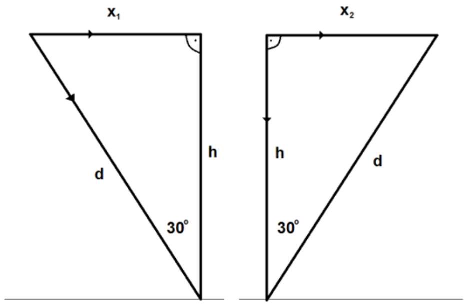
33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 9. évfolyam

G.9/1. Adatok: h = 10 km, c = 340 m/s, α = 30°.

a) A repülő és a hang sebessége a fénysebesség mellett elhanyagolható. Így a repülő a hangkibocsátás helyéről gyakorlatilag annyi idő alatt ér arra helyre ahol aztán megfigyeljük, amennyi idő alatt a hangja hozzánk ér. Így az első esetben $\frac{x_1}{d} = \frac{v_1 \cdot t_1}{c \cdot t_1} = \frac{v_1}{c} = \frac{1}{2}$, vagyis a repülő sebessége a hangsebesség fele, tehát **170 m/s**. **4 pont**



b) A második esetben $\frac{x_2}{h} = \frac{v_2}{c} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. A repülő sebessége ekkor $v_2 = \frac{c}{\sqrt{3}}$, azaz **196,3 m/s**. **2 pont**

c) Ha a repülő 10 km magasan halad, akkor a derékszögű háromszögekből $x_1 = x_2 = 5773{,}5$ m. A két megfigyelt helyzet között a repülő tehát kb. **5,77 km**-t tett meg és gyorsított. A közben eltelt idő $t_2 = \frac{x_2}{v_2} = 29{,}4$ s. **4 pont**

G.9/2. Adatok: v_0 = 72 km/h = 20 m/s, a = 5 m/s².

a) Az elsőtől a második találkozásig megtett utak egyenlők, tehát $v_0 t_2 = \frac{a}{2} t_2^2$.

A közben eltelt idő $t_2 = 8$ s, a két pont távolsága $s_{1,2} = \mathbf{160\ m}$. **3 pont**

b) A két találkozás között a járművek távolsága akkor a legnagyobb, amikor sebességük egyenlő, tehát $v_0 = a t_1$. A közben eltelt idő $t_1 = 4$ s, a két jármű legnagyobb távolsága az addig megtett utak különbsége: $d = v_0 t_1 - \frac{a}{2} t_1^2 = \mathbf{40\ m}$. **4 pont**

c) Az eddig gyorsító autó sebessége a második találkozás pillanatában $v_2 = a t_2 = 40 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

A másodiktól a harmadik találkozásig megtett utak egyenlősége miatt $v_0 t_3 = v_2 t_3 - \frac{a}{2} t_3^2$.

A közben eltelt idő $t_3 = \frac{2(v_2 - v_0)}{a} = \mathbf{8\ s}$. **3 pont**

$\boxed{\text{G.9/3.}}$ Adatok: v_1 = 50 km/h, v_2 = 60 km/h, a_1 = 1 m/s^2, v_3 = 80 km/h, m = 700 kg, F_3 = 400 N.

a) A gyorsítás közben eltelt idő $\Delta t = \frac{v_2 - v_1}{a_1} = \mathbf{2,8\ s}$. **1 pont**

b) A mutató szögelfordulása $\Delta\alpha = 22{,}5° = \frac{\pi}{8}$ radián. Mivel a sebességmérő skálája a 10 km/h - 110 km/h tartományban lineáris, a mutató szögsebessége $\omega_1 = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \mathbf{0,14\ rad/s}$. **3 pont**

c) Kikapcsolt motornál a jármű lassulását a közegellenállási erő okozza. 50 km/h sebesség esetén a járművet fékező közegellenállási erő a négyzetes sebességkapcsolat alapján:

$$\frac{F_2}{F_3} = \frac{v_2^2}{v_3^2} \quad \rightarrow \quad F_2 = 400\ \text{N} \cdot \frac{50^2}{80^2} = 156\ \text{N}$$

A jármű lassulása $a_2 = \frac{F_2}{m} = 0{,}22\ \text{m/s}^2$. **3 pont**

A sebességmérő skála lineáris tartományában a jármű gyorsulása egyenesen arányos a mutató szögsebességével, ezért a keresett szögsebesség:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a_2}{a_1} \quad \rightarrow \quad \omega_2 = 0{,}14\ \text{rad/s} \cdot \frac{0{,}22}{1} = \mathbf{0,031\ rad/s}.$$ **3 pont**

$\boxed{\text{G.9/4.}}$ Adatok: t_1 = 2 s, t_2 = 5 s, $F_{\text{súly},2} = 0{,}8 \cdot F_{\text{súly},1}$.

a) Kezdetben **felfelé**, majd lefelé gyorsult a lift, hiszen a diák súlya a változás miatt lecsökkent. **1 pont**

A súlyerő egyenlő a diákra ható nyomóerővel. A gyorsulás számértéke a felfele és a lefele mozgásra felírt dinamikai alaptörvényből adódik. A felfelé irányt pozitívnak véve:

$$F_{ny1} - mg = m \cdot a \qquad F_{ny2} - mg = m \cdot (-a)$$ **2 pont**

A feladat feltétele szerint: $F_{ny2} = 0{,}8 \cdot F_{ny1}$ **1 pont**

Behelyettesítések után:

$$m \cdot (g - a) = 0{,}8 \cdot m \cdot (g + a) \quad \rightarrow \quad a = \frac{g}{9} = \mathbf{1,11\ m/s^2}.$$ **2 pont**

b) A négyzetes úttörvény alapján a két szakaszon az elmozdulás:

$$\Delta r_1 = \frac{g}{18} t_1^2 \approx 2{,}22\ \text{m} \quad \text{és} \quad \Delta r_2 = v_1 \cdot t_2 - \frac{g}{18} t_2^2 = \left(\frac{g}{9} \cdot t_1\right) \cdot t_2 - \frac{g}{18} t_2^2 \approx -2{,}78\ \text{m}$$

Tehát a lift lefelé mozdul el, az elmozdulás **-0,56 m**. **4 pont**

$\boxed{\text{G.9/5.}}$ Adatok: v_0 = 40 m/s, M = 50 g, m = 5 g, h = 0,8 m, L = 1,4 m.

A folyamat egy nem teljesen rugalmatlan ütközés. Olyan gyorsnak tekinthető, hogy közben a lendület megmarad, még akkor is, ha az asztal szélén van súrlódás. Legyen a test ütközés utáni sebessége V, a lövedéké u, ezzel:

$$mv_0 = mu + MV \qquad (1)$$ **3 pont**

A mondottak miatt a (pontszerűnek tekinthető) test és lövedék egyszerre hagyja el az asztal szélét, így azonos ideig is esnek. Az esés ideje alatt függőlegesen h utat tesznek meg szabadeséssel, így $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}4$ s. **1 pont**

A vízszintes irányú egyenletes mozgással megtett távolságokból (az asztal szélétől a padlóra érkezésig) az ütközés utáni sebességek kifejezhetők: $u = l \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}$ és $V = L \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} = 3{,}5$ m/s. **2 pont**

Ezeket (1)-be helyettesítve: $mv_0 = ml \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} + ML \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}}$.

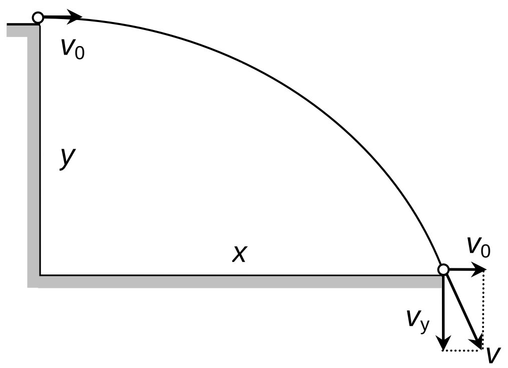
Az egyenlet megoldása: $l = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} L = \mathbf{2\ m}$. **4 pont**

33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 10. évfolyam

G.10/1. Adatok: $\alpha = 60^\circ$.



a) Legyen a test kezdősebessége v_0, sebessége a becsapódáskor pedig v! Repüljön a test t ideig! Mivel a v sebességvektor 60°-os szöget zár be a vízszintes iránnyal, ezért annak felhasználásával, hogy olyan derékszögű háromszögben, amelynek van 30°-os szöge, az átfogó a 30°-os szöggel szemben lévő befogó kétszerese, a v sebesség v_0 felhasználásával megadható: $v = \mathbf{2v_0}$. **4 pont**

b) Pithagorasz-tétele alapján:

$$v_y = \sqrt{(2v_0)^2 - v_0^2} = \sqrt{3}v_0$$ **1 pont**

A kérdéses elmozdulások: $x = v_0 t$ **1 pont**

$$y = \frac{v_y t}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t$$ **3 pont**

A keresett arány: $\frac{x}{y} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx \mathbf{1,155}$. **1 pont**

G.10/2. Adatok: $\alpha = 30^\circ$, $s_1 = 8$ m, $t_1 = 4$ s, $m = 75$ kg.

a) A vízszintes szakaszon a tapadási súrlódási erő biztosítja a gyorsulást.
Ennek a gyorsító erőnek a nagysága: $F = ma_1$, ahol $a_1 = \frac{2s_1}{t_1^2} = 1\ \mathrm{m/s^2}$.
Behelyettesítve: $F = \mathbf{75\ N}$. **3 pont**

b) A lejtőn (750/2) N = 375 N erő hat a biciklisre a lejtővel párhuzamosan lefelé, és 75 N felfelé. Tehát a biciklis lefelé irányuló (negatív) gyorsulása: a = -300 N/75 kg = - 4 m/s^2. A $v^2 = 2as$ összefüggés alapján láthatjuk, hogy ha a biciklis 8 m úton 1 m/s^2 gyorsulással szerezte a maximális sebességét, akkor ezt a lejtőn négyszer akkora (negatív) gyorsulással negyed akkora úton veszti el, vagyis **2 méter** megtétele (**1 méter** emelkedés) után áll meg a lejtőn.
5 pont

Megoldás munkatétellel: Mivel a mutatványos a mozgás kezdetén is állt, és a mozgás végén is megáll, továbbá a rá ható F súrlódási erő állandó, így jogos a mutatványos által végzett munkát $W = F \cdot (s_1 + s_2)$ alakban felírni. A mozgási energia megváltozása nulla, a nehézségi erő munkája $-mgh$, tehát

$$F \cdot (s_1 + s_2) - mgh = 0, \quad \text{ahol } s_2 = 2h.$$ **3 pont**

Ugyanerre az egyenletre juthatunk úgy is, ha azt vesszük észre, hogy a mutatványos által végzett munka növeli a test helyzeti energiáját: $F \cdot (s_1 + s_2) = mgh$.

Behelyettesítés és átalakítások után:

$$h = \frac{s_1}{\frac{mg}{F} - 2} = \mathbf{1\ m}\ (\text{vagy } s_2 = \mathbf{2\ m}). \qquad \boxed{\text{2 pont}}$$

c) A mutatványos teljes munkája a helyzeti energia növekedésére fordítódott:

$$W = F \cdot (s_1 + s_2) = mgh = \mathbf{750\ J}. \qquad \boxed{\text{2 pont}}$$

G.10/3. Adatok: α = 30°, β = 40°, m = 2 kg.

a) Az egyensúly feltétele $\sum \vec{F} = 0$ ezért:

$$2K_{max} \cdot sin\alpha = mg$$

$$K_{max} = \frac{mg}{2sin\alpha} = mg = \mathbf{20\ N}. \qquad \boxed{\text{3 pont}}$$

b) Alkalmazzuk a dinamika alapegyenletét a függőlegesen felfelé gyorsuló testre:

$$\sum \vec{F} = ma_1 \quad \rightarrow \quad 2K_{max} - mg = ma_1 \quad \rightarrow \quad a_1 = \boldsymbol{g}. \qquad \boxed{\text{3 pont}}$$

c) Most is a dinamika alapegyenletéből indulhatunk ki. A testet a fonálerők függőleges komponensei gyorsítják felfelé:

$$2K_{max} \cdot sin\beta - mg = ma_2$$

$$a_2 = \frac{2K_{max} \cdot sin\beta}{m} - g = \mathbf{2{,}86\ m/s^2}. \qquad \boxed{\text{4 pont}}$$

G.10/4. Adatok: L = 50 cm, l_A = 30 cm, l_{Hg} = 5 cm, p_k = 76 Hgcm, p_{Hg} = 5 Hgcm.

Az **A** helyzetben a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső nyomással. A bezárt levegő hőmérséklete végig állandónak tekinthető, ezért a Boyle-Mariotte törvény alkalmazható mindegyik állapotváltozásra. **2 pont**

a) A **B** helyzetben a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső levegő és a higany hidrosztatikai nyomásának különbségével. A kezdőállapottal összehasonlítva:

$$p_B l_B A = p_A l_A A \quad \rightarrow \quad l_B = \frac{p_A}{p_B} \cdot l_A = \frac{p_k}{p_k - p_{Hg}} \cdot l_A = \frac{76\ \text{Hgcm}}{71\ \text{Hgcm}} \cdot 30\ \text{cm} = \mathbf{32{,}1\ cm}. \qquad \boxed{\text{2 pont}}$$

A **C** helyzetben a bezárt levegő nyomása a külső levegő nyomásával egyenlő, ezért:

$$l_C = l_A = \mathbf{30\ cm}. \qquad \boxed{\text{2 pont}}$$

A **D** helyzetben a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső levegő és a higany nyomásának összegével. A kezdőállapottal összehasonlítva:

$$p_D l_D A = p_A l_A A \quad \rightarrow \quad l_D = \frac{p_A}{p_D} \cdot l_A = \frac{p_k}{p_k + p_{Hg}} \cdot l_A = \frac{76\ \text{Hgcm}}{81\ \text{Hgcm}} \cdot 30\ \text{cm} = \mathbf{28{,}1\ cm}. \qquad \boxed{\text{2 pont}}$$

b) A csövet az asztalra fektetve a bezárt levegő nyomása ismét egyenlő a külső levegő nyomásával, ezért a bezárt levegőoszlop hossza ekkor újra **30 cm**. **2 pont**

G.10/5. Adatok: V_0 = 800 cm³, p_0 = 10^5 Pa, T_1 = 293 K, R = 2 cm, A = 12,6 cm² = 0,00126 m²
h_1 = 1 cm, h_2 = 5 cm, F_{ny} = 200 N, μ = 0,4.

a) A melegítés megkezdése előtt a bezárt levegő adatai:

$$p_1 = p_0 = 10^5\ \text{Pa} \qquad V_1 = V_0 + A \cdot h_1 = 812{,}6\ \text{cm}^3 \qquad T_1 = 293\ \text{K}. \qquad \boxed{\text{1 pont}}$$

A dugó kitolásának feltétele $F_{belső} = F_{külső} + F_{súrlódás}$, azaz $p_2 A = p_0 A + \mu F_{ny}$, ahonnan:

$$p_2 = p_0 + \mu \cdot \frac{F_{ny}}{A} = 1{,}64 \cdot 10^5\ \text{Pa}. \qquad \boxed{\text{2 pont}}$$

A dugó távozásának pillanatában a bezárt levegő nyomása és térfogata:

$$p_2 = 1{,}64 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

$$V_2 = V_0 + A \cdot h_2 = 862{,}8\ \text{cm}^3. \qquad \boxed{\text{1 pont}}$$

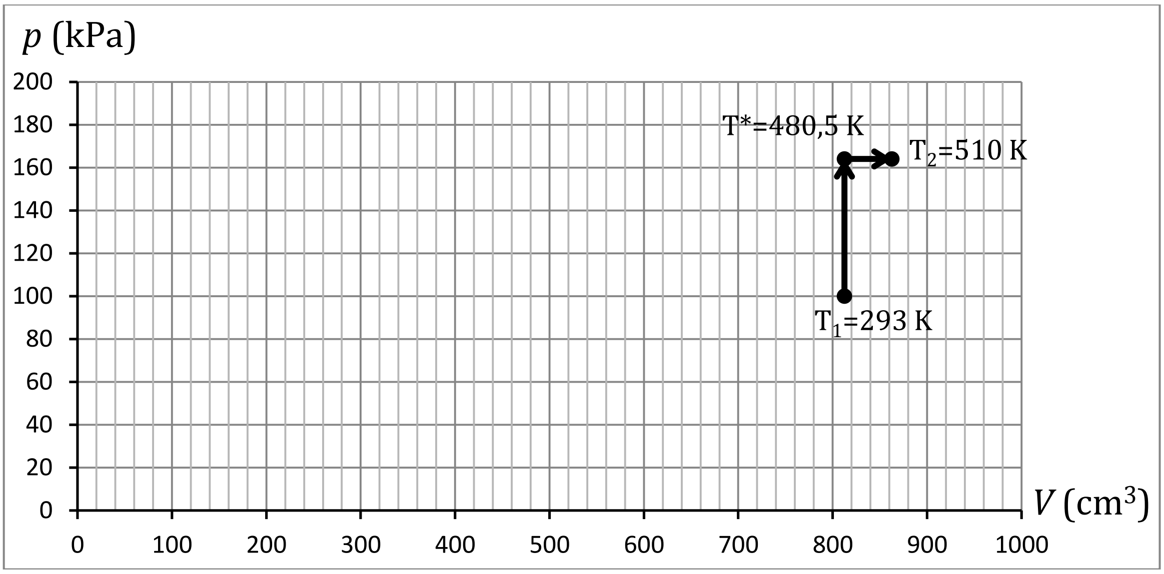
A szükséges hőmérséklet az egyesített gáztörvény alapján határozható meg:

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} \cdot T_1 = \mathbf{510\ K.}$$ **2 pont**

b) A szükséges (p_2) nyomásérték eléréséig állandó térfogaton zajlik a hőmérséklet növekedése, majd állandó nyomáson tágul a gáz, míg a dugó felső része el nem éri a peremet.
Az első (izochor) folyamat végén a hőmérséklet:

$$T^* = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \mathbf{480{,}5\ K.}$$ **2 pont**

A folyamat *p*-*V* diagramja:



2 pont

33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 9. évfolyam

Sz.9/1. Adatok: d = 1200 m, t_E = 600 s, v_A = 2 m/s, τ = 120 s.

a) Erik $2d$, azaz 2400 m utat tett volna meg t_E = 600 s alatt, így sebessége v_E = 4 m/s. **1 pont**

A találkozásig édesanyjával együtt teszik meg a d távolságot, aki τ idővel később indul, ezért:

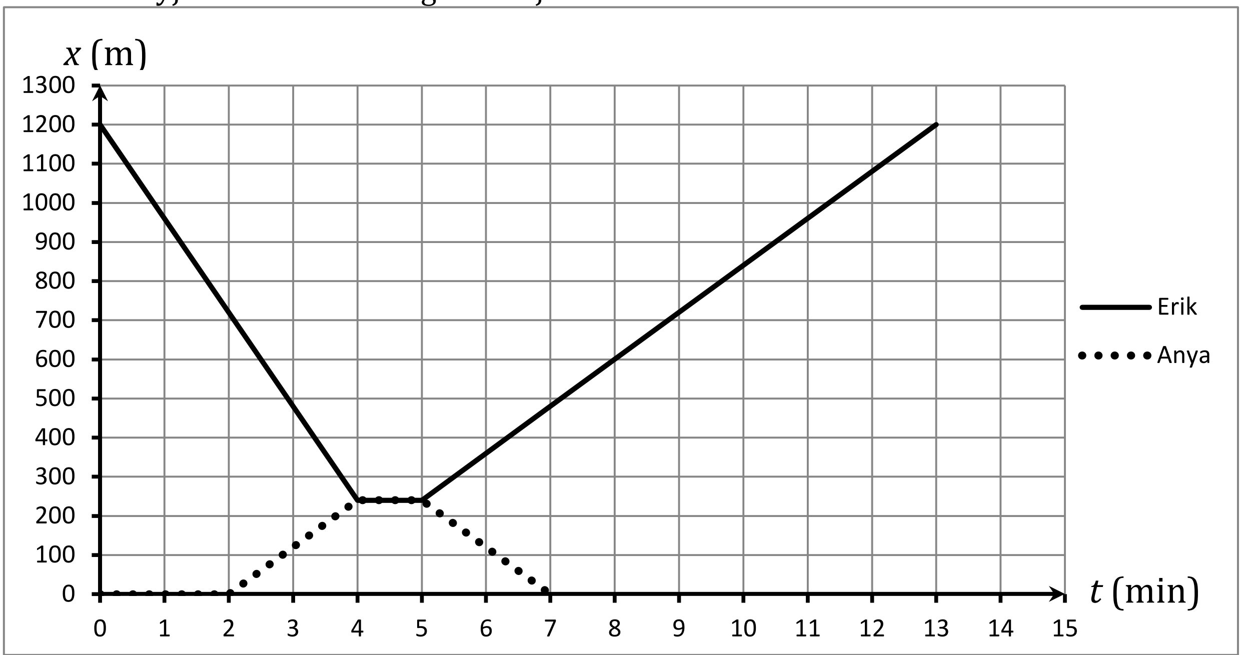
$$d = v_E t + v_A(t - \tau)$$ **2 pont**

A találkozás Erik indulása után $t = 240$ s $= 4$ min múlva következik be.

A találkozási pontig Erik $s = v_E t =$ **960 m** utat tesz meg. **2 pont**

b) Ezt a távolságot kell visszafelé is megtennie, amire 8 min = 480 s idő áll rendelkezésére, így sebessége **2 m/s**. **1 pont**

c) Erik és édesanyja elmozdulás-idő grafikonja:



4 pont

Sz.9/2.

Egy álló helyzetből szabadon eső test által az egymást követő azonos időtartamok alatt megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint a páratlan számok 1-től kezdődően:

$$s_1 : s_2 : s_3 : s_4 = 1 : 3 : 5 : 7$$ **4 pont**

Ezért a kötelet osszuk fel 1 + 3 + 5 + 7 = 16 egyenlő részre, ami 10 cm.

Így a vasgolyókat egymástól 10, 30, 50, 70 centiméterre, a talajtól pedig:

$h_1 = 10$ cm, $h_2 = 40$ cm, $h_3 = 90$ cm távolságra kell elhelyezni. **6 pont**

Sz.9/3. Adatok: m = 0,1 kg (a megoldáshoz nem szükséges), v_1 = 5 m/s, l = 0,2 m, $K_2 = K_1/4$.
a) A testre négy erő hat. A nehézségi erő és az asztal által a testre kifejtett nyomóerő kiegyenlíti egymást. A súrlódási erő egyenletesen fékezi a körmozgást, a kötélerő a centripetális gyorsulást biztosítja. Utóbbit figyelembe véve vizsgáljuk a kötélerőre megadott feltételt:

$$\frac{K_2}{K_1}=\frac{m\frac{v_2^2}{l}}{m\frac{v_1^2}{l}}=\frac{1}{4} \quad\rightarrow\quad \frac{v_2^2}{v_1^2}=\frac{1}{4} \quad\rightarrow\quad v_2=\frac{v_1}{2}=\mathbf{2,5}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}.$$

4 pont

b) A megtett út az átlagsebességgel kifejezve:

$$s_1=3\cdot 2l\pi=\frac{v_1+v_2}{2}t_1$$

Innen a három fordulat közben eltelt idő:

$$t_1=\frac{12l\pi}{v_1+v_2}=1{,}005\ \mathrm{s}\approx 1\ \mathrm{s}$$

A test érintő irányú lassulása:

$$a=\frac{v_2-v_1}{t_1}=\mathbf{-2,5}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}.$$

4 pont

c) Mivel a sebesség a felére csökkent, a megállásig ugyanannyi idő telik még el, mint az első szakaszon. Az átlagsebesség viszont csak harmad akkora a második szakaszon ($\frac{v_1}{4}$), mint az elsőn ($\frac{3v_1}{4}$). A megállásig tehát még **1 kör**t (kb. 1,26 métert) tesz meg a test. **2 pont**

Sz.9/4 Adatok: t_1 = 2 s, t_2 = 5 s, $F_{súly,2} = 0{,}8 \cdot F_{súly,1}$.
a) Kezdetben **felfelé**, majd **lefelé** gyorsult a lift, hiszen a diák súlya a változás miatt lecsökkent.

1 pont

A súlyerő egyenlő a diákra ható nyomóerővel. A gyorsulás számértéke a fel és a lefele mozgásra felírt dinamikai alaptörvényből adódik a (a felfelé irányt pozitívnak véve):

$$F_{ny1}-mg=m\cdot a \qquad F_{ny2}-mg=m\cdot(-a)$$

2 pont

A feladat feltétele szerint: $F_{ny2}=0{,}8\cdot F_{ny1}$ **1 pont**

Behelyettesítések után:

$$m\cdot(g-a)=0{,}8\cdot m\cdot(g+a) \quad\rightarrow\quad a=\frac{g}{9}=\mathbf{1,11\ m/s^2}.$$

2 pont

b) A négyzetes úttörvény alapján a két szakaszon az elmozdulás:

$$\Delta r_1=\frac{g}{18}t_1^2\approx 2{,}22\ \mathrm{m} \quad \text{és} \quad \Delta r_2=\left(\frac{g}{9}\cdot t_1\right)\cdot t_2-\frac{g}{18}t_2^2\approx -2{,}78\ \mathrm{m}$$

Tehát lefelé mozdul el a lift, az elmozdulás **-0,56 m**. **4 pont**

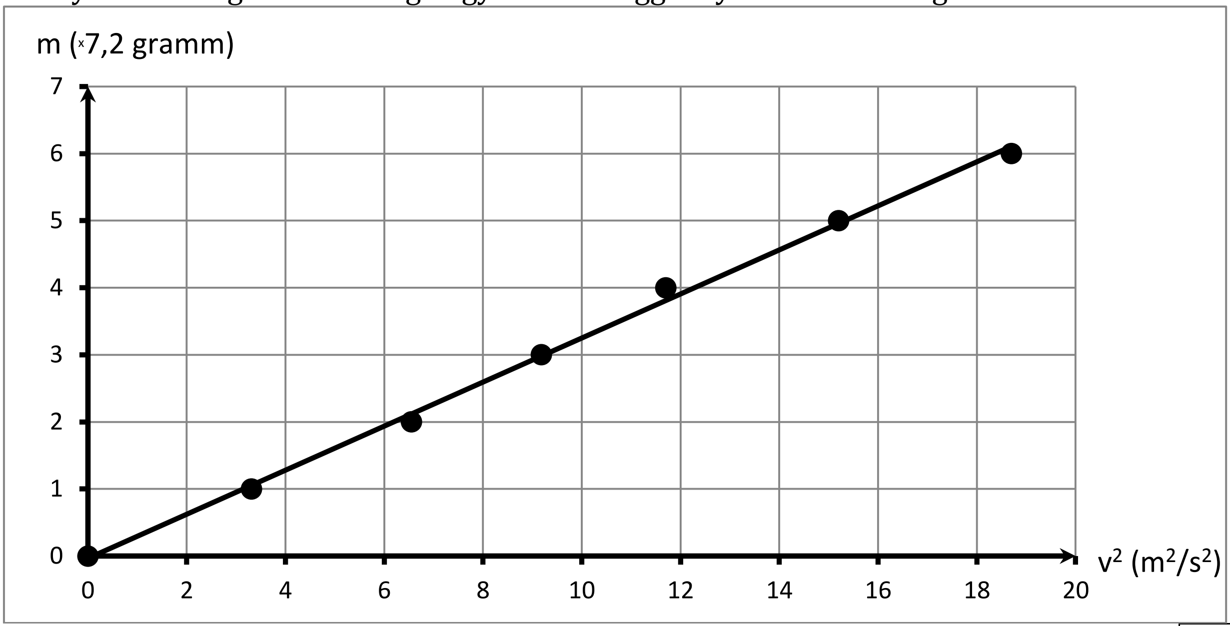
Sz.9/5. Adatok: h = 8,2 m, r = 0,1025 m, $A = r^2\pi$ = 0,033 m², ρ_{lev} = 1,29 kg/m³, m = 7,2 g.

a) A tányérok állandónak tekinthető, $v=\frac{h}{t}$ nagyságú sebességét a táblázat tartalmazza:

Tányérok tömege	1m	2m	3m	4m	5m	6m
t (s)	4,5	3,2	2,7	2,3	2,1	1,9
v (m/s)	1,82	2,56	3,03	3,42	3,9	4,32
v^2 (m²/s²)	3,31	6,55	9,18	11,7	15,2	18,7

2 pont

b) A tányérok tömegét a sebesség négyzetének függvényében ábrázoló grafikon:



3 pont

c) A tányérok zuhanása közben a nehézségi erő egyenlő a közegellenállási erővel:

$$mg = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Fejezzük ki a tányérok tömegét:

$$m = \frac{c \cdot \rho \cdot A}{2 \cdot g} \cdot v^2$$

Vezessük be a $k = \frac{c \cdot \rho \cdot A}{2 \cdot g}$ jelölést, amely a grafikon meredekségével egyenlő és az ábráról leolvasható: $k \approx \frac{5{,}8 \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-3}}{18} \frac{\mathrm{kg \cdot s^2}}{\mathrm{m^2}} = 2{,}32 \cdot 10^{-3} \frac{\mathrm{kg \cdot s^2}}{\mathrm{m^2}}$.

A tányér alaktényezője tehát:

$$c = 2 \cdot \frac{g \cdot k}{\rho \cdot A} \approx \mathbf{1{,}07.}$$

5 pont

Megjegyzés: Nem fogadható el teljes értékű megoldásként, ha a versenyző a

$$c = \frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho \cdot A \cdot v^2}$$

összefüggésből mindegyik ejtés esetében meghatározza az alaktényezőt, majd átlagolja azokat. Ilyen esetben egy pontot vonjunk le, tehát erre a részre ebben az esetben **4 pont** jár.

33. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 10. évfolyam

Sz.10/1. Adatok: s = 84 m, t_1 = 3 s, t_2 = 4 s.

A feladat feltétele szerint a megtett utak azonosak:

$$s = v_0 t_1 + \frac{a}{2} t_1^2$$

$$s = v_1 t_2 + \frac{a}{2} t_2^2 = (v_0 + a t_1) t_2 + \frac{a}{2} t_2^2$$

4 pont

Az adatokat (mértékegységek nélkül) behelyettesítve a következő egyenleteket kapjuk:

$$84 = 3v_0 + 4{,}5a$$

$$84 = 4v_0 + 20a$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$v_0 = \mathbf{31}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}} \qquad a = \mathbf{-2}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}.$$

6 pont

Sz.10/2. Adatok: m = 0,1 kg (a megoldáshoz nem szükséges), v_1 = 5 m/s, l = 0,2 m, $K_2 = K_1/4$.

a) A testre négy erő hat. A nehézségi erő és az asztal által a testre kifejtett nyomóerő kiegyenlíti egymást. A súrlódási erő egyenletesen fékezi a körmozgást, a kötélerő biztosítja a centripetális gyorsulást. Utóbbit figyelembe véve vizsgáljuk a kötélerőre megadott feltételt:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m\frac{v_2^2}{l}}{m\frac{v_1^2}{l}} = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{v_1}{2} = \mathbf{2{,}5}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}.$$

4 pont

Mivel a sebesség a felére csökkent, a megállásig ugyanannyi idő telik még el, mint az első szakaszon. Az átlagsebesség viszont csak harmad akkora a második szakaszon ($\frac{v_1}{4}$), mint az elsőn ($\frac{3v_1}{4}$). A megállásig tehát még **1 kör**t (kb. 1,26 métert) tesz meg a test. **2 pont**

b) A megtett út az átlagsebességgel kifejezve:

$$s_1 = 3 \cdot 2l\pi = \frac{v_1 + v_2}{2} t_1$$

Innen a három fordulat közben eltelt idő:

$$t_1 = \frac{12l\pi}{v_1 + v_2} = 1{,}005\ \text{s} \approx 1\ \text{s}$$

A test érintő irányú lassulása:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_1} = -2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A lassulást a súrlódási erő okozza, ezért

$$-\mu m g = m a \quad \rightarrow \quad \mu = -\frac{a}{g} = \mathbf{0{,}25}.$$

4 pont

$\boxed{\textbf{Sz.10/3.}}$ Adatok: m = 30 kg, M = 5·10^{21} kg, R = 5·10^5 m, T = 7200 s.
A póluson ható gravitációs erő:

$$F_g = \gamma \frac{mM}{R^2} = \mathbf{40\ N}.$$

Ekkora erővel nyomja a Kisherceg a talajt, azaz a súlya **40 N.** **3 pont**

Az egyenlítőn a gravitációs erő és a talaj által kifejtett nyomóerő eredője biztosítja az egyenletes körmozgást, ezért:

$$F_g - F_{ny} = ma_{cp}$$ **3 pont**

A centripetális gyorsulás a forgás idejéből és a bolygó sugarából határozható meg:

$$a_{cp} = R\omega^2 = R \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 0{,}381\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$ **2 pont**

A nyomóerőt kifejezve:

$$F_{ny} = F_g - ma_{cp} = 40\ \mathrm{N} - 30\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}381\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathbf{28{,}6\ N}.$$

A Kisherceg súlya az egyenlítőn **28,6 N.** **2 pont**

$\boxed{\textbf{Sz.10/4.}}$ Adatok: m = 1 kg, l_0 = 1 m, Δl_1 = 0,2 m, α = 60°.
Amikor a gumiszálak függőlegesek, az egyensúly feltétele:

$$mg = 2 \cdot D \cdot \Delta l_1 \quad \rightarrow \quad D = \frac{mg}{2 \cdot \Delta l_1} = \mathbf{25\ \frac{N}{m}}.$$

2 pont

Amikor a gumiszálak α = 60°-ot zárnak be egymással:

$$mg = 2 \cdot D \cdot \Delta l_2 \cdot cos\frac{\alpha}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta l_2 = \frac{mg}{2D \cdot cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\Delta l_1}{cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \cdot \Delta l_1}{\sqrt{3}} = 0{,}231\ \mathrm{m}$$

3 pont

A munkavégzés fedezi a test helyzeti energiájának és a gumiszálak rugalmas energiájának növekedését:

$$W = mgh + 2 \cdot \tfrac{1}{2} D \cdot [(\Delta l_2)^2 - (\Delta l_1)^2]$$ **2 pont**

A test emelkedése: $h = (l_0 + \Delta l_1) - (l_0 + \Delta l_2) \cdot cos\frac{\alpha}{2} = 0{,}134\ \mathrm{m}$ **2 pont**

A munkavégzés pedig: W = **1,67 J.** **1 pont**

$\boxed{\textbf{Sz.10/5.}}$ Adatok: d = 75 cm, l_0 = 58 cm, h = 8 cm, p_{Hg} = 8 Hgcm, T_0 = 300 K, p_0 = 76 Hgcm.
a) A cső vízszintes helyzetében a bezárt levegő nyomása egyenlő a külső nyomással. A csövet nyitott végével felfelé függőleges helyzetbe hozva a belső nyomás $p_1 = p_0 + p_{Hg} = 84$ Hgcm. Ha nem folyhat ki higany, akkor a levegőoszlop maximális hossza $l_0 - h = 67$ cm. **2 pont**
Alkalmazzuk az egyesített gáztörvényt a melegítésre:

$$\frac{p_0 l_0 A}{T_0} = \frac{p_1 (l_0 - h) A}{T_1}.$$ **2 pont**

A maximális hőmérséklet:

$$T_1 = \frac{p_1 (l_0 - h)}{p_0 l_0} T_0 = \mathbf{383\ K}.$$ **2 pont**

b) Ha a cső függőleges helyzetében a nyitott vége van lefelé, akkor a bezárt levegő nyomása $p_2 = p_0 - p_{Hg} = 68$ Hgcm. A levegőoszlop maximális hossza most is $l_0 - h = 67$ cm, ezért

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \mathbf{310\ K}.$$

4 pont

Tehát legalább 310 K-ig kell visszahűteni a bezárt levegőt, hogy a higany mindenképpen a csőben maradjon.