XXXI. Mikola Sándor fizikaverseny 2012 Döntő Gyöngyös

9. évfolyam

Feladatmegoldások

Gimnázium

1. Egy autó mozgása két szakaszra bontható. Az első szakaszhoz tartozó átlagsebessége 96 km/h, a másodikhoz 150 km/h. A teljes útra vonatkozó átlagos sebesség 120 km/h.

Adjuk meg a két szakaszhoz tartozó utak arányát!

(Simon Péter)

Megoldás:

Adatok: v_1 = 96 km/h, v_2 = 150 km/h, $\bar{v}$ = 120 km/h.

Használjuk fel az átlagos sebesség fogalmát!

$$\bar{v} = \frac{\sum s}{\sum t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}}$$

$$\bar{v}\left(\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}\right) = s_1 + s_2$$

Vezessük be az $x = \frac{s_2}{s_1}$ jelölést!

$$\bar{v}\left(\frac{s_1}{v_1} + \frac{xs_1}{v_2}\right) = s_1 + xs_1$$

Az s_1-el való egyszerűsítés és a rendezés után:

$$\frac{1}{v_1} + \frac{x}{v_2} = \frac{1}{\bar{v}} + \frac{x}{\bar{v}}$$

$$x\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{\bar{v}}\right) = \frac{1}{\bar{v}} - \frac{1}{v_1}$$

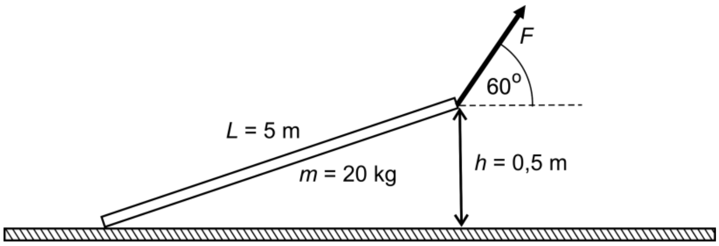
$$x = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{\bar{v} - v_1}{v_2 - \bar{v}} = \frac{150}{96} \cdot \frac{120 - 96}{150 - 120} = \frac{150}{96} \cdot \frac{24}{30} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{s_2}{s_1} = \mathbf{\frac{5}{4} = 1,25.}$$

2. Egy L = 5 m hosszú, m = 20 kg tömegű gerendát húzunk vízszintes talajon egyenletesen a vízszintessel $\alpha = 60^{\circ}$-os szöget bezáró irányú erővel az ábra szerint.

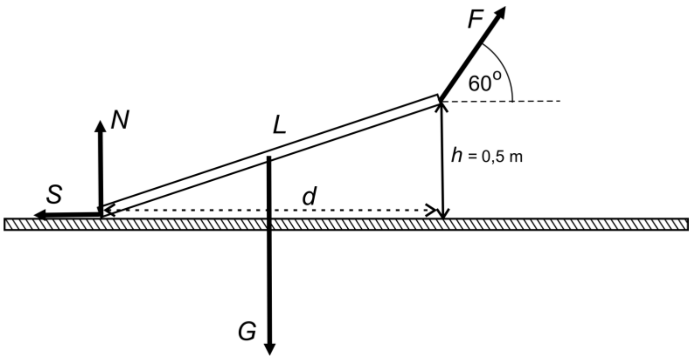
a) Mekkora erőt kell kifejtenünk?

b) Mekkora a talaj és a gerenda közötti csúszási súrlódási együttható?



(Szkladányi András)

Megoldás.



Az egyenletes mozgatás miatt a gerenda egyensúlyban van, ezért az erők és a forgatónyomatékok eredője is nulla.

A vízszintes erőkomponensekre: $F_x = S$, ahol $S = \mu N$ és $F_x = \frac{1}{2}F$

A függőleges erőkomponensekre: $F_y + N = G$, ahol $G = mg$ és $F_y = \frac{\sqrt{3}}{2}F$

A forgatónyomatékok egyensúlya a gerenda baloldali végpontjára:

$$G \cdot \frac{d}{2} + F_x \cdot h = F_y \cdot d \text{ , ahol } d = \sqrt{L^2 - h^2} = \sqrt{24,75}\text{ m}$$

a) Ez utóbbi egyenletből, behelyettesítések után, meghatározható a szükséges húzóerő:

$$mg \cdot \frac{d}{2} + \frac{1}{2}F \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{2}F \cdot d \quad \rightarrow \quad F = \frac{d}{\sqrt{3}d - h}mg \approx \mathbf{122{,}6\ N}$$

b) A súrlódási együttható az erőkomponensekre felírt egyenletekből határozható meg:

$$F_x = \mu \cdot \left(mg - F_y\right) \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{\frac{1}{2}F}{mg - \frac{\sqrt{3}}{2}F} \approx \mathbf{0{,}653}.$$

3. Egy m = 450 g-os focilabda elrúgáskor I_0 = 9 Ns nagyságú lendületet kapott, amelynek hatására h = 12,8 m magasra repült.

a) Milyen távol volt a labda pályájának csúcspontja a kirúgás helyétől?
b) Mekkora volt a labda legkisebb mozgási energiája mozgása során?
c) Mekkora volt a kezdeti lendület vízszintes és függőleges komponense?
d) Milyen irányban indult el a labda?
(A légellenállást hanyagoljuk el, számoljunk g = 10 m/s^2-tel!)

(Holics László)

Megoldás. m = 0,45 kg, I_0 = 9 Ns, h = 12,8 m, $E_{\text{kin}}(h)$ = ? d = ? I_{0x} = ? I_{0y} = ? α = ?

a) A kezdeti lendület nagyságából meghatározható a kezdeti sebesség nagysága:

$$I_0 = mv_0 \quad \rightarrow \; v_0 = \frac{I_0}{m} = \frac{9\,\text{Ns}}{0,45\ \text{kg}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A ferdén elhajított test mozgásának függőleges vetületére érvényes:

$$v_{0y} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 12,8\ \text{m}} = 16\frac{\text{m}}{\text{s}},$$

és a kezdősebesség vízszintes komponensének nagysága az eredő és a függőleges komponens segítségével adódik:

$$v_x = \sqrt{v_0^2 - v_x^2} = \sqrt{400\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 256\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \sqrt{144\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 12\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az emelkedés ideje a függőleges vetületi mozgásból:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 12,8\ \text{m}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1,6\ \text{s}.$$

Ennyi idő alatt a labda vízszintes irányban eljut:

$$s_x = v_{0x}t = 12\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 1,6\ \text{s} = 19,2\ \text{m}$$

távolra, éppen a pálya csúcspontjának a vízszintesre eső vetületéig. A pálya csúcsa az elrúgás helyétől tehát

$$d = \sqrt{h^2 + s_x^2} = \sqrt{12,8^2\text{m}^2 + 19,2^2\text{m}^2} = \mathbf{23,08\,m}$$

távolságban volt.

b) A labda mozgási energiája a pálya csúcspontján kizárólag a sebesség (mindenkori) x irányú vetületével adható meg, tehát ekkor minimális az értéke:

$$E_{\min} = \frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}\cdot 0,45\ \text{kg}\cdot 144\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \mathbf{32,4\ J.}$$

c) A kezdeti lendület vízszintes és függőleges komponensének nagysága:

$$I_{0x} = mv_x = 0,45\ \text{kg}\cdot 12\frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{5,4\ Ns,} \qquad I_{0y} = mv_{0y} = 0,45\ \text{kg}\cdot 16\frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{7,2Ns}.$$

d) Méretarányosan felrajzolva a kezdeti sebességek (vagy lendületek) értékeit egy koordinátarendszer origójában, a vektorösszeg megszerkesztése után szögmérővel lemérhető, hogy az elrúgás iránya a vízszintessel $\alpha \approx \mathbf{53°}$ fokos szöget zárt be.

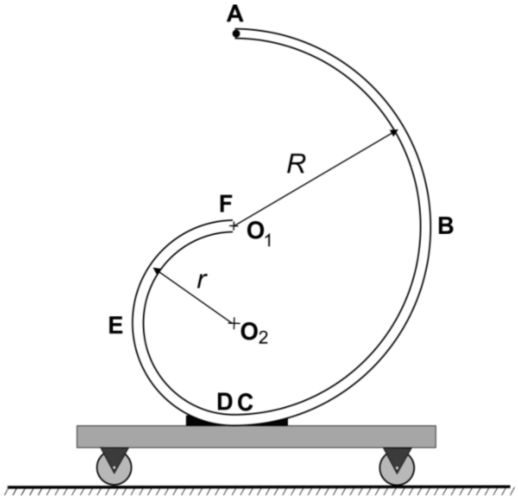
(Felnőtteknek: $a = \text{arctg}\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \text{arctg}\frac{16}{12} = \mathbf{53,13°}.$ **)**

4. Egy kiskocsira az ábrán látható módon két körívből álló merev cső van rögzítve. A kiskocsi össztömege a csővel együtt *M*. A csőbe a legfelső, *A* pontjában egy *m* tömegű kisméretű testet helyezünk és elengedjük. Ekkor a kis test a csőben labilis egyensúlyi helyzetéből elindul. A súrlódás és a kerekek tömege elhanyagolható.

a) Add meg a kocsi sebességét, amikor a test az A, B, C, D, E, F pontokon halad éppen keresztül!

b) Add meg a kocsi elmozdulását ezekben az esetekben!

A kiskocsi tömegközéppontja a golyó kezdeti helye alatt van. $M = 4$ kg, $m = 1$ kg. $R = 2r$ és $r = 3$ cm. (Számoljunk $g = 10$ m/s^2-tel!)



(Kiss Miklós)

Megoldás.

a) **Sebességek** (a testé: v, a kocsié: V). Mivel vízszintesen nincsenek külső erők, a tömegközéppont *x* koordinátája megmarad így a tömegközéppont vízszintes sebessége nulla.

A: $v_A = V_A = \mathbf{0}$.

B: A kocsi és a kis test vízszintes mozgásának szélső helyzetében van, azaz *vízszintes* sebességkomponensük 0. A kis test helyzeti energiájának csökkenése egyenlő a pillanatnyi mozgási energiájával (ui. a kezdősebessége 0 volt), tehát $v_B = \sqrt{2gR} = \sqrt{4gr} = \mathbf{1{,}1\,\frac{m}{s}}$. A test sebessége függőlegesen lefelé mutat. A kocsi sebessége tehát ekkor $V_B = \mathbf{0}$.

C: A tömegközéppont vízszintes sebességének megmaradása miatt:

$$mv_C = MV_C \quad \rightarrow \quad V_C = \frac{m}{M}v_C,,$$

illetve az energia-megmaradás alapján:

$$mg2R = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}MV_C^2.$$

Ezekből $v_C^2 = \dfrac{4gR}{1+\dfrac{m}{M}} \quad \rightarrow \quad v_C = \sqrt{\dfrac{4gR}{1+\dfrac{m}{M}}} = \mathbf{1{,}38\,\frac{m}{s}}$, és $V_C = \dfrac{m}{M}v_C = \dfrac{m}{M}\sqrt{\dfrac{4gR}{1+\dfrac{m}{M}}} = \mathbf{0{,}346\,\frac{m}{s}.}$

A test balra, a kocsi jobbra mozog.

D: A sebességek **ugyanakkorák mint C-ben**.

E: A testek ismét szélső helyzetükben vannak, ezért a kocsi éppen nem mozog, a kis test függőlegesen felfelé halad $v_E = \sqrt{2g(R+r)} = \sqrt{6gr} = \mathbf{1{,}34\,\frac{m}{s},}$ $V_E = \mathbf{0.}$

F: A tömegközéppont vízszintes sebességének megmaradása miatt itt is:

$$m\upsilon_\mathrm{F} = MV_\mathrm{F} \quad \rightarrow \quad V_\mathrm{F} = \frac{m}{M}\upsilon_\mathrm{F},$$

illetve az energia-megmaradás alapján:

$$mgR = \frac{1}{2}m\upsilon_\mathrm{F}^2 + \frac{1}{2}MV_\mathrm{F}^2$$

Ezekből $\upsilon_\mathrm{F}^2 = \dfrac{2gR}{1+\dfrac{m}{M}} \quad \rightarrow \quad \upsilon_\mathrm{F} = \sqrt{\dfrac{2gR}{1+\dfrac{m}{M}}} = \mathbf{0{,}98\,\dfrac{m}{s}}$, és $V_\mathrm{F} = \dfrac{m}{M}\upsilon_\mathrm{F} = \dfrac{m}{M}\sqrt{\dfrac{2gR}{1+\dfrac{m}{M}}} = \mathbf{0{,}245\,\dfrac{m}{s}}$.

A test jobbra, a kocsi balra mozog.

b) **Elmozdulások** (test: x, kocsi: X)

A: $x_\mathrm{A} = X_\mathrm{A} = \mathbf{0}$. $x_\mathrm{A} = X_\mathrm{A} = 0$

B: $x_\mathrm{B}m = X_\mathrm{B}M \quad \rightarrow \quad X_\mathrm{B} = \dfrac{m}{M}x_\mathrm{B}$, és $x_\mathrm{B} + X_\mathrm{B} = R$ ezekből:

$$x_\mathrm{B} = \frac{R}{1+\dfrac{m}{M}} = \frac{M}{m+M}R = \mathbf{4{,}8\,cm}, \quad \text{és} \quad X_\mathrm{B} = \frac{m}{M}x_\mathrm{B} = \frac{R}{1+\dfrac{M}{m}} = \frac{m}{m+M}R = \mathbf{1{,}2\,cm.}$$

A test jobbra, a kocsi balra mozdul.

C: $x_\mathrm{C} = X_\mathrm{C} = \mathbf{0}$.

D: $x_\mathrm{D} = X_\mathrm{D} = \mathbf{0}$.

E: $x_\mathrm{E}m = X_\mathrm{E}M \quad \rightarrow \quad X_\mathrm{E} = \dfrac{m}{M}x_\mathrm{E}$ és $x_\mathrm{E} + X_\mathrm{E} = r$ ezekből:

$$x_\mathrm{E} = \frac{r}{1+\dfrac{m}{M}} = \frac{M}{m+M}r = \mathbf{2{,}4\,cm,} \quad \text{és} \quad X_\mathrm{E} = \frac{m}{M}x_\mathrm{E} = \frac{r}{1+\dfrac{M}{m}} = \frac{m}{m+M}r = \mathbf{0{,}6\,cm.}$$

A test balra, a kocsi jobbra mozdul.

F: $x_\mathrm{F} = X_\mathrm{F} = \mathbf{0}$. $x_\mathrm{F} = X_\mathrm{F} = 0$

XXXI. Mikola Sándor fizikaverseny 2012 Döntő Gyöngyös

9. évfolyam

Feladatmegoldások

Szakközépiskola

1. A 20 m/s kezdősebességgel függőlegesen felfelé hajított petárda a hajítást követő 1 másod-perc múlva „felrobban”, azaz a gyors égés következtében két nagy sebességű részre szakad szét, majd ezután egyszerre érnek a talajra. A nagyobb, 6 dkg tömegű rész a hajítás helyétől 18 méterre ér földet.

a) Hol érdemes keresni a kisebb, 4 dkg tömegű részt?

b) Mekkora a robbanás során felszabaduló energia?

(Számoljunk g = 10 m/s^2-tel!)

(Simon Péter)

Megoldás:

Adatok: υ_0 = 20 m/s, t_1 = 1 s, m_1 = 4 dkg, m_2 = 6 dkg, x_2 = 18 m.

a) Mivel a két darab egyszerre ért földet, ebből az következik, hogy a robbanás nem változtatta meg sebességük függőleges komponensét.

A lendület-megmaradás törvény miatt a részek lendületeinek vízszintes irányú komponensei azonos nagyságúak, és ellentétes irányúak.

$$m_1\upsilon_{1x} = m_2\upsilon_{2x}$$

$$m_1\frac{x_1}{t_2} = m_2\frac{x_2}{t_2} \rightarrow x_1 = \frac{m_2}{m_1}x_2 = \frac{6\ \text{dkg}}{4\ \text{dkg}}\cdot 18\ \text{m} = \mathbf{27\ m.}$$

Tehát a másik darabot a megtalált darab helyét a fellövés helyével összekötő egyenesen a fellövés helyétől 27 m távolságra, annak túloldalán érdemes keresni, ui. a két darab mindvégig egy közös függőleges síkban mozgott.

b) A robbanás során felszabaduló energia megegyezik a rendszer mozgási energiájá-nak megváltozásával. Mivel sebességváltozás csak vízszintes irányban történt:

$$E_{\text{rob.}} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_{1x}^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_{2x}^2.$$

A tömegközéppont függőleges hajítási pályát fut be, a hajítás ideje (a részek mozgásának ideje is):

$$T_{\text{haj}} = \frac{2\upsilon_0}{g} = \frac{2\cdot 20\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4\ \text{s},$$

tehát a robbanás után a petárda darabjai még $t_2 = T_{\text{haj}} - t_1$ = 3 s-ig mozogtak. Így a vízszintes sebességkomponensük:

$$\upsilon_{1x} = \frac{x_1}{t_2} = \frac{27\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 9\ \text{m/s},$$

$$\upsilon_{2x} = \frac{x_2}{t_2} = \frac{18\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 6\ \text{m/s}.$$

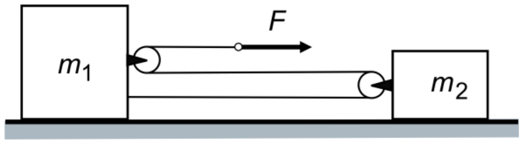
Az így kapott értékeket behelyettesítve:

$$E_{\text{rob.}} = \frac{1}{2} m_1 v_{1x}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2x}^2 = \frac{1}{2} 0,04\ \text{kg} \cdot \left(9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} 0,06\ \text{kg} \cdot \left(6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \mathbf{2,7\ J.}$$

2. Vízszintes felületen lévő, m_1 = 4 kg és m_2 = 2,5 kg tömegű testekhez elhanyagolható tömegű csigákat rögzítettünk, és az ábrán látható módon elhelyezett elhanyagolható tömegű fonállal a rendszert mozgatni kezdjük úgy, hogy a fonál végére vízszintes irányú, állandó F = 2,5 N erőt fejtünk ki. A súrlódás elhanyagolható.

a) Milyen gyorsulással mozognak a testek?

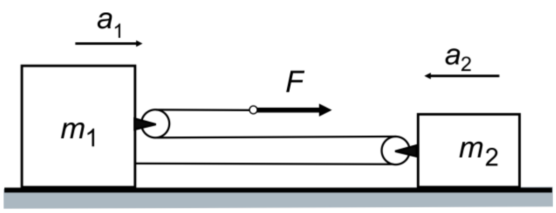
b) Mekkora a fonál azon végének gyorsulása, amelyre az F erőt kifejtjük?



(Kotek László)

Megoldás.

a) Legyen az m_1 tömegű test gyorsulása a_1, az m_2 tömegűé a_2 , a fonál végéé a_0!



Az ábra alapján látható, hogy az m_1 tömegű testre $3F$, az m_2 tömegű testre $2F$ nagyságú erő hat. Így a keresett gyorsulások:

$$a_1 = \frac{3F}{m_1} = \frac{3 \cdot 2,5\ \text{N}}{4\ \text{kg}} = \mathbf{1,875\ \frac{m}{s^2}},$$

$$a_2 = \frac{2F}{m_2} = \frac{2 \cdot 2,5\ \text{N}}{2,5\ \text{kg}} = \mathbf{2\ \frac{m}{s^2}}.$$

b) Mozdítsuk el gondolatban jobbra az m_1 tömegű testet d távolsággal úgy, hogy közben a m_2 tömegű test rögzített, és fonál továbbra is feszes maradjon! Ekkor a fonál vége $3d$ távolsággal mozdul el. Az m_2 tömegű testet hasonló feltételekkel balra mozgatva a fonál vége $2d$ távolsággal mozdul el. Ezeknek megfelelően a fonál végének gyorsulása könnyen számolható a testek ismert gyorsulásaiból:

$$a_0 = 3a_1 + 2a_2 = \mathbf{9,625\ \frac{m}{s^2}}.$$

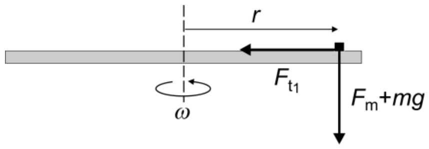
3. Vízszintes felületű, adott fordulatszámmal megforgatott vaskoronghoz felülről tapadó erős, kisméretű mágnes akkor még éppen nem csúszik meg, ha r távolságra van a forgástengelytől. Ha alulról helyezzük fel a korongra, abban az esetben fog még éppen tapadni az előbbi fordulatszám alkalmazásával, ha legfeljebb 0,5 r távolságra van a tengelytől. Ha a korongot a fent említett fordulatszámmal függőleges síkba forgatjuk, akkor a mágnest legfeljebb 0,2 r távol helyezhetjük el a forgástengelytől, ha azt akarjuk, hogy ne csússzon meg. Mekkora a tapadási súrlódási együttható a korong és a mágnes között?
(A közegellenállás elhanyagolható.)

(Suhajda János)

Megoldás.

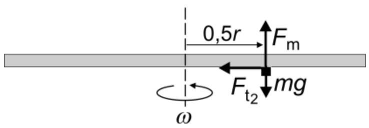
Az első és második esetben a fellépő tapadási erő maximuma adja a centripetális erőt. F_m-el jelöljük a mágnes vonzóerejét.

1. eset:



$$\mu(F_m + mg) = mr\omega^2 \qquad (1)$$

2. eset:



$$\mu(F_m - mg) = 0{,}5mr\omega^2 \qquad (2)$$

A fenti egyenletrendszert megoldjuk [(1) bal oldala kétszerese (2) bal oldalának]:

$$\mu(F_m + mg) = 2\mu(F_m - mg)$$

Azaz

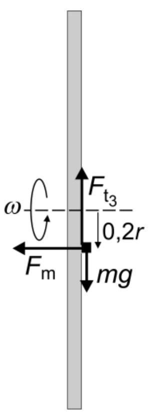
$$F_m + mg = 2F_m - 2mg,$$

innen

$$F_m = 3mg. \qquad (3)$$

Ez azt jelenti, hogy a mágneses vonzóerő háromszor nagyobb, mint a mágnes súlya.

3. eset: A körpálya legalsó pontjában lép fel a tapadási erő maximuma:



$$\mu 3mg - mg = 0{,}2mr\omega^2 \qquad (4)$$

(1) bal oldalának 0,2-szeresét (4) jobb oldalába írva:

$$\mu 3mg - mg = 0{,}2\mu(F_m + mg)$$

Figyelembe véve (3)-at:

$$\mu 3mg - mg = 0{,}2\mu(3mg + mg)$$

Rendezve az egyenletet:

$$\mu 3mg - mg = 0{,}8\mu mg$$

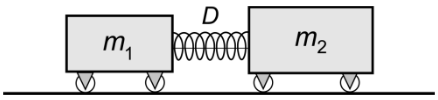
mg-vel egyszerűsítve:

$$3\mu - 1 = 0{,}8\mu,$$

ahonnan a tapadási súrlódási együttható értéke:

$$2{,}2\mu = 1 \quad \rightarrow \quad \mu = \mathbf{0{,}4545.}$$

4. Egy m_1 = 2 kg és egy m_2 = 3 kg tömegű könnyen gördülő kiskocsi közötti D = 240 N/m direkciós erejű csavarrugót vékony fonál tart megfeszítve. A rugó összenyomódása Δl = 15 cm. A két kocsi v = 2 m/s sebességgel halad. Mekkora sebességgel haladnak a kocsik a fonál elszakadása után?



(Holics László)

I. Megoldás

m_1 = 2 kg A munkatétel szerint

m_2 = 3 kg

D = 240 N/m
$$\frac{1}{2}D\cdot(\Delta l)^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\cdot v^2 \qquad (1)$$

Δl = 0,15 m A lendület megmaradásának tétele:

v = 2 m/s
$$(m_1+m_2)\cdot v = m_1u_1 + m_2u_2. \qquad (2)$$

Egyszerűség kedvéért az egyenletrendszert numerikusan oldjuk meg:

$$240\ \mathrm{Nm^{-1}}\cdot 0{,}15^2\ \mathrm{m^2} = 2\ \mathrm{kg}\cdot u_1^2 + 3\ \mathrm{kg}\cdot u_2^2 - 5\ \mathrm{kg}\cdot 4\ \mathrm{m^2s^{-2}} \qquad (1')$$

$$5\ \mathrm{kg}\cdot 2\ \mathrm{ms^{-1}} = 2\ \mathrm{kg}\cdot u_1 + 3\ \mathrm{kg}\cdot u_2 \qquad (2')$$

A dimenziókat elhagyva:

$$25{,}4 = 2\,u_1^2 + 3\,u_2^2$$

$$10 = 2\,u_1 + 3\,u_2$$

Az utóbbiból u_2 -t kifejezve:

$$u_2 = \frac{10-2u_1}{3},$$

amit az első egyenletbe írva:

$$25{,}4 = 2u_1^2 + 3\frac{(10-2u_1)^2}{9},$$

a műveleteket elvégezve:

$$76{,}2 = 6u_1^2 + 100 - 40u_1 + 4u_1^2,$$

átrendezve:

$$10u_1^2 - 40u_1 + 23{,}8 = 0.$$

A vegyes másodfokú egyenlet két megoldása:

$$u_1 = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 4\cdot 10\cdot 23{,}8}}{20} = \begin{cases} \textbf{3,273 m/s} \\ \textbf{0,727 m/s} \end{cases}$$

és u_2 összetartozó értékei:

$$u_2 \begin{cases} (10 - 2\cdot 3{,}273)/3 = \textbf{1,15 m/s} \\ (10 - 2\cdot 0{,}727)/3 = \textbf{2,848 m/s} \end{cases}$$

Az (u_1 = 3,272 m/s; u_2 = 1,15 m/s) értékpár annak felel meg, amikor a kezdeti sebesség az m_1 tömegű kiskocsi felé mutat, vagyis az megy elöl, az (u_1 = 0,727 m/s; u_2 = 2,848 m/s) értékpár pedig annak, amikor az m_2 tömegű kocsi halad elöl. (L. a II. megoldást!)

II. Megoldás

Számoljunk tömegközépponti rendszerben! Ekkor egyenleteink:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \qquad \rightarrow \qquad v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1,$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} D(\Delta l)^2$$

v_2 értékét az energiaegyenletbe írva:

$$m_1 v_1^2 + m_2 \frac{m_1^2}{m_2^2} v_1^2 = D(\Delta l)^2,$$

innen

$$v_1 = \Delta l \sqrt{\frac{m_2}{(m_1 + m_2) m_1} D} = 0{,}15\ \text{m} \sqrt{\frac{3\ \text{kg}}{5\ \text{kg} \cdot 2\ \text{kg}} 240\ \text{N/m}} = 1{,}273\ \text{m/s}$$

$$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1 = -\frac{2}{3} \cdot 1{,}273\ \text{m/s} = -0{,}848\ \text{m/s}$$

A talaj koordinátarendszerében a megfelelő sebességek $u_1 = c + v_1$ és $u_2 = c + v_2$.

Ha a két kocsi kezdetben $v = c$ sebességgel úgy haladt, hogy az m_1 tömegű kocsi volt elöl, akkor a kölcsönhatás utáni sebességek (c irányát véve pozitívnak):

$$u_1 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}} + 1{,}273\frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{3{,}274\ \frac{m}{s}}$$

$$u_2 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}} - 0{,}848\frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{1{,}152\ \frac{m}{s}}.$$

Ha az m_2 tömegű kocsi haladt elöl (és c iránya ismét pozitív, azaz v_1 és v_2 előjelet vált):

$$u_1' = 2\frac{\text{m}}{\text{s}} - 1{,}273\frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{0{,}727\ \frac{m}{s}}$$

$$u_2' = 2\frac{\text{m}}{\text{s}} + 0{,}848\frac{\text{m}}{\text{s}} = \mathbf{2{,}848\ \frac{m}{s}}.$$