32. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 9. évfolyam

G.9/1.

Adatok: s = 2 km, t = 5/6 h = 50 min

a) A strand és az otthon közti s utat kétféle módon tudjuk felírni.

A strand felé: $s = \upsilon_1 \cdot t_1$

Az otthon felé: $s = \upsilon_2 \cdot t_2$

Az s út kétféle kifejezését tegyük egyenlővé, valamint használjuk fel a két sebesség arányát!

$$\upsilon_1 \cdot t_1 = \upsilon_2 \cdot t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{2}{3}$$ **2 pont**

A t_1 és t_2 ismeretlenekre a következő két egyenlet írható fel:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2}{3}$$

$$t = t_1 + t_2$$ **1 pont**

Ezt az egyenletrendszert megoldva:

$$t_1 = \frac{1}{3}\ \text{h} = 20\ \text{min}\,,\quad t_2 = \frac{1}{2}\ \text{h} = 30\ \text{min}$$ **2 pont**

Ezekkel az időadatokkal már számolhatók a sebességek:

$$\underline{\upsilon_1 = \frac{s}{t_1} = 6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{5}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \qquad \underline{\upsilon_2 = \frac{s}{t_2} = 4\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{10}{9}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$ **2 pont**

b) Az átlagsebesség számolása: $\underline{\bar{\upsilon} = \frac{2 \cdot s}{t} = \frac{4\ \text{km}}{5/6\ \text{h}} = 4{,}8\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{4}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$ **1 pont**

c) Ha visszafelé is akkora sebességgel haladna, mint a strand felé, akkor a hazaérkezés időpontja: t_2 = 8 2/3 + 1/3 + 3 + 1/3 =12 1/3, azaz <u>12.20-kor érkezne haza Encsi</u>. **2 pont**

G.9/2.

Az első grafikon alapján a mozgás Δt = 1s ideig tartó, egyenletesen gyorsuló szakaszokból áll.
Az első szakaszon $\upsilon_{o1} = 0$, a továbbiakon $\upsilon_{oi} = \upsilon_{i-1}$, ahol υ_i az adott szakaszon a végsebesség.

Egy adott szakaszon a sebességváltozás $\Delta\upsilon_i = a_i \cdot \Delta t$ (rendre 2 m/s; 4 m/s; 6 m/s; 4 m/s; 2 m/s), tehát a végsebességek $\upsilon_i = \upsilon_{i-1} + \Delta\upsilon_i$ (rendre 2 m/s; 6 m/s; 12 m/s; 16 m/s; 18 m/s). **3 pont**

Az adott szakaszon az átlagsebesség $\bar{\upsilon}_i = \frac{\upsilon_{i-1} + \upsilon_i}{2}$ (rendre 1 m/s; 4 m/s; 9 m/s; 14 m/s; 17 m/s).

Az adott szakaszon megtett út: $s_i = \bar{\upsilon}_i \cdot \Delta t$ (rendre 1 m; 4 m; 9 m; 14 m; 17 m).

A teljes megtett út ezek összege, összesen <u>45 m</u>. **3 pont**

A második grafikon szerint a mozgás Δt = 1s ideig tartó, egyenletes mozgású szakaszokból áll.
A grafikon alatti terület adja a megtett utat. Ha az első konstans sebességérték υ_1, akkor a teljes út $s = \upsilon_1 \cdot 1 + 2\upsilon_1 \cdot 1 + 3\upsilon_1 \cdot 1 + 2\upsilon_1 \cdot 1 + \upsilon_1 \cdot 1 = 9\upsilon_1$, ami 45 m kell, hogy legyen.
Ennek alapján υ_1 = 5 m/s. **3 pont**

Tehát a grafikon függőleges beosztásaihoz 5 m/s, 10 m/s és 15 m/s értéket kell írni. **1 pont**

G.9/3.

a) Az indítást követően addig növekszik a testek távolsága, amíg a sebességük egyenlővé nem válik:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \quad \rightarrow \quad \upsilon_{01} - g \cdot t_1 = \upsilon_2 \quad \rightarrow \quad t_1 = 0{,}2\,\mathrm{s}$$ **2 pont**

$$d_{\max} = \left(\upsilon_{01} \cdot t_1 - \frac{g}{2} t_1^2\right) - \upsilon_2 \cdot t_1 \quad \rightarrow \quad d_{\max} = \underline{0{,}2\,\mathrm{m}}$$ **2 pont**

b) Ezután egészen addig közelednek egymáshoz, amíg találkoznak, (észre kell venni, hogy eközben még felfelé haladnak). A találkozásig megtett útjaik egyenlők:

$$s_1 = s_2 \quad \rightarrow \quad \upsilon_{01} \cdot t_2 - \frac{g}{2} \cdot t_2^2 = \upsilon_2 \cdot t_2 \quad \rightarrow \quad t_2 = \underline{0{,}4\,\mathrm{s}}$$ **2 pont**

(A feldobott test 1 másodpercig emelkedik, tehát a találkozás még az emelkedés közben jön létre.)

A találkozás a dobás helyétől számítva $s_2 = \upsilon_2 \cdot t_2 = \underline{3{,}2\,\mathrm{m}}$ magasságban történik. **1 pont**

c) A közeledés időtartama: $\Delta t_{közeledés} = t_2 - t_1 = \underline{0{,}2\,\mathrm{s}}$. **2 pont**

d) A feldobott test 2 s múlva ér vissza a kiindulási helyére.
Ekkor az egyenletesen mozgó test 16 m magasan lesz felette. **1 pont**

G.9/4.

Az ütközés során a lendület megmarad:

$$m\upsilon = (m + M)u_x$$ **3 pont**

A közös sebesség mindvégig állandó u_x vízszintes komponensének nagysága a repülés közben vízszintes irányba megtett útból és az esés idejéből meghatározható:

$$u_x = \frac{d}{t} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = d \cdot \sqrt{\frac{g}{2h}} = 0{,}89\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **5 pont**

Ezt a lendület-megmaradást kifejező egyenletbe beírva és abból υ-t kifejezve:

$$\upsilon = \frac{m + M}{m} u_x \approx \underline{100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$ **2 pont**

G.9/5.

a) A centripetális erő $F_{cp} = mr(2\pi \cdot f)^2 = 41{,}6\,\mathrm{N}$. Mivel a rugóerő csak $F_r = D \cdot \Delta l = 40\,\mathrm{N}$, így a tapadási súrlódási erőnek 1,6 N nagyságúnak kell lennie, és mindkettő a kör középpontja felé mutat. (Ez lehetséges, mivel kisebb a tapadási súrlódási erő 4,5 N nagyságú maximális értékénél.) **4 pont**

b) Megcsúszni akkor fog a test, ha már nem teljesül a következő feltétel:

$$D \cdot \Delta l - \mu_0 mg \le mr(2\pi \cdot f)^2 \le D \cdot \Delta l + \mu_0 mg$$ **4 pont**

Tehát akkor csúszik meg a test, ha $f < 2{,}45$ Hz vagy $f > 2{,}74$ Hz. **2 pont**

32. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 9. évfolyam

Sz.9/1.

Adatok: s = 2 km, t = 5/6 h = 50 min

a) A strand és az otthon közti s utat kétféle módon tudjuk felírni.

A strand felé: $s = v_1 \cdot t_1$

Az otthon felé: $s = v_2 \cdot t_2$

Az s út kétféle kifejezését tegyük egyenlővé, valamint használjuk fel a két sebesség arányát!

$$v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3}$$ **2 pont**

A t_1 és t_2 ismeretlenekre a következő két egyenlet írható fel:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{2}{3}$$

$$t = t_1 + t_2$$ **1 pont**

Ezt az egyenletrendszert megoldva:

$$t_1 = \frac{1}{3}\ \text{h} = 20\ \text{min}\,,\ t_2 = \frac{1}{2}\ \text{h} = 30\ \text{min}$$ **2 pont**

Ezekkel az időadatokkal már számolhatók a sebességek:

$$\underline{v_1 = \frac{s}{t_1} = 6\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{5}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \qquad \underline{v_2 = \frac{s}{t_2} = 4\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{10}{9}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$ **2 pont**

b) Az átlagsebesség számolása: $\underline{\bar{v} = \frac{2 \cdot s}{t} = \frac{4\ \text{km}}{5/6\ \text{h}} = 4{,}8\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{4}{3}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$ **1 pont**

c) Ha visszafelé is akkora sebességgel haladna, mint a strand felé, akkor a hazaérkezés időpontja:
t_2 = 8 2/3 + 1/3 + 3 + 1/3 =12 1/3, azaz <u>12.20-kor érkezne haza Encsi</u>. **2 pont**

Sz.9/2.

a) Az egyenletesen mozgó test az AB távolság felét $t_{1/2} = \frac{s}{2v}$ idő alatt teszi meg. Eközben a gyorsuló test is ugyanakkora utat fut be, tehát:

$$\frac{s}{2} = \frac{a}{2} t_1^2 = \frac{a}{2}\left(\frac{s}{2v}\right)^2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{4v^2}{a} = \underline{100\,\text{m}}$$ **5 pont**

b) Egyenletes mozgásnál $t_e = \frac{s}{v}$, gyorsuló mozgásnál $t_{gy} = \sqrt{\frac{2s}{a}}$, ezért $\frac{t_e}{t_{gy}} = \frac{s}{v}\sqrt{\frac{a}{2s}} = \underline{\sqrt{2}}$. **3 pont**

c) Találkozáskor a gyorsuló jármű sebessége $v_1 = a \cdot t_{1/2} = \underline{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$, érkezéskor $v_2 = a \cdot t_{gy} = \underline{28{,}28 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$.

2 pont

Sz.9/3.

a) A kocsi egyenletes mozgása miatt egy teljes nyolcas megtételéhez szükséges idő:

$$T=\frac{2\pi(r+R)}{\upsilon}=\frac{2\pi(4\,\mathrm{m}+6\,\mathrm{m})}{4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}=\underline{15{,}7\,\mathrm{s}}$$ **5 pont**

b) A kocsit körpályán tartó vízszintes kényszererő a nyolcas két különböző sugarú szakaszán:

$$K_1=\frac{m\upsilon^2}{R} \qquad \text{és} \qquad K_2=\frac{m\upsilon^2}{r}$$ **2 pont**

A két kényszererő aránya: $\underline{\frac{K_2}{K_1}=\frac{R}{r}=\frac{3}{2}}$ **3 pont**

Sz.9/4.

a) A busz fékútja: $s_b=\upsilon_{átl,b}\cdot\Delta t=\frac{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2}\cdot 2\,\mathrm{s}=10\,\mathrm{m}$. **2 pont**

A táska útja a talajhoz képest: $s_t=\upsilon_{átl,t}\cdot\Delta t=\frac{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}+2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2}\cdot 2\,\mathrm{s}=12\,\mathrm{m}$. **2 pont**

A táska elmozdulása a busz platójához viszonyítva: $\Delta s=s_t-s_b=\underline{2\,\mathrm{m}}$. **2 pont**

b) A táska gyorsulása a talajhoz viszonyítva: $a_t=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\frac{2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}-10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2\,\mathrm{s}}=-4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. **2 pont**

A táska lassulását a súrlódás okozza, ezért: $a_t=\frac{\sum F}{m}=\frac{-\mu mg}{m}=-\mu g \quad\rightarrow\quad \underline{\mu=0{,}4}$. **2 pont**

Sz.9/5.

Az ütközés során a lendület megmarad:

$$m\upsilon=(m+M)u_x$$ **3 pont**

A közös sebesség mindvégig állandó u_x vízszintes komponensének nagysága a repülés közben vízszintes irányba megtett útból és az esés idejéből meghatározható:

$$u_x=\frac{d}{t}=\frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}=d\cdot\sqrt{\frac{g}{2h}}=0{,}89\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$ **5 pont**

Ezt a lendület-megmaradást kifejező egyenletbe beírva és abból υ-t kifejezve:

$$\upsilon=\frac{m+M}{m}u_x\approx\underline{100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$ **2 pont**

32. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 10. évfolyam

G.10/1.

a) Az indítást követően addig növekszik a testek távolsága, amíg a sebességük egyenlővé nem válik:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \quad \rightarrow \quad \upsilon_{01} - g \cdot t_1 = \upsilon_2 \quad \rightarrow \quad t_1 = 0{,}2\,\mathrm{s}$$ **2 pont**

$$d_{\max} = \left(\upsilon_{01} \cdot t_1 - \frac{g}{2} t_1^2\right) - \upsilon_2 \cdot t_1 \quad \rightarrow \quad d_{\max} = \underline{0{,}2\,\mathrm{m}}$$ **2 pont**

b) Ezután egészen addig közelednek egymáshoz, amíg találkoznak, (észre kell venni, hogy eközben még felfelé haladnak). A találkozásig megtett útjaik egyenlők:

$$s_1 = s_2 \quad \rightarrow \quad \upsilon_{01} \cdot t_2 - \frac{g}{2} \cdot t_2^2 = \upsilon_2 \cdot t_2 \quad \rightarrow \quad t_2 = \underline{0{,}4\,\mathrm{s}}$$ **2 pont**

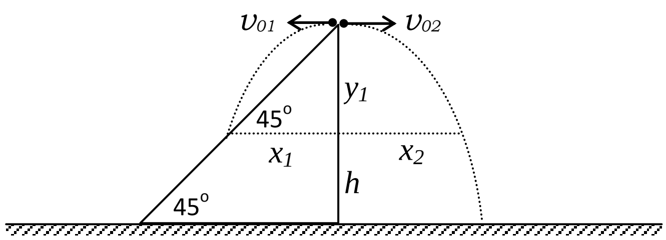
(A feldobott test 1 másodpercig emelkedik, tehát a találkozás még az emelkedés közben jön létre.)

A találkozás a dobás helyétől számítva $s_2 = \upsilon_2 \cdot t_2 = \underline{3{,}2\,\mathrm{m}}$ magasságban történik. **1 pont**

c) A közeledés időtartama: $\Delta t_{közeledés} = t_2 - t_1 = \underline{0{,}2\,\mathrm{s}}$. **2 pont**

d) A feldobott test 2 s múlva ér vissza a kiindulási helyére.
Ekkor az egyenletesen mozgó test <u>16 m magasan</u> lesz felette. **1 pont**

G.10/2.



a) A repülési idők: $t_2 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \underline{1\,\mathrm{s}}$ és $t_1 = \dfrac{t_2}{\sqrt{2}} = \underline{0{,}707\,\mathrm{s}}$. **2 pont**

Az első koppanásig a testek függőleges elmozdulása: $y_1 = \dfrac{g}{2} t_1^2 = 2{,}5\,\mathrm{m}$.

Mivel $x_1 = y_1$, ezért $\upsilon_{01} = \dfrac{x_1}{t_1} = \dfrac{y_1}{t_1} = \underline{3{,}54\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$. **3 pont**

b) Az első koppanáskor a testek egyforma magasságban vannak, és távolságuk 7,5 m, ezért:

$x_2 = 7{,}5\,\mathrm{m} - x_1 = 5\,\mathrm{m} \quad \rightarrow \quad \upsilon_{02} = \dfrac{x_2}{t_1} = \underline{7{,}07\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$. **3 pont**

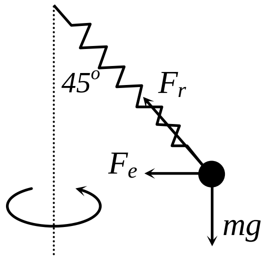
c) A vízszintes síkban koppanó test becsapódási sebessége: $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{02}^2 + (g t_2)^2} = \underline{12{,}25\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$. **2 pont**

G.10/3.

Az első esetben az egyensúly miatt: $\Delta l_1 = \dfrac{mg}{D} = 0{,}4\,\mathrm{m} \;\rightarrow\; l_0 = 0{,}6\,\mathrm{m}$. **2 pont**

A második esetben a 45°-os szög miatt:

$$(1)\ F_e = mg \qquad \text{és} \qquad (2)\ F_{r2} = \sqrt{2}mg$$ **1 pont**



(2) alapján: $\Delta l_2 = \sqrt{2}\Delta l_1 = 0{,}566\,\mathrm{m} \;\rightarrow\; l_2 = l_0 + \Delta l_2 = \underline{1{,}166\,\mathrm{m}}$ **2 pont**

A körmozgás dinamikai feltétele szerint:

$$(3)\ F_e = ma_{cp}$$ **1 pont**

(1) és (3) felhasználásával: $g = a_{cp} = \omega^2 r = 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot r \;\rightarrow\; f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{r}}$ **2 pont**

Mivel $r = \dfrac{\sqrt{2}}{2} l_2 = 0{,}824\,\mathrm{m}$, így $f = \underline{0{,}55\dfrac{1}{\mathrm{s}}}$. **2 pont**

G.10/4

a) Az m tömegű test $a = g\sin\alpha = 5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ gyorsulással, a $3m$ tömegű test $a = 5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ lassulással mozog a lejtőn.

A megtett utak: $s_1 = \upsilon_0 t_1 + \dfrac{a}{2}t_1^2$, $\quad s_2 = \upsilon_0 t_1 - \dfrac{a}{2}t_1^2$. **2 pont**

A találkozás pillanatában: $s = s_1 + s_2 = 2\upsilon_0 t_1 \;\rightarrow\; t_1 = \dfrac{s}{2\upsilon_0} = 0{,}2$ s.

A keresett sebességek: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + at_1 = \underline{5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$, $\quad \upsilon_2 = \upsilon_0 - at_1 = \underline{3\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$. **3 pont**

b) Határozzuk meg a testek ütközés utáni υ_k közös sebességét! A lendület-megmaradásból:

$$3m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = 4m\upsilon_\mathrm{k} \;\rightarrow\; \upsilon_\mathrm{k} = \frac{3\upsilon_2 - \upsilon_1}{4} = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$ **2 pont**

A testek az összetapadás után a lejtőn felfelé indulnak el.

Ekkor a lejtő aljától mért távolságuk: $s_2 = \dfrac{\upsilon_0 + \upsilon_2}{2} t_1 = 0{,}7$ m.

t idő múlva a lejtő aljától mért távolságuk: $s = s_2 + \upsilon_\mathrm{k} t - \dfrac{a}{2}t^2$.

Akkor érnek a lejtő aljára, amikor $s = 0$.

$$0 = s_2 + \upsilon_\mathrm{k} t_2 - \frac{a}{2}t_2^2 \;\rightarrow\; 2{,}5t_2^2 - t_2 - 0{,}7 = 0 \;\rightarrow\; t_2 = \frac{1+\sqrt{8}}{5}\ \text{s}.$$

A keresett t_0 idő: $t_0 = t_1 + t_2 = \dfrac{2 + 2\sqrt{2}}{5}$ s $\approx \underline{0{,}97\ \text{s.}}$ **3 pont**

G.10/5.

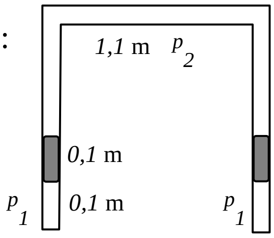
A cső kis keresztmetszete miatt az összekötő részben lévő levegő térfogata a kezdeti helyzetben egy A keresztmetszetű, 1,1 m hosszú oszlopként kezelhető. A levegő által összesen elfoglalt rész pedig minden helyzetben összesen 1,3 m hosszú.

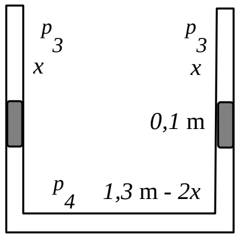
A higanyoszlopok hossza h = 0,1 m, a szárvégekbe zárt levegő nyomása p_1, az összekötő részben lévő levegőé p_2. A közöttük lévő összefüggések:

$$p_1 = p_2 + \rho g h \quad \text{és} \quad p_1 = 1{,}136 p_2 .$$ **2 pont**

Behelyettesítve és megoldva az egyenletrendszert:

$$p_2 = 10^5 \text{ Pa} \quad \text{és} \quad p_1 = 1{,}136 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$ **1 pont**

kezdeti: 

végső: 

Átfordítás után legyen a szárakban lévő levegőoszlop hossza x, nyomása p_3, az összekötő részben p_4. Az induló helyzethez hasonlóan:

$$p_4 = p_3 + \rho g h \qquad (1)$$ **1 pont**

A bezárt levegőrészekre érvényes Boyle-Mariotte törvénye:

$$p_1 \cdot A \cdot 0{,}1 = p_3 \cdot A \cdot x \qquad (2)$$ **1 pont**

$$p_2 \cdot A \cdot 1{,}1 = p_4 \cdot A \cdot (1{,}3 - 2x) \quad (3)$$ **1 pont**

A (2) egyenletből: $x = \dfrac{1{,}136 \cdot 10^4}{p_3}$

Ezt és (1)-et beírva (3)-ba: $p_2 \cdot A \cdot 1{,}1 = (p_3 + \rho g h) \cdot A \cdot \left(1{,}3 - 2 \cdot \dfrac{1{,}136 \cdot 10^4}{p_3}\right)$

Behelyettesítés és rendezés után: $1{,}3 \cdot p_3^2 - 1{,}15 \cdot 10^4 \cdot p_3 - 3{,}09 \cdot 10^8 = 0$ **2 pont**

Az egyenlet pozitív megoldása: p_3 = 91100 Pa

p_4 = 104710 Pa

A kérdezett arány tehát: $\dfrac{p_3}{p_4} = \underline{0{,}87}$. **2 pont**

Megjegyzés: Bár a feladat szövege a fenti számolást sugallja, mégis célszerűbb a nyomást higanycentiméterben számolni.

Ekkor $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{p_2 + 10}{p_2} = 1{,}136$, amiből p_2 = 73,5 Hgcm, illetve p_1 = 83,5 Hgcm.

Ha megfordítjuk a csövet, akkor az egyenletek így alakulnak:

$$835 = p_3 \cdot x$$

$$73{,}5 \cdot 110 = 8085 = p_4 \cdot (130 - 2x) = (p_3 + 10) \cdot (130 - 2x)$$

Az egyenletek megoldása: p_3 = 67 Hgcm és p_4 = 77 Hgcm, melyek aránya p_3/p_4 = $\underline{0{,}87}$.

A végeredmény ugyanaz, ám a részeredmények eltérőek (például 73,5 Hgcm ≠ 10^5 Pa). Ennek ellenére természetesen ez a megoldás is teljes értékű.

32. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 10. évfolyam

Sz.10/1.

Jelölje a sebességet a mezőn v, az aszfaltos úton $2v$.

a) A mezőn átvágva a szükséges idő: $t_1 = \frac{1000\,\text{m}}{v}$. **1 pont**

A másik esetben az aszfaltos úton megtett távolság Pithagorasz tétele alapján 600 m, így:

$$t_2 = \frac{600\,\text{m}}{2v} + \frac{800\,\text{m}}{v} = \frac{1100\,\text{m}}{v} > t_1 .$$

Tehát a rövidebb úton juthat el hamarabb a mólóhoz. **3 pont**

b) A mezőn átvágva az átlagsebesség $\overline{v_1} = v$.

A kerülő úton a teljes úthossz 1400 m, az átlagsebesség pedig $\overline{v_2} = \frac{1400\,\text{m}}{t_2} = \frac{1400\,\text{m}}{\frac{1100\,\text{m}}{v}} = \frac{14}{11}v$.

A két útvonal átlagsebességének aránya $\frac{\overline{v_2}}{\overline{v_1}} = \frac{14}{11} \approx 1{,}27$.

A hosszabb úton tehát nagyobb az átlagsebesség. **2 pont**

c) Jelölje k, hogy hányszor gyorsabban kellene haladni az aszfaltos úton. Csaba akkor tudja ugyanannyi idő alatt megtenni a hosszabb utat, ha az alábbi egyenlőség igaz:

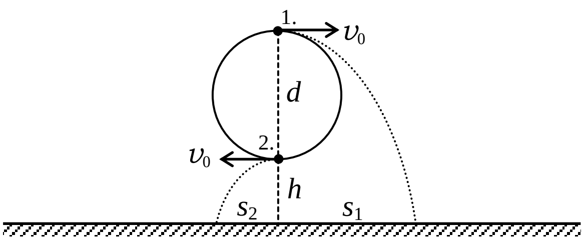
$$\frac{1000\,\text{m}}{v} = \frac{600\,\text{m}}{kv} + \frac{800\,\text{m}}{v}$$

Az egyenlőség megoldása k = 3, tehát háromszor nagyobb sebességgel kellene haladnia az aszfaltos úton.

4 pont

Sz.10/2.

Adatok: t_1 = 0,4 s, t_2 = 0,2 s.



a) A korong alja $h = \frac{g}{2}t_2^2 = 0{,}2\,\text{m}$ magasan van a talaj felett. **2 pont**

b) A legfelső pont magassága: $h + d = \frac{g}{2}t_1^2 = 0{,}8\,\text{m} \quad \rightarrow \quad d = 0{,}6\,\text{m}$ **2 pont**

A periódusidő $T = 2 \cdot 0{,}2\,\text{s} = 0{,}4\,\text{s}$, így a fordulatszám: $f = \frac{1}{T} = 2{,}5\frac{1}{\text{s}}$. **2 pont**

c) A kerületi sebesség (egyben a két vízszintes hajítás kezdősebessége):

$$\upsilon_0 = \frac{2r\pi}{T} = 4{,}71\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **2 pont**

A két gyurmadarab távolsága a talajra érkezéskor:

$$s = s_1 + s_2 = \upsilon_0 \cdot (t_1 + t_2) = \underline{2{,}83\,\text{m}}$$ **2 pont**

Sz.10/3.

Az elrugaszkodás után a macska υ és az első gördeszka u_1 nagyságú, talajhoz viszonyított sebességéből meghatározható kettőjük relatív sebessége:

$$\upsilon_{rel} = \upsilon + u_1$$ **2 pont**

A lendület-megmaradás alapján: $m\upsilon = Mu_1$ **2 pont**

Az egyenletrendszer megoldása: $u_1 = \dfrac{m}{m+M}\upsilon_{rel} = \underline{1{,}6\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}$

$$\upsilon = \upsilon_{rel} - u_1 = 2{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **2 pont**

A macska és a második gördeszka kölcsönhatására a lendületmegmaradás alapján:

$$m\upsilon = (m+M)u_2$$ **2 pont**

A második gördeszka és a macska közös sebessége az átugrás után:

$$u_2 = \frac{m}{m+M}\upsilon = 0{,}96\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **1 pont**

A két gördeszka távolodásának sebessége:

$$u = u_1 + u_2 = \underline{2{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$ **1 pont**

Sz.10/4.

a) A keresett hőmérsékleteket közvetlenül megkaphatjuk, ha a megfelelő térfogatokat beírjuk a hőmérséklet térfogat kapcsolatát leíró összefüggésbe:

$$T_1 = 4\cdot 10^5\,\frac{\text{K}}{\text{m}^3}\cdot 3\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 - 5\cdot 10^7\,\frac{\text{K}}{\text{m}^3}\cdot (3\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3)^2$$

$$T_1 = 1200\,\text{K} - 450\,\text{K} = \underline{750\,\text{K}}$$ **3 pont**

$$T_2 = 4\cdot 10^5\,\frac{\text{K}}{\text{m}^3}\cdot 5\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 - 5\cdot 10^7\,\frac{\text{K}}{\text{m}^3}\cdot (5\cdot 10^{-3}\,\text{m}^3)^2$$

$$T_2 = 2000\,\text{K} - 1250\,\text{K} = \underline{750\,\text{K}}$$ **2 pont**

b) A hőmérséklet a két esetben azonos, így alkalmazhatjuk a Boyle-Mariotte-törvényt:

$$p_1V_1 = p_2V_2$$ **3 pont**

Ebből a keresett nyomás:

$$p_2 = \frac{V_1}{V_2}\,p_1 = \frac{3\,\text{dm}^3}{5\,\text{dm}^3}\cdot 2\cdot 10^5\,\text{Pa} = \underline{1{,}2\cdot 10^5\,\text{Pa}}$$ **2 pont**

Sz.10/5.

Adatok: A = 100 cm^2, M = 1 kg, m = 0,5 kg, l_0 = 45 cm, l_1 = 36 cm.

a) A dugattyúval elzárt gázon izotermikus állapotváltozást hajtunk végre, igaz Boyle-Mariotte törvénye. A külső nyomást jelöljük p_k-val.

$$\left(p_k + \frac{Mg}{A}\right) \cdot Al_0 = \left(p_k + \frac{Mg}{A} + \frac{mg}{A}\right) \cdot Al_1$$ **4 pont**

Az egyenletet rendezve, p_k-t kifejezve:

$$p_k = \frac{(M+m)l_1 - Ml_0}{A \cdot (l_0 - l_1)} \cdot g = \underline{1000\ \text{Pa}}$$ **2 pont**

b) Írjuk fel a Boyle-Mariotte törvényt a következő állapotváltozásra is:

$$\left(p_k + \frac{Mg}{A} + \frac{mg}{A}\right) \cdot Al_1 = \left(p_k + \frac{Mg}{A} + \frac{2mg}{A}\right) \cdot Al_2$$ **2 pont**

Az elzárt levegőoszlop l_2 magassága:

$$l_2 = \frac{p_k + \frac{Mg}{A} + \frac{mg}{A}}{p_k + \frac{Mg}{A} + \frac{2mg}{A}} \cdot l_1 = \frac{5}{6} \cdot l_1 = \underline{30\ \text{cm}}$$ **2 pont**