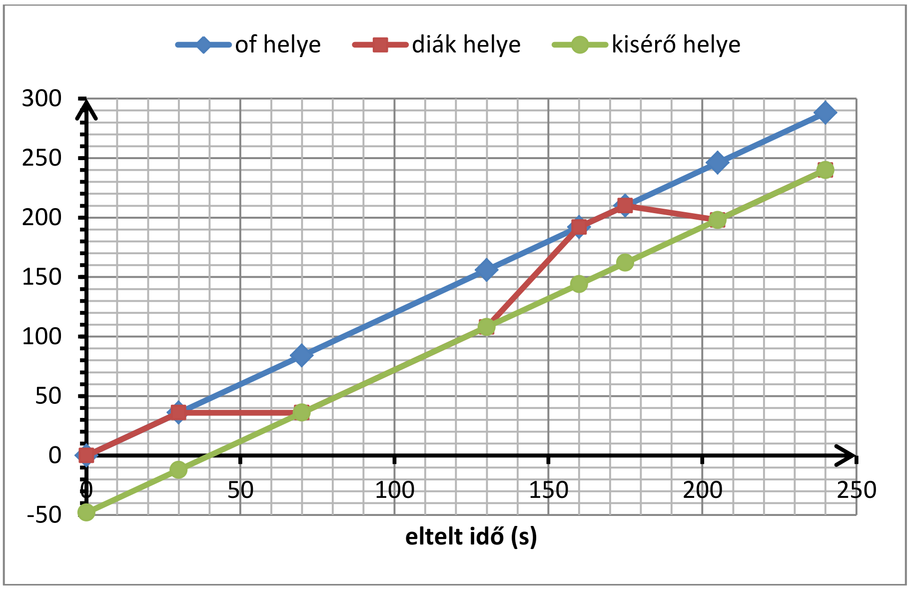
Összesen: $s_{\mathrm{diák}}$ = **264 m**

5 pont

Az áttekinthetőség kedvéért a fenti időpontokban a tartózkodási helyek táblázatba foglalhatók (nem elvárás a diáktól):

eltelt idő (s)	of. helye (m)	diák helye (m)	kísérő helye (m)
0	0	0	-48
30	36	36	-12
70	84	36	36
130	156	108	108
160	192	192	144
175	210	210	162
205	246	198	198
240	288	240	240

A hely-idő grafikon:



3 pont

b) Mindkét tanár elmozdulása a megtett útjukkal egyenlő nagyságú: **288 m**.
A diák elmozdulása a végső helyzetét jelző helykoordinátával egyezik meg: **240 m**.

2 pont

Megjegyzések:
1. A diák útja másként, pl. grafikon leolvasásból, vagy táblázatos adatokból is meghatározható.
2. A függőleges tengely zéruspontja a kísérőtanár kezdőhelye (illetve bármi más) is lehet.

G.9/2.

Adatok: $h = 3$ m, $h_0 = 2$ m, $d = 30$ m, $\Delta t = 1$ s

a) Mérjük az eltelt időt az első labda dobásától. Mindkét labda vízszintes hajítással mozog. Aladár labdája 1 másodperccel tovább és 15 méterrel (5 emeletnyivel) többet zuhan lefelé, tehát:

$$\frac{g}{2}t^2 - \frac{g}{2}(t-1)^2 = 15$$

$$t^2 - (t-1)^2 = 3$$

$$2t - 1 = 3 \quad \rightarrow \quad t = 2 \text{ s}$$

5 pont

Aladár labdája 2 s, Baltazáré pedig 1 s alatt ér a talajra, ezért 20 m, illetve 5 m magasból indultak. **Aladár tehát a 6., Baltazár pedig az 1. emeleten lakik.** (Kihasználtuk, hogy 5 m = $h + h_0$, illetve 20 m = $6h + h_0$.)

3 pont

b) Mindkét labda $d/2$ = 15 m-t mozdul el vízszintes irányba, így Aladár labdájának kezdősebessége **7,5 m/s**, Baltazáré pedig **15 m/s** volt.

2 pont

G.9/3.

Adatok: $\alpha = 30°$, $v_0 = 10$ m/s, $\mu = 0{,}3$, $\mu_0 = 0{,}4$, $t_1 = 1$ s, $t_2 = 2$ s

a) A testre ható nehézségi erő lejtővel párhuzamos, illetve arra merőleges komponensei:

$$F_\mathrm{p} = \frac{1}{2}mg \qquad \text{és} \qquad F_\mathrm{m} = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

A súrlódási erő:

$$F_\mathrm{s} = \mu \cdot F_\mathrm{ny} = \mu\frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

2 pont

A test gyorsulása a lejtőn felfelé haladva lefelé mutat, nagysága pedig:

$$a_\mathrm{f} = \frac{F_\mathrm{p} + F_\mathrm{s}}{m} = g\left(\frac{1}{2} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 7{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

1 pont

A test megállásáig eltelt idő:

$$t_\mathrm{f} = \frac{v_\mathrm{o}}{a_\mathrm{f}} = 1{,}32\ \mathrm{s}$$

Indulás után t_1 = 1 s pillanatban a test még felfelé mozog, így megtett útja, azaz a kiindulási helytől való távolsága:

$$s_1 = v_\mathrm{o}t_1 - \frac{a_\mathrm{f}}{2}t_1^2 = \mathbf{6{,}2\ m}$$

2 pont

b) Megálláskor a test távolsága a kiindulási helytől:

$$s_\mathrm{f} = \frac{v_\mathrm{o} \cdot t_\mathrm{f}}{2} = 6{,}6\ \mathrm{m}$$

1 pont

Mivel $\mu_\mathrm{o} = 0{,}4 < \mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}577$, ezért megállás után a test elindul lefelé, gyorsulásának nagysága:

$$a_\mathrm{le} = \frac{F_\mathrm{p} - F_\mathrm{s}}{m} = g\left(\frac{1}{2} - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

2 pont

Ezzel a gyorsulással $t_\mathrm{le} = t_2 - t_\mathrm{f} = 0{,}68\ \mathrm{s}$ ideig mozog, a közben megtett út:

$$s_\mathrm{le} = \frac{a_\mathrm{le}}{2}t_\mathrm{le}^2 = 0{,}55\ \mathrm{m}$$

A test kiindulási helytől mért távolsága: $s_\mathrm{f} - s_\mathrm{le} = 6{,}05\ \mathrm{m} \approx \mathbf{6\ m}$
Tehát nagyjából ugyanott lesz a test az indulást követően 1 s, illetve 2 s múlva.

2 pont

G.9/4.

Adatok:
s = 40 m, v_o = 18 km/h = 5 m/s, v = 90 km/h = 25 m/s, m = 3 kg, A = 25 dm², ρ = 1,29 kg/m³

a) A madár gyorsulása az út-idő és a sebesség-idő összefüggésből határozható meg:

$$s = \frac{v_\mathrm{o} + v}{2}t \quad \rightarrow \quad t = \frac{2s}{v_\mathrm{o} + v} = \frac{8}{3}\ \mathrm{s} \approx 2{,}7\ \mathrm{s}$$

$$v = v_\mathrm{o} + at \quad \rightarrow \quad a = \frac{v - v_\mathrm{o}}{t} = \mathbf{7{,}5\ \frac{m}{s^2}}$$

3 pont

b) Amikor a madár sebessége állandóvá válik, akkor a rá ható nehézségi és közegellenállási erő egyenlő nagyságú lesz:

$$mg = \frac{1}{2}\mathrm{c}A\rho v^2$$

Innen az alaktényező meghatározható:

$$\mathrm{c} = \frac{2mg}{A\rho v^2} = \mathbf{0{,}3}$$

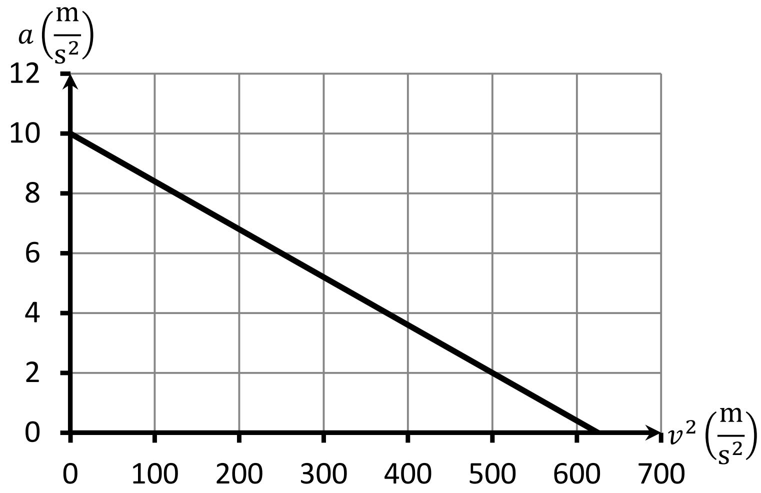
3 pont

c) A madár gyorsulását minden pillanatban a rá ható erők eredője határozza meg:

$$a = \frac{F_\mathrm{e}}{m} = \frac{mg - \frac{1}{2}\mathrm{c}A\rho v^2}{m} = g - \frac{\mathrm{c}A\rho}{2m}v^2 = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 0{,}016\frac{1}{\mathrm{m}} \cdot v^2$$

2 pont

A madár gyorsulása tehát lineáris függvénye a sebesség négyzetének. Az indulás pillanatában, amikor a sebesség nulla, a gyorsulás egyenlő a nehézségi gyorsulással. Közvetlenül a becsapódás előtt pedig, amikor a sebesség 25 m/s, a gyorsulás nulla:



2 pont

G.9/5.

Adatok: h = 3 m, ω = 0,4 1/s, m_0 = 2560 g = 2,56 kg, m_2 = 1792 g = 1,792 kg, a = 2 m/s^2

a) Az emeletek az űrállomáson koncentrikus körök mentén helyezkednek el, a „fölfelé" irány a körök közös középpontja felé mutat, a „földszint" pedig a legkülső körön van. A mérlegre helyezett m tömegű golyót a mérleg által kifejtett nyomóerő kényszeríti körpályára, a golyó pedig súlyával kifelé nyomja a mérleget. Mivel a mérleg földi mérleg, a mutatott tömeget meg kell szorozni g-vel, hogy a ténylegesen fellépő erőt kapjuk. A tengelytől R távolságra lévő „földszinten":

$$m_0 g = mR\omega^2$$

A második emeleten, vagyis $2h$-val beljebb:

$$m_2 g = m(R-2h)\omega^2$$

3 pont

A két egyenletből:

$$m_0 g - m_2 g = 2mh\omega^2 \quad \rightarrow \quad m = \frac{m_0 - m_2}{2h\omega^2} g$$

Az adatokat behelyettesítve a golyó tényleges tömegére m = **8 kg** adódik.

2 pont

b) Az első egyenletből a „földszint" tengelytől való távolsága **20 m**.

1 pont

c) A negyedik emeleten a mérleg által mutatott érték:

$$m_4 = \frac{m(R-4h)\omega^2}{g} = 1,024\text{ kg} = \mathbf{1024\ gramm}$$

1 pont

d) A földszintről a gyorsulással induló liftben a mérleg által kifejtett nyomóerő gyorsítja és körpályán tartja a testet, ezért:

$$m_l g = ma + mR\omega^2$$

A liftben a mérleg által mutatott m_l tömeg:

$$m_l = \frac{m(a+R\omega^2)}{g} = 4{,}16\text{ kg} = \mathbf{4160\ gramm}$$

3 pont

34. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 9. évfolyam

Sz.9/1.

Adatok: s = 3 km, t = 15 min = 1/4 h

a) Delfin Panna futási és állóvízbeli úszási sebessége:

$$v = \frac{s}{t} = 12\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

A folyóban úszva Panna parthoz viszonyított sebessége:

$$w = \frac{s \cdot \pi}{2 \cdot t} = 6\pi\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \approx 18{,}85\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

A folyó sodrásának sebessége tehát:

$$v_{\mathrm{f}} = w - v = \mathbf{6{,}85\ \frac{km}{h}} = \mathbf{1{,}9\ \frac{m}{s}}$$

5 pont

b) Az ösvényen oda-vissza futva a menetidő ½ h, a folyóban úszva odafelé ¼ h, visszafelé:

$$t_{\mathrm{v}} = \frac{s \cdot \pi}{2 \cdot (v - v_{\mathrm{f}})} = 0{,}92\ \mathrm{h}$$

Az oda vissza út teljes menetideje végig a folyóban úszva ahhoz képest, ha végig az ösvényen fut:

$$\frac{t_{\text{úszva}}}{t_{\text{futva}}} = \mathbf{2{,}33}$$

5 pont

Sz.9/2.

Adatok: h = 36000 km, t_{gy} = 20 s, v = 200 km/h = 55,6 m/s, v_0 = 0

a) Induláskor a lift gyorsulása:

$$a = \frac{v - v_0}{t_{\mathrm{gy}}} = 2{,}78\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

2 pont

A súlynövekedés a nyugalmi súlyhoz képest:

$$\frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \mathbf{27{,}8}\ \%$$

5 pont

b) Az űrhotel eléréséhez szükséges idő (a gyorsuló szakasz ideje elhanyagolható a teljes időtartamhoz képest):

$$t \approx \frac{h}{v} = \mathbf{180\ h}$$

3 pont

Sz.9/3.

Adatok: d = 1,6 m, t = 0,8 s

A testek azonos lassulással, azonos idő alatt álltak meg. Ebből az következik, hogy az ütközés után azonos sebességgel indultak el, és megállásig azonos utakat tettek meg $a = \mu g$ lassulással.
A megállás pillanatában:

$$0 = v_0 - at \quad \rightarrow \quad v_0 = at$$

4 pont

Az ütközés után megtett út:

$$\frac{d}{2} = v_0 t - \frac{a}{2} t^2$$

Ezekből:

$$d = at^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{d}{t^2} = 2{,}5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4 pont

A súrlódási együttható pedig:

$$\mu = \frac{a}{g} = \frac{d}{gt^2} = \mathbf{0,25}$$

2 pont

Sz.9/4.

Adatok: d = 10 cm = 0,1 m, v_A = 6 m/s, v_B = 12 m/s,

a) Vegyük észre, hogy a két gömböcske sebességaránya miatt a B ponthoz tartozó sugár kétszer akkora, mint az A ponthoz tartozó! Ebből következik, hogy az OAB háromszög derékszögű, mert egy magassága mentén kettévágott egyenlő oldalú háromszög fele. A d távolság tehát

$$d = r_B \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad r_B = \frac{2\sqrt{3}}{3} d = 0{,}115 \text{ m}$$

3 pont

A körlap szögsebessége

$$\omega = \frac{v_B}{r_B} = 104{,}3 \ \frac{1}{\mathrm{s}}$$

A fordulatszáma pedig

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \mathbf{16,6\ \frac{1}{s}}$$

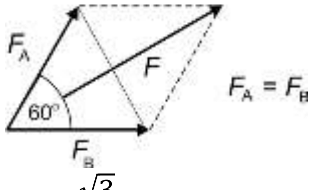
2 pont

b) Az egyenletes forgás miatt mindkét gömbre a tengely felé mutató centripetális erő hat. Maga a korong szimmetrikus, a tengelyre nem fejt ki a síkjában ható erőt. Az egyes testekre ható erők reakciói hatnak a korongra, amely erők egyben a tengelyt is terhelik. Ezek nagysága (figyelembe véve, hogy r_A fele r_B-nek):

$$F_A = m_A r_A \omega^2 = 25 \text{ N}$$
$$F_B = m_B r_B \omega^2 = 25 \text{ N}$$

3 pont

A két erő tehát egyenlő nagyságú és 60°-os szöget zár be, így egy olyan rombuszt határoz meg, amelyből az eredő terhelő erő meghatározható:



$$F_e = 2F_A \frac{\sqrt{3}}{2} = F_A\sqrt{3} = \mathbf{43,3\ N}$$

2 pont

$\boxed{\textbf{Sz.9/5.}}$

Adatok: $\Delta m/\Delta t$ = 25 gramm/s = 0,025 kg/s, v_o = 20 m/s, F_{k1} = 0,005 N, ha v_1 = 1 m/s

Amikor a rakéta eléri legnagyobb sebességét, a hajtóanyag kilövellése miatt fellépő tolóerő egyenlő a közegellenállási erővel:

$$F_t = F_k$$

2 pont

A tolóerő a rakétához rögzített inercia rendszerben a lendülettétel alapján határozató meg:

$$F_t = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} v_o$$

3 pont

A közegellenállási erő nagysága a rakéta sebességének négyzetével arányos:

$$F_k = k \cdot v^2$$

A k arányossági tényező a megadott adatpárból határozható meg:

$$k = \frac{F_{k1}}{v_1^2} = 0{,}005\ \frac{\mathrm{Ns^2}}{\mathrm{m^2}}$$

2 pont

Az első egyenlőségbe helyettesítés után:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} v_o = k \cdot v^2$$

A rakéta legnagyobb sebessége:

$$v = \sqrt{\frac{1}{k} \cdot \frac{\Delta m}{\Delta t} v_o} = \mathbf{10\ \frac{m}{s}}$$

3 pont

34. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 10. évfolyam

G.10/1.

Adatok: $\alpha = 30°$, $d = 1$ m, $v_0 = 2$ m/s

a) A két test a lejtés irányában egyforma gyorsulással mozog:

$$a = g \cdot \sin\alpha = \mathbf{5\ \frac{m}{s^2}}$$

1 pont

b) A kezdősebesség nélkül indított test egyenes vonalú pályán csúszik le a lejtőn. A v_0 kezdősebességgel indított test vízszintes hajításhoz hasonló mozgást végez parabola alakú pályán. A két test minden pillanatban ugyanolyan magasságban lesz a lejtőn és v_0 sebességgel közeledik egymás felé. A találkozásig eltelt idő:

$$t = \frac{d}{v_0} = \mathbf{0,5\ s}$$

A találkozás pillanatáig a lejtés irányában a testek elmozdulása:

$$x = \frac{a}{2}t^2 = \mathbf{62,5\ cm}$$

3 pont

c) A testek sebessége a találkozáskor:

$$v_1 = a \cdot t = \mathbf{2,5\ \frac{m}{s}} \qquad \text{és} \qquad v_2 = \sqrt{v_0^2 + (a \cdot t)^2} = \mathbf{3,2\ \frac{m}{s}}$$

2 pont

Ütközéskor a testek lejtés irányú $v_1$sebessége nem változik meg. A lejtés irányára merőleges v_y közös sebességkomponens a lendületmegmaradás törvénye alapján:

$$mv_0 = 2mv_y \quad \rightarrow \quad v_y = \frac{v_0}{2} = 1\ \frac{m}{s}$$

3 pont

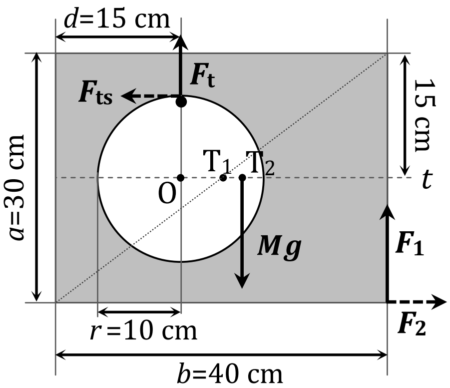
A testek közös sebessége a teljesen rugalmatlan ütközés után:

$$v_k = \sqrt{v_1^2 + v_y^2} = \mathbf{2,7\ \frac{m}{s}}$$

1 pont

G.10/2.

Adatok: $a = 30$ cm, $b = 40$ cm, $c = 1$ cm, $r = 10$ cm, $d = 15$ cm, $\rho = 7,8$ g/cm³



a) A lyukas lemez tömege:

$$M = \rho \cdot (a \cdot b - r^2 \cdot \pi) \cdot c = 6911\ \text{g} = 6,91\ \text{kg}.$$

A kivágott kör alakú rész tömege:

$$m = \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot c = 2450\ \text{g} = 2,45\ \text{kg}$$

Az eredeti lemez T_1, a lyukas lemez T_2, valamint a kivágott kör alakú rész O tömegközéppontja a közös t szimmetriatengelyen helyezkedik el. Az eredeti és a lyukas lemez tömegközéppontjának távolságát jelölje x. Alkalmazzuk a két pontszerű test tömegközéppontjának meghatározására vonatkozó összefüggést a kivágott rész és a lyukas lemez tömegközéppontjára:

$$M \cdot x = m \cdot \left(\frac{b}{2} - d\right)$$

$$x = \frac{m \cdot \left(\frac{b}{2} - d\right)}{M} = 1{,}77\ \text{cm}$$

A lyukas lemez tömegközéppontja tehát $x_o = OT_2 = (b/2 - d) + x = \mathbf{6{,}77\ cm}$-re van a kivágott kör alakú rész középpontjától.

5 pont

b) Az ábra szerinti egyensúlyi helyzetben a szögnél lévő felfüggesztési pontra vonatkozó forgatónyomatékok egyenlő nagyságúak. Az egyensúly biztosításához szükséges függőleges irányú F_1 erő ebből meghatározható:

$$F_1 \cdot (b - d) = Mg \cdot x_o$$

$$F_1 = \frac{Mg \cdot x_o}{b - d} = \mathbf{18{,}7\ N}$$

2 pont

c) Az egyensúlyi helyzetben tartáshoz szükséges vízszintes irányú F_2 erő hasonlóképp kapható:

$$F_2 \cdot \left(\frac{a}{2} + r\right) = Mg \cdot x_o$$

$$F_2 = \frac{Mg \cdot x_o}{\frac{a}{2} + r} = \mathbf{18{,}7\ N}$$

Megjegyzés: Vegyük észre, hogy $F_1 = F_2$, ami annak a következménye, hogy $b - d = r + a/2$.

2 pont

d) A vízszintes egyensúlyozó erő egyenlő a szögnél ébredő tapadási erővel, így a tapadási súrlódási együttható értéke:

$$\mu_o \geq \frac{F_{ts}}{F_t} = \frac{F_2}{Mg} = \mathbf{0{,}27}$$

1 pont

G.10/3.

Adatok: $l = 5$ m, $m_A = 60$ kg, $m_B = 140$ kg

a) Az **A** jelű kötélhez rögzített test sebessége az ütközés előtti pillanatban, amikor a kötél függőleges helyzetű, a mechanikai energia megmaradásának törvénye alapján:

$$m_A g l = \frac{1}{2} m_A v_A^2 \quad \rightarrow \quad v_A = \sqrt{2gl} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az **A** jelű kötelet feszítő erő ebben a pillanatban a körmozgás dinamikai feltételéből kapható:

$$K_A = m_A g + m_A \frac{v_A^2}{l} = 3 m_A g = 1800\ \text{N}$$

Az **A** jelű kötél teherbírása tehát **1800 N**.

5 pont

b) A két test közös sebessége az ütközés után a lendületmegmaradás törvénye szerint:

$$m_A v_A = (m_A + m_B) v_k \quad \rightarrow \quad v_k = \frac{m_A v_A}{m_A + m_B} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A **B** jelű kötelet feszítő erő az ütközés utáni pillanatban a legnagyobb, és ismét a körmozgás dinamikai feltételéből kapható:

$$K_B = (m_A + m_B) g + (m_A + m_B) \frac{v_k^2}{l} = (m_A + m_B)\left(g + \frac{v_k^2}{l}\right) = 2360\ \text{N}$$

Az **B** jelű kötél teherbírása tehát **legalább 2360 N**.

4 pont

c) Ha a két kötélből álló függőleges összeállítás alsó végére terhet erősítünk, akkor mindkét kötelet ugyanakkora erő fogja feszíteni. Mivel az **A** jelű kötél teherbírása mindössze 1800 N, ezért **csak 180 kg-nál kisebb** tömegű testet bírna el az összeállítás.

1 pont

G.10/4.

Adatok: v = 108 km/h = 30 m/s, v_0= 7 m/s, A = 9 m^2, r = 10^{-3} m, n= 3000 1/m^3, ρ = 10^3 kg/m^3

a) A kamion homlokfelülete Δt = 1 s idő alatt $V = A \cdot s = A \cdot v \cdot \Delta t$ térfogatban lévő, azaz $N = n \cdot V = n \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$ esőcseppel ütközik. Ezért 1 s alatt a homlokfelületnek csapódó esőcseppek száma:

$$N = n \cdot A \cdot v \cdot \Delta t = \mathbf{810\,000\ \frac{1}{s}}$$

4 pont

b) Egy esőcsepp tömege:

$$m = \rho\frac{4\pi r^3}{3} = 4{,}19 \cdot 10^{-6}\text{ kg}$$

A kamion homlokfelületének csapódó esőcseppek a kamion mozgását akadályozó többlet erőt fejtenek ki. A cseppek függőlegesen esnek, ezért vízszintes irányú sebességváltozásuk nagysága megegyezik a kamion sebességével. Az akadályozó erő nagysága a lendülettétel alapján:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{N \cdot m \cdot \Delta v}{\Delta t} = n \cdot A \cdot m \cdot v^2 = 101{,}8\text{ N}$$

4 pont

A kamionmotor esőcseppek miatti teljesítménynövekedése tehát:

$$\Delta P = F \cdot v = n \cdot A \cdot m \cdot v^3 = \mathbf{3054\ W \approx 3\ kW}$$

2 pont

G.10/5.H.

Adatok: A = 10^{-2} m^2, m = 20 kg, V = 2·10^{-3} m^3, T = 300 K, P = 8 W, h = 0,15 m, p_0 = 100 kPa, f = 5

a) A melegítés során a gáz izobár módon tágul, ezért alkalmazhatjuk Gay-Lussac I. törvényét:

$$\frac{V}{T} = \frac{V + A \cdot h}{T'} \quad \rightarrow \quad T' = \frac{V + A \cdot h}{V} \cdot T = 525\text{ K}$$

3 pont

b) Az I. főtétel értelmében a fűtőszál által a táguló gáznak leadott hőmennyiség egyenlő a belsőenergia-változás és a gáz által végzett munka összegével:

$$Q = \Delta E_b + W_g$$

$$P \cdot t = \frac{f}{2} \cdot p \cdot \Delta V + p \cdot \Delta V = \frac{f+2}{2} \cdot p \cdot A \cdot h$$

4 pont

A gáz állandó nyomása a külső légnyomás és a dugattyú súlyából származó nyomás összege:

$$p = p_0 + \frac{mg}{A} = 1{,}2 \cdot 10^5\text{Pa}$$

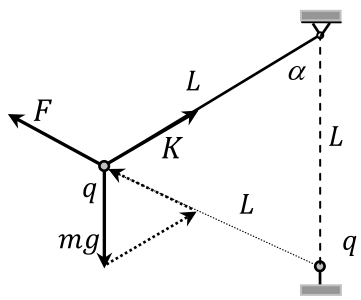
A dugattyú emelkedésének időtartama:

$$t = \frac{f+2}{2} \cdot \frac{p \cdot A \cdot h}{P} \approx \mathbf{79\ s}$$

3 pont

G.10/5.E.

Adatok: L = 0,4 m, m = 0,01 kg, α = 60°, β = 30°



a) A két töltés és a fonál rögzítési pontja szabályos háromszöget alkot. A fonál végén lévő töltésre ható erők hasonlóság miatt szintén szabályos háromszöget alkotnak, tehát ezek is egyenlők:

$$F = K = mg = 0{,}1\text{ N}$$

A Coulomb törvényt alkalmazva meghatározható a töltések nagysága:

$$F = mg = k\frac{q^2}{L^2} \quad \rightarrow \quad q = L \cdot \sqrt{\frac{mg}{k}} = \mathbf{1{,}33 \cdot 10^{-6}\ C}$$

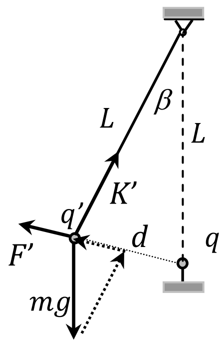
4 pont

b) A töltéseket csökkentve a köztük ébredő elektrosztatikus taszítóerő kisebb lesz, így távolságuk is csökken. A töltések közötti távolság ekkor:

$$d = 2L \cdot \sin\frac{\beta}{2} = 0{,}207\ \mathrm{m}$$

A fonál végén lévő töltésre ható erők alkotta háromszög most is hasonló a nagy egyenlőszárú háromszöghöz, ezért:

$$K' = mg \quad \text{és} \quad F' = 2mg \cdot \sin\frac{\beta}{2}$$



3 pont

Alkalmazzuk ismét a Coulomb törvényt:

$$F' = 2mg \cdot \sin\frac{\beta}{2} = k\,\frac{q'^2}{d^2} \quad \rightarrow \quad q' = 2L \cdot \sin\frac{\beta}{2} \cdot \sqrt{\frac{2mg \cdot \sin\frac{\beta}{2}}{k}} = 4{,}95 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{C}$$

A töltések aránya:

$$\frac{q'}{q} = \frac{2L \cdot \sin\frac{\beta}{2} \cdot \sqrt{\frac{2mg \cdot \sin\frac{\beta}{2}}{k}}}{L \cdot \sqrt{\frac{mg}{k}}} = 2 \cdot \sin\frac{\beta}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot \sin\frac{\beta}{2}} = 0{,}37$$

A töltések nagyságát tehát **0,37-szeresre** kell csökkenteni ahhoz, hogy a fonál függőlegessel bezárt szöge a felére csökkenjen.

3 pont

34. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

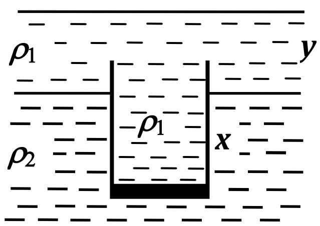
A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 10. évfolyam

Sz.10/1.

Adatok: $\rho_1 = 1000\ \text{kg/m}^3$, $\rho_2 = 1500\ \text{kg/m}^3$, $m = 0{,}15$ kg, $h = 2$ cm, $A = 30\ \text{cm}^2$

1. megoldás:



Legyen a felső folyadékréteg vastagsága y, a pohár kérdéses bemerülése x.
A pohárra ható nehézségi- és felhajtóerők eredője zérus:

$$mg + \rho_1(y + x - h)Ag - (\rho_1 y + \rho_2 x)Ag = 0$$

7 pont

Ezt alakítva:

$$mg - \rho_1 hAg = (\rho_2 - \rho_1)xAg$$

Az üvegpohár bemerülése:

$$x = \frac{m - \rho_1 hA}{(\rho_2 - \rho_1)A} = 0{,}06\ \text{m} = \mathbf{6\ cm}$$

3 pont

2. megoldás:

Mivel a pohár falvastagsága elhanyagolható, és a vízbe merülő felső részét víz tölti ki, ezért az ott lévő víz súlya egyenlő a víz által kifejtett felhajtóerővel. Így elég az alsó folyadékba x mélységig merülő rész egyensúlyát vizsgálni, amelyben $x - h$ magasságú vízoszlop van (hiszen úgy vehetjük, hogy a vékony falú pohár teljes tömege az alsó h vastagságú részben van):

$$mg + \rho_1(x - h)Ag - \rho_2 xAg = 0$$

7 pont

Az üvegpohár bemerülése:

$$x = \frac{m - \rho_1 hA}{(\rho_2 - \rho_1)A} = 0{,}06\ \text{m} = \mathbf{6\ cm}$$

3 pont

Sz.10/2.

Adatok: $\alpha = 30°$, $v_0 = 10$ m/s, $\mu = 0{,}3$, $\mu_0 = 0{,}4$, $t_1 = 1$ s, $t_2 = 2$ s

a) A testre ható nehézségi erő lejtővel párhuzamos, illetve arra merőleges komponensei:

$$F_\text{p} = \frac{1}{2}mg \qquad \text{és} \qquad F_\text{m} = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

A súrlódási erő:

$$F_\text{s} = \mu \cdot F_\text{ny} = \mu\frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

2 pont

A test gyorsulása a lejtőn felfelé haladva lefelé mutat, nagysága pedig:

$$a_\text{f} = \frac{F_\text{p} + F_\text{s}}{m} = g\left(\frac{1}{2} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 7{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1 pont

A test megállásáig eltelt idő:

$$t_{\mathrm{f}} = \frac{v_{\mathrm{o}}}{a_{\mathrm{f}}} = 1{,}32\ \mathrm{s}$$

Indulás után t_1 = 1 s pillanatban a test még felfelé mozog, így megtett útja, azaz a kiindulási helytől való távolsága:

$$s_1 = v_{\mathrm{o}} t_1 - \frac{a_{\mathrm{f}}}{2} t_1^2 = \mathbf{6{,}2\ m}$$

2 pont

b) Megálláskor a test távolsága a kiindulási helytől:

$$s_{\mathrm{f}} = \frac{v_{\mathrm{o}} \cdot t_{\mathrm{f}}}{2} = 6{,}6\ \mathrm{m}$$

1 pont

Mivel μ_{o} = 0,4 < tg α = 0,577, ezért megállás után a test elindul lefelé, gyorsulásának nagysága:

$$a_{\mathrm{le}} = \frac{F_{\mathrm{p}} - F_{\mathrm{s}}}{m} = g\left(\frac{1}{2} - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

2 pont

Ezzel a gyorsulással $t_{\mathrm{le}} = t_2 - t_{\mathrm{f}} = 0{,}68\ \mathrm{s}$ ideig mozog, a közben megtett út:

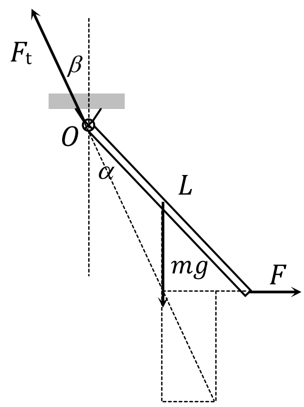
$$s_{\mathrm{le}} = \frac{a_{\mathrm{le}}}{2} t_{\mathrm{le}}^2 = 0{,}55\ \mathrm{m}$$

A test kiindulási helytől mért távolsága: $s_{\mathrm{f}} - s_{\mathrm{le}} = 6{,}05\ \mathrm{m} \approx$ **6 m**
Tehát nagyjából ugyanott lesz a test az indulást követően 1 s, illetve 2 s múlva.

2 pont

Sz.10/3.

Adatok: m = 20 kg, F = 100 N



a) A rúdra ható erők O pontra vonatkozó forgatónyomatékainak eredője nulla:

$$mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \sin\alpha - F \cdot l \cdot \cos\alpha = 0$$

Átalakítások után:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2F}{mg} = 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\alpha = 45°}$$

5 pont

b) A tengelynél ébredő F_{t} erő olyan nagyságú és irányú, hogy a rúdra ható három erő eredőjének nagysága nulla, hatásvonalaik pedig egy pontban metszik egymást, ezért:

$$F_{\mathrm{t}} = \sqrt{(mg)^2 + F^2} = \mathbf{223{,}6\ N}$$
$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{F}{mg} = 0{,}5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\beta = 26{,}6°}$$

5 pont

Sz.10/4.

Adatok: h = 3 m, h_{o} = 2 m, d = 30 m, Δt = 1 s

a) Mérjük az eltelt időt az első labda dobásától. Mindkét labda vízszintes hajítással mozog. Aladár labdája 1 másodperccel tovább és 15 méterrel (5 emeletnyivel) többet zuhan lefelé, tehát:

$$\frac{g}{2}t^2 - \frac{g}{2}(t-1)^2 = 15$$
$$t^2 - (t-1)^2 = 3$$
$$2t - 1 = 3 \quad \rightarrow \quad t = 2\ \mathrm{s}$$

5 pont

Aladár labdája 2 s, Baltazáré pedig 1 s alatt ér a talajra, ezért 20 m, illetve 5 m magasból indultak. **Aladár tehát a 6., Baltazár pedig az 1. emeleten lakik.** (Kihasználtuk, hogy 5 m = $h + h_0$, illetve 20 m = $6h + h_0$.)

3 pont

b) Mindkét labda $d/2$ = 15 m-t mozdul el vízszintes irányba, így Aladár labdájának kezdősebessége **7,5 m/s**, Baltazáré pedig **15 m/s** volt.

2 pont

Sz.10/5.H.

Adatok: A = 10^{-2} m^2, m = 20 kg, V = 2·10^{-3} m^3, T = 300 K, P = 8 W, h = 0,15 m, p_o = 100 kPa, f = 5

a) A melegítés során a gáz izobár módon tágul, ezért alkalmazhatjuk Gay-Lussac I. törvényét:

$$\frac{V}{T}=\frac{V+A\cdot h}{T'} \quad \rightarrow \quad T'=\frac{V+A\cdot h}{V}\cdot T=525\text{ K}$$

3 pont

b) Az I. főtétel értelmében a fűtőszál által a táguló gáznak leadott hőmennyiség egyenlő a belsőenergia-változás és a gáz által végzett munka összegével:

$$Q=\Delta E_{\mathrm{b}}+W_{\mathrm{g}}$$

$$P\cdot t=\frac{f}{2}\cdot p\cdot\Delta V+p\cdot\Delta V=\frac{f+2}{2}\cdot p\cdot A\cdot h$$

4 pont

A gáz állandó nyomása a külső légnyomás és a dugattyú súlyából származó nyomás összege:

$$p=p_{\mathrm{o}}+\frac{mg}{A}=1{,}2\cdot10^5\mathrm{Pa}$$

A dugattyú emelkedésének időtartama:

$$t=\frac{f+2}{2}\cdot\frac{p\cdot A\cdot h}{P}\approx\mathbf{79\ s}$$

3 pont

Sz.10/5.E.

Adatok: L = 0,1 m, m = 0,005 kg, q = 10^{-6} C, U = 2 · 10^4 V, d = 0,2 m

a) A test az elektromos mező Δt ideig tartó bekapcsolása alatt egyenletesen gyorsuló mozgást végez függőlegesen felfelé. A test gyorsulása:

$$a=\frac{F_{\mathrm{e}}}{m}=\frac{qE-mg}{m}=\frac{qU}{md}-g=10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

A test által a gyorsulás közben megtett út:

$$x=\frac{a}{2}(\Delta t)^2$$

3 pont

A test akkor érheti el a felső lemezt, ha ezen az útszakaszon az elektromos mező munkája legalább akkora, mint a nehézségi erőé a felső lemezig (abszolút értékben):

$$qEx\geq mgL \quad \rightarrow \quad x\geq\frac{mgLd}{qU}=0{,}05\text{ m}$$

Az ehhez szükséges minimális időtartam:

$$\Delta t=\sqrt{\frac{2x}{a}}=\mathbf{0,1\ s}$$

4 pont

b) A test sebessége az elektromos mező kikapcsolásának pillanatában lesz a legnagyobb:

$$v_{\max}=a\cdot\Delta t=\mathbf{1}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

1 pont

A test ettől kezdve $v_{\max}$ kezdősebességű függőleges hajítással mozog felfelé, és további $L-x=0{,}05$ m utat tesz meg. Mivel zérus sebességgel éri el a felső lemezt, ennek időtartama:

$$t=\frac{2(L-s)}{v_{\max}}=0{,}1\text{ s}$$

A felső lemez eléréséig tehát **összesen 0,2 s** telik el.

2 pont