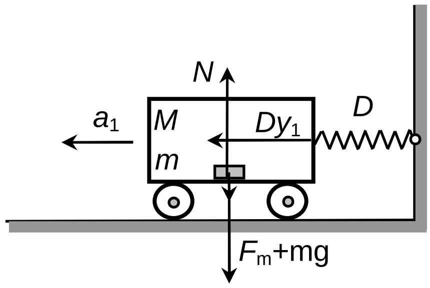
A 32. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - Gimnázium 10. osztály
Pécs 2013

1. feladat:

a) Az első esetben a kocsi és a mágnes azonos, a_1 lassulását a dinamika alapegyenlete felhasználásával számolhatjuk:



$$Ma_1 = Dy_1,$$

$$a_1 = \frac{Dy_1}{M} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$ **1 pont**

Legyen a mágnes tömege *m*, a mágneses vonzóerő F_m! A mágnes megcsúszásának pillanatában:

(1) $$ma_1 = \mu_0\left(F_m + mg\right).$$ **2 pont**

A második esetben:

$$Ma_2 = Dy_2,$$

$$a_2 = \frac{Dy_2}{M} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$ **1 pont**

(2) $$ma_2 = \mu_0\left(F_m - mg\right).$$ **2 pont**

(1) és (2) osztásából:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_m + mg}{F_m - mg},$$

$$2 = \frac{F_m + mg}{F_m - mg},$$

$$F_m = 3mg.$$ **2 pont**

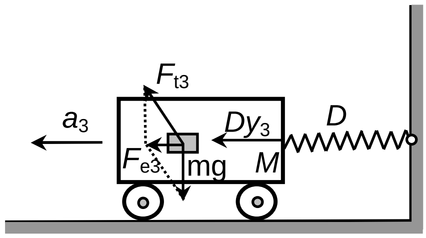
A mágneses erő értékét (1)-be beírva:

$$ma_1 = \mu_0\left(3mg + mg\right).$$

$$\boxed{\mu_0 = \frac{1}{4}\frac{a_1}{g} = 0{,}4.}$$ **2 pont**

b) Vizsgáljuk a kocsi oldalán lévő mágnes megcsúszásának pillanatát! Ebben a pillanatban a mágnesre ható erők eredője szintén vízszintes irányú, és a haladási iránnyal ellentétes irányba mutat. A tapadási súrlódási erő a megcsúszás pillanatában:

$$F_{t3} = \mu_0 \cdot 3mg.$$ **2 pont**



Az eredő erő:

$$F_{e3} = \sqrt{F_{t3}^2 - (mg)^2},$$

$$F_{e3} = m\sqrt{(1{,}2g)^2 - g^2}.$$ **3 pont**

A mágnes lassulása:

$$ma_3 = mg\sqrt{0{,}44},$$

$$a_3 = \sqrt{44}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$ **2 pont**

A kocsit a mágnessel együtt a rugó ugyanilyen mértékben lassítja, ezért

$$Ma_3 = Dy_3.$$ **1 pont**

A rugó összenyomódása a harmadik esetben:

$$\boxed{y_3 = \frac{Ma_3}{D} = \frac{\sqrt{11}}{50}\ \mathrm{m} = 6{,}63\ \mathrm{cm}.}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont

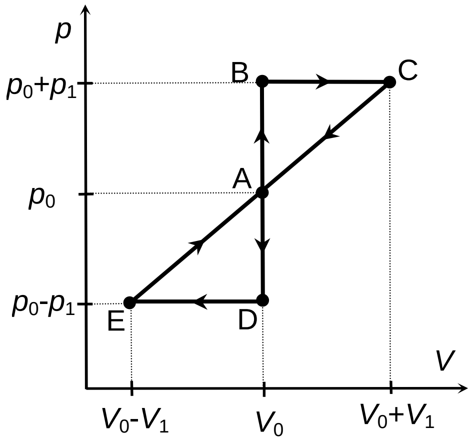
2. feladat:

a) Könnyen látható, hogy a két körfolyamat esetén a nyert, hasznos munka egyenlő:

$$W_h^* = \frac{1}{2} p_1 V_1. \qquad \textbf{1 pont}$$

Így annak a körfolyamatnak nagyobb a hatásfoka, amely esetén kisebb a felvett hő. A felvett hőt a termodinamika első főtétele alapján következethetjük ki:

$$Q_{fel} = \Delta E_b + W^*.$$



A körfolyamatokban az EA, illetve az ABC szakaszon van hőfelvétel. Az EA szakaszon kisebb a végzett munka, mint az ABC szakaszon. Lássuk be, hogy a belső energia növekedése is kisebb! Ez azt jelenti akkor, hogy az ADEA körfolyamat hatásfoka a nagyobb. **2 pont**

A belső energia növekedései:

EA szakasz:

$$\Delta E_b^{EA} = \frac{3}{2}\left[p_0 V_0 - (p_0 - p_1)(V_0 - V_1)\right] = \frac{3}{2}\left(p_1 V_0 + p_0 V_1 - p_1 V_1\right) \qquad \textbf{2 pont}$$

ABC szakasz:

$$\Delta E_b^{ABC} = \frac{3}{2}\left[(p_0 + p_1)(V_0 + V_1) - p_0 V_0\right] = \frac{3}{2}\left(p_1 V_0 + p_0 V_1 + p_1 V_1\right) \qquad \textbf{2 pont}$$

Valóban látható, hogy:

$$\Delta E_b^{EA} \langle \ \Delta E_b^{ABC}.$$

Azt a jelenti, hogy az ADEA körfolyamat esetén kisebb a felvett hő, tehát a hatásfoka nagyobb:

$$\boxed{\eta^{ABCA} \ \langle \ \eta^{ADEA}.} \qquad \textbf{1 pont}$$

b) Konkrét nagyságok meghatározása érdekében határozzuk meg most a megadott paraméterek felhasználásával a hatásfokokat!

ABCA körfolyamat:

$$\eta_1 = \frac{\frac{1}{2} p_1 V_1}{\Delta E_b^{ABC} + W_{BC}^*}, \qquad \textbf{1 pont}$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{1}{2} p_1 V_1}{\frac{3}{2}\left(p_1 V_0 + p_0 V_1 + p_1 V_1\right) + (p_0 + p_1) V_1},$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{1}{2} p_1 V_1}{\frac{3}{2} p_1 V_0 + \frac{5}{2} p_0 V_1 + \frac{5}{2} p_1 V_1}.$$ **2 pont**

Az $x = \frac{p_0}{p_1}$ és az $y = \frac{V_0}{V_1}$ jelöléseket bevezetve:

$$\eta_1 = \frac{1}{3y + 5x + 5}.$$ **2 pont**

ADEA körfolyamat:

$$\eta_2 = \frac{\frac{1}{2} p_1 V_1}{\Delta E_b^{EA} + W_{EA}^*},$$ **1 pont**

$$\eta_2 = \frac{\frac{1}{2} p_1 V_1}{\frac{3}{2}\left(p_1 V_0 + p_0 V_1 - p_1 V_1\right) + \frac{p_0 - p_1 + p_0}{2} V_1},$$

$$\eta_2 = \frac{\frac{1}{2} p_1 V_1}{\frac{3}{2} p_1 V_0 + \frac{5}{2} p_0 V_1 - 2 p_1 V_1}.$$ **2 pont**

Az $x = \frac{p_0}{p_1}$ és az $y = \frac{V_0}{V_1}$ jelöléseket itt is bevezetve:

$$\eta_2 = \frac{1}{3y + 5x - 4}.$$ **2 pont**

Az ismert hatásfok kifejezéséből a $3y + 5x$ összeget kifejezve:

$$3y + 5x = \frac{1 - 5\eta_1}{\eta_1}.$$

Ezt a keresett hatásfok kifejezésébe beírva:

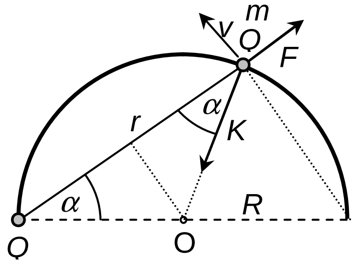
$$\eta_2 = \frac{1}{\frac{1 - 5\eta_1}{\eta_1} - 4},$$

$$\boxed{\eta_2 = \frac{\eta_1}{1 - 9\eta_1} = \frac{1}{10} = 10\%.}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont

3. feladat:

a) Jellemezzük az ábrán látható α szöggel a gyöngy pillanatnyi helyzetét! Az energia-megmaradásból:



$$(1) \qquad k\frac{Q^2}{2R}+\frac{1}{2}mv_0^2=k\frac{Q^2}{r}+\frac{1}{2}mv^2. \qquad \textbf{1 pont}$$

A gyöngy akkor közelíti meg legjobban a rögzített töltést, amikor sebessége nullára csökken.

$$k\frac{Q^2}{2R}+\frac{1}{2}mv_0^2=k\frac{Q^2}{2R\cos\alpha_0}.$$ **1 pont**

Ebből:

$$\cos\alpha_0=\frac{1}{1+\dfrac{mRv_0^2}{kQ^2}}=\frac{1}{2},$$

$$\boxed{\alpha_0=60^{\mathrm{o}}.}$$ **2 pont**

b) Az α szöggel jellemzett helyzetben a kényszerpálya által a gyöngyre kifejtett vízszintes irányú K erő, az elektrosztatikus F erővel biztosítja a gyöngy körpályán történő mozgását. Legyen a gyöngy sebessége ebben a pillanatban v! A dinamika alapegyenletéből:

$$m\frac{v^2}{R}=K-k\frac{Q^2}{r^2}\cos\alpha,$$ **1 pont**

$$K=m\frac{v^2}{R}+k\frac{Q^2}{r^2}\frac{r}{2R},$$

(1)-ből:

$$k\frac{Q^2}{r}=k\frac{Q^2}{2R}+\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2.$$ **1 pont**

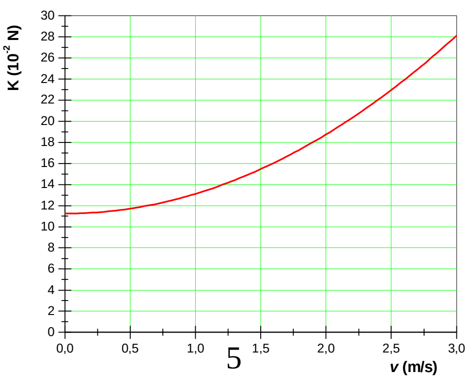
Ezt beírva:

$$(2) \qquad K=\frac{3}{4}\frac{m}{R}\cdot v^2+\left(k\frac{Q^2}{4R^2}+\frac{mv_0^2}{4R}\right).$$

Az adatokat beírva:

$$\boxed{K=\left(1{,}875\ \frac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}^2}\cdot v^2+11{,}25\ \mathrm{N}\right)\cdot 10^{-2}.}$$ **2 pont**

Ezt ábrázolva:



2 pont

c) $K(\upsilon)$ függvényből látható, hogy értéke akkor lesz maximális, amikor a sebesség maximális, illetve akkor lesz minimális, amikor a gyöngy megáll.

$$\boxed{K_{\max}=\left(1{,}875\ \frac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}^2}\cdot\left(3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2+11{,}25\ \mathrm{N}\right)\cdot 10^{-2}=0{,}28125\ \mathrm{N}.}$$ **2 pont**

$$\boxed{K_{\min}=\left(1{,}875\ \frac{\mathrm{Ns}^2}{\mathrm{m}^2}\cdot\left(0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2+11{,}25\ \mathrm{N}\right)\cdot 10^{-2}=0{,}1125\ \mathrm{N}.}$$ **2 pont**

d) Könnyű belátni, hogy a félút megtételekor $\alpha_1=30^{\mathrm{o}}$. A mozgásegyenletből érintő irányban:

$$ma_{\text{é}}=k\frac{Q^2}{(2R\cos\alpha_1)^2}\cdot\sin\alpha_1,$$

$$a_{\text{é}}=k\frac{Q^2}{4mR^2\cos^2\alpha_1}\cdot\sin\alpha_1=7{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},$$ **2 pont**

A mozgásegyenletből sugár irányban:

$$m\frac{\upsilon^2}{R}=K-k\frac{Q^2}{4R^2\cos^2\alpha_1}\cdot\cos\alpha_1.$$

K értékét (2)-ből beírva:

$$m\frac{\upsilon^2}{R}=\frac{3}{4}\frac{m}{R}\cdot\upsilon^2+\left(k\frac{Q^2}{4R^2}+\frac{m\upsilon_0^2}{4R}\right)-k\frac{Q^2}{4R^2\cos\alpha_1}.$$

Ebből:

$$a_{\mathrm{cp}}=\frac{\upsilon^2}{R}=\frac{kQ^2}{mR^2}\left(1-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)+\frac{\upsilon_0^2}{R}.$$

Az adatokat beírva:

$$a_{\mathrm{cp}}=30\left(3-\sqrt{3}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\approx 38\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$ **3 pont**

Az eredő gyorsulás érintővel bezárt szöge:

$$tg\beta=\frac{a_{\mathrm{cp}}}{a_{\text{é}}}\approx 5{,}07,$$

$$\boxed{\beta\approx 78{,}8^{\mathrm{o}}.}$$ **1 pont**

Összesen: 20 pont

4. feladat:

a) Tekintsük azt a pillanatot, amikor az m tömegű test éppen leérkezik a lejtő aljára! Legyen ebben a pillanatban a nyugvó, vízszintes felülethez viszonyítva a kocsi sebessége u, az m tömegű test sebességének vízszintes komponense υ_x, a függőleges pedig υ_y! A lendület- és energia-megmaradásból:

$$Mu - m\upsilon_x = 0,$$ **2 pont**

$$mgL\sin\alpha = \frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}m\left(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2\right).$$ **2 pont**

Figyelembe véve, hogy $M = m$ és $\alpha = 60^\circ$:

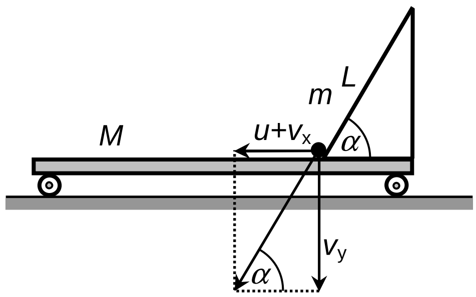
$$u = \upsilon_x,$$

$$\sqrt{3}gL = u^2 + \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2.$$

Ezekből:

(1) $$\sqrt{3}gL = 2u^2 + \upsilon_y^2.$$ **1 pont**

Vizsgáljuk most az m tömegű test mozgását a kocsihoz rögzített koordináta-rendszerben! Ebben a rendszerben test sebességvektora α szöget zár be a vízszintes iránnyal. Ebből a feltételből:



$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\upsilon_y}{u + \upsilon_x},$$

(2) $$\upsilon_y = 2u \cdot \mathrm{tg}\alpha.$$ **2 pont**

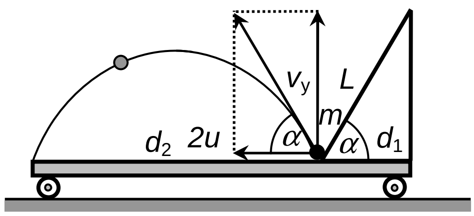
(1) és (2) felhasználásával:

$$\sqrt{3}gL = 2u^2 + 4u^2\mathrm{tg}^2\alpha,$$

$$u = \upsilon_x = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{14}gL} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}93\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$ **1 pont**

$$\upsilon_y = 2u \cdot \mathrm{tg}\alpha = \sqrt{\frac{6\sqrt{3}}{7}gL} = \sqrt{6\sqrt{3}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}22\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$ **1 pont**

Vizsgáljuk a továbbiakban a rugalmas ütközés után kialakuló ferde hajítást a kocsi rendszerében! A hajítás t_2 ideje:



$$t_2 = \frac{2\upsilon_y}{g} = \sqrt{\frac{24\sqrt{3}}{7}\frac{L}{g}},$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{6\sqrt{3}}{25}}\ \mathrm{s} = 0{,}645\ \mathrm{s}.$$ **2 pont**

A hajítás d_2 távolsága:

$$d_2 = 2ut_2,$$ **2 pont**

$$d_2 = \frac{4u\upsilon_y}{g},$$

$$d_2 = \frac{8u^2 \mathrm{tg}\alpha}{g} = \frac{12}{7}L.$$ **1 pont**

$$d_1 = L\cos\alpha = \frac{1}{2}L.$$ **1 pont**

A kocsi keresett d hosszúsága:

$$\boxed{d = d_1 + d_2 = \frac{31}{14}L = 155\ \text{cm.}}$$ **1 pont**

b) A t_2 repülési időt már ismerjük. Számítsuk ki, hogy mennyi idő alatt csúszik le a test a lejtőn! Egyenletesen gyorsulva kezdősebesség nélkül, $2u$ végsebességgel a kocsihoz képest d_1 utat tesz meg. Így:

$$d_1 = \frac{2ut_1}{2},$$ **2 pont**

$$t_1 = \frac{d_1}{u} = \frac{L}{2u},$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{7\sqrt{3}}{6}\frac{L}{g}} = 0{,}376\ \text{s.}$$ **1 pont**

A folyamat lejátszódása alatt eltelt idő:

$$\boxed{t_ö = t_1 + t_2 = 1{,}02\ \text{s.}}$$ **1 pont**

Összesen: 20 pont

A 32. Mikola Sándor Fizikaverseny feladatainak megoldása
Döntő - Szakközépiskola 10. osztály
Pécs 2013

1. feladat:

a) Legyen a test tömege *m*, a csúszási súrlódási együttható μ, a második szakaszon megtett út s_2! Írjuk fel a munkatételt a mozgás két szakaszára!

$$E_{m2} - E_{m1} = -\mu mgs_1,$$ **3 pont**

$$0 - E_{m2} = -\mu mgs_2.$$ **3 pont**

Ezek osztásából:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{E_{\mathrm{m2}}}{E_{\mathrm{m2}} - E_{\mathrm{m1}}} = \frac{400\ \mathrm{J}}{500\ \mathrm{J}},$$

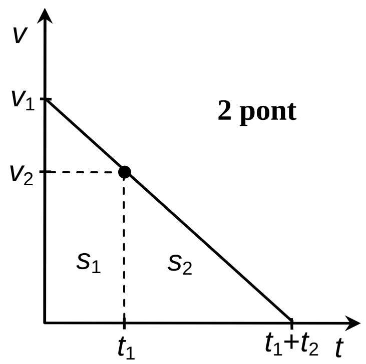
$$\boxed{\frac{s_2}{s_1} = 0{,}8.}$$ **2 pont**

b) Legyen a test sebessége kezdetben υ_1, az s_1 út megtétele után pedig υ_2! Határozzuk meg az arányukat!

$$\frac{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_2^2} = \frac{900\ \mathrm{J}}{400\ \mathrm{J}},$$

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{3}{2}.$$ **2 pont**

Tegyük fel, hogy a test még t_2 ideig mozog! Készítsük el a teljes mozgás sebesség-idő grafikonját!



2 pont

A területek alapján a megtett utak:

$$s_1 = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} t_1,$$ **2 pont**

$$s_2 = \frac{\upsilon_2}{2} t_2.$$ **2 pont**

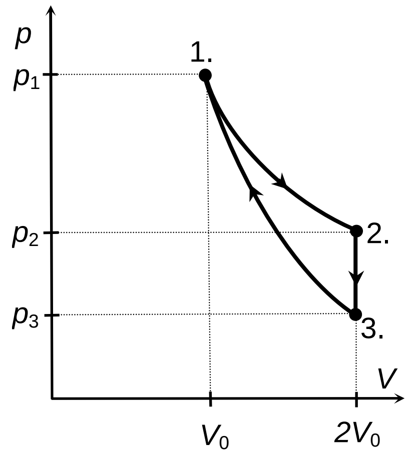
Ezek osztásából:

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{\upsilon_2 t_2}{(\upsilon_1 + \upsilon_2)t_1},$$ **2 pont**

$$\boxed{t_2 = \frac{s_2}{s_1}\left(1 + \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)t_1 = 0{,}8 \cdot \left(1 + \frac{3}{2}\right) \cdot 2\ \mathrm{s} = 4\ \mathrm{s}.}$$ **2 pont**

Összesen: 20 pont

2. feladat:



a) Legyen a gáz tömege *m*, térfogata az 1. állapotban V_0, a nyomások az 1., 2., és 3. állapotokban p_1, p_2, és p_3! Az 1.→ 2. folyamatban a hőmérséklet állandó, így a Boyle–Mariotte-törvényből:

$$p_1V_0 = p_2 \cdot 2V_0,$$

$$p_2 = \frac{p_1}{2}.$$ **1 pont**

A 3.→ 1. folyamatban $pV^2 = \text{állandó}$:

$$p_1V_0^2 = p_3 \cdot (2V_0)^2,$$

$$p_3 = \frac{p_1}{4}.$$ **2 pont**

Az izotermikus folyamat miatt:

$$\boxed{T_2 = T_0 = 500\ \text{K.}}$$ **1 pont**

Gay-Lussac II. törvényéből:

$$\frac{p_2}{T_0} = \frac{p_3}{T_3},$$

$$\boxed{T_3 = \frac{p_3}{p_2}T_0 = \frac{T_0}{2} = 250\ \text{K.}}$$ **1 pont**

A gáz tömege állandó:

$$m = \rho_0 V_0,$$

$$m = \rho_2 \cdot 2V_0.$$

A gáz sűrűsége a 2. állapotban:

$$\boxed{\rho_2 = \frac{\rho_0}{2} = 0{,}8\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.}$$ **1 pont**

A 2.→ 3. folyamatban térfogat állandó, tehát a sűrűség is:

$$\boxed{\rho_3 = \rho_2 = \frac{\rho_0}{2} = 0{,}8\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.}$$ **1 pont**

b) Vegyük fel a κ- *T* diagramon az egyes állapotokhoz tartozó értékeket! Vizsgáljuk meg, hogy milyen módon köthetjük össze a pontokat! Az 1.→ 2. folyamatban a hőmérséklet, a 2.→ 3. folyamatban a sűrűség állandó. A 3.→ 1. folyamatot kell alaposabban megvizsgálni! Itt a feltételből és az állapotegyenletből:

$$pV^2 = \text{állandó} = a,$$

$$pV = nRT.$$

Ezekből: $$VT = \text{állandó} = b,$$

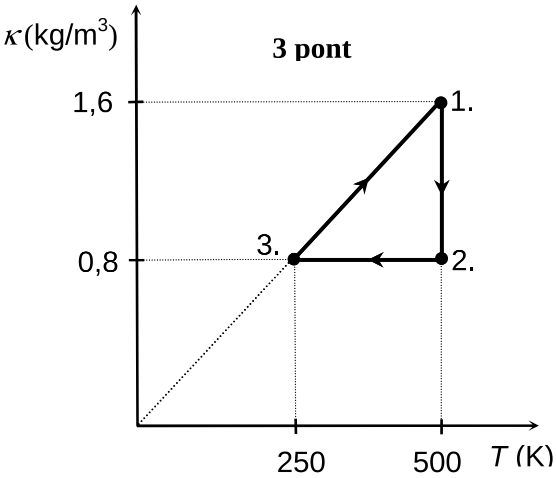
$$\frac{m}{\varrho}\cdot T = b,$$

$$\varrho = \frac{m}{b}T,$$

$$\varrho = cT, \text{ ahol } c = \text{állandó}.$$

Ebben a folyamatban a sűrűség egyenesen arányos a Kelvin-skálán mért hőmérséklettel.

3 pont



3 pont

c) Az egyenes arányosságot felhasználva:

$$\frac{\varrho_4}{T_4} = \frac{\varrho_3}{T_3}$$

$$\boxed{\varrho_4 = \frac{T_4}{T_3}\varrho_3 = 1{,}28\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.}$$

4 pont

A gáz hőmérséklete a körfolyamat során kétszer lesz 400 K. A másik ilyen hőmérsékletű állapot a 2.$\rightarrow$ 3. folyamatban következik be, ahol a sűrűség állandó.

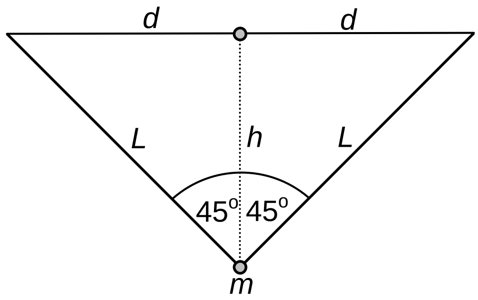
$$\boxed{\varrho_4^* = \varrho_3 = \varrho_2 = \frac{\varrho_0}{2} = 0{,}8\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.}$$

3 pont

Összesen: 20 pont

3. feladat:

a) Legyen a fonáldarabok hossza *L*, a csigák távolsága 2*d*, az *m* tömegű test elmozdulása *h*!



A munkatételből:

$$0-0=2Mg(L-d)-mgh.$$

Ebből: $$m=\frac{2(L-d)}{h}\cdot M.$$ **6 pont**

Minden távolságot *L*-lel kifejezve:

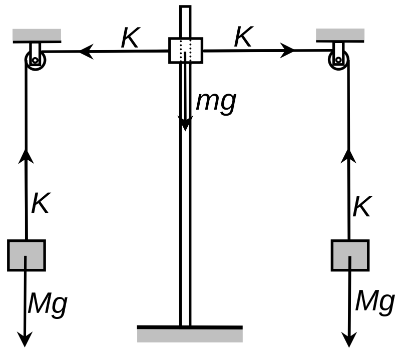
$$h=L\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}L,$$ **2 pont**

$$d=L\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}L.$$ **2 pont**

$$m=\frac{2\left(L-\frac{\sqrt{2}}{2}L\right)}{\frac{\sqrt{2}}{2}L}\cdot M.$$

$$\boxed{m=2\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot M=0{,}828\ \text{kg}.}$$ **2 pont**

b) A fonál vízszintes helyzetében az *m* tömegű testre felírt mozgásegyenletből:



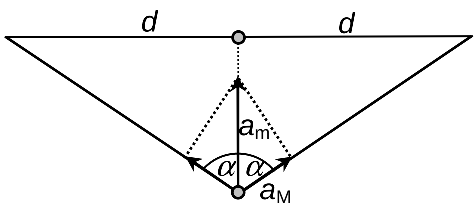
$$ma_{\mathrm{m}}=mg,$$

$$\boxed{a_{\mathrm{m}}=g=10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.}$$ **4 pont**

Keressünk kapcsolatot tetszőleges α szög esetén az *m* és *M* tömegű testek gyorsulásai között! Az ábra alapján:

$$a_{\mathrm{M}}=a_{\mathrm{m}}\cos\alpha.$$

A fonalak vízszintes helyzetében $\alpha=90^{\circ}$. Így ebben a pillanatban a *M* tömegű test gyorsulása:



$$\boxed{a_{\mathrm{M}}=a_{\mathrm{m}}\cos 90^{\circ}=0.}$$ **4 pont**

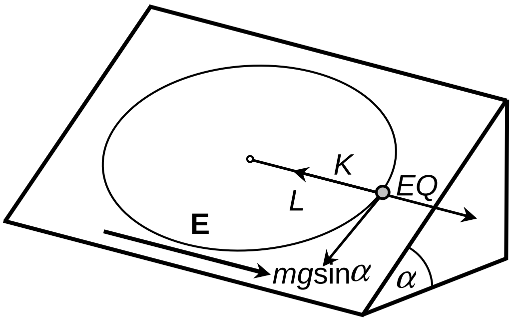
Ez azt is jelenti, hogy a fonálerő ebben a pillanatban:

$$K=Mg.$$

Összesen: 20 pont

4. feladat:

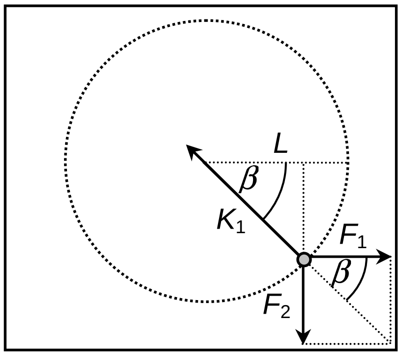
a) Induláskor $\upsilon_0 = 0$, így a sugár irányú gyorsulás, és a fonál irányú erők eredője is zérus. Érintő irányban felírva a dinamika alapegyenletét:



$$ma_é = mg\sin\alpha,$$

$$\boxed{a_é = g\sin\alpha = 5\sqrt{2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.}$$ **4 pont**

b) A vizsgált mozgás során a Q töltésű testre a lejtő síkjában a lejtő élével párhuzamos, $F_1 = EQ = \frac{\sqrt{2}}{2}mg$ nagyságú, és a lejtő élére merőleges, $F_2 = mg\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}mg$ nagyságú erő hat. Legyen a továbbiakban a papír síkja a lejtő síkja! Az elengedés után addig gyorsul a test, amíg a testre ható erők eredője fonál irányúvá nem válik. Legyen ekkor a fonál szögelfordulása β! A feltétel szerint:



$$tg\beta = \frac{F_2}{F_1} = 1,$$

$$\boxed{\beta = 45^\circ.}$$ **4 pont**

A maximális sebesség a munkatétel alapján számolható:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{\max}^2 = F_2 L\sin\beta - F_1 L(1-\cos\beta),$$ **2 pont**

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{\max}^2 = mgL\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right),$$

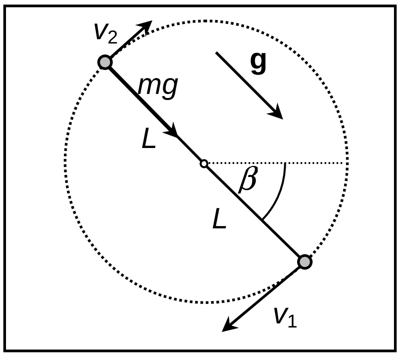
$$\boxed{\upsilon_{\max} = \sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)gL} = 2{,}16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$ **2 pont**

c) Egyensúlyi helyzetben is akkor lehet a test, ha a fonál irányú erők eredője zérus. Így az egyensúlyi helyzetben is

$$\boxed{\beta = 45^\circ.}$$ **2 pont**

A test éppen körbemegy a körpályán, ha a fonálerő legfeljebb az egyensúlyi helyzettel átellenesen lévő pontban tűnik el. A mozgás homogén erőtérben játszódik, ahol a lejtő síkjában a nehézségi és elektrosztatikus erők eredője:

$$\sum F_i = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = mg. \quad \textbf{2 pont}$$



Az eredő erő vektora pedig β szöget zár be a lejtő élével. Legyen a kérdéses indítási sebesség υ_1, az átellenes pontban pedig a sebesség υ_2! A dinamika alapegyenletét az átellenes pontban felírva:

$$m\frac{\upsilon_2^2}{L} = mg, \qquad \textbf{2 pont}$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{gL}.$$

A munkatételből υ_2 felhasználásával:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = -2mgL,$$

$$\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{5gL} = 6{,}32\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.}$$

2 pont

Összesen: 20 pont