Gimnázium 9. évfolyam

1. Egyik végén rögzített, függőleges helyzetű, vékony, nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű kötél végére 0,5 kg tömegű testet rögzítünk, majd a testhez rögzített fonál segítségével vízszintes irányú erővel ebből a függőleges helyzetből 45°-os helyzetben kitérítve tartjuk.

a) Mekkora ez az erő, és mekkora erő ébred a felfüggesztő kötélben?

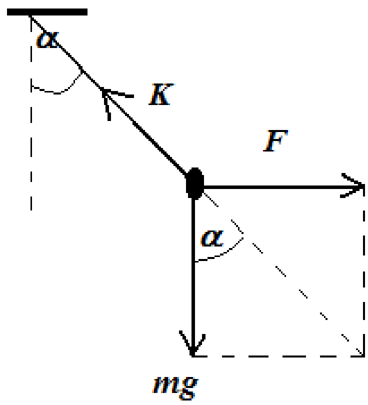
b) A vízszintes irányú erő megszüntetésének pillanatában hogyan változik a kötélerő?

c) Mekkora, és milyen irányú a test induló gyorsulása?

(Dudics Pál, Debrecen)

Megoldás:

a) Mivel $\alpha = 45^\circ \Rightarrow F = mg = 5$ N, $K = \sqrt{2} \cdot mg = 7{,}07$ N



b) Ha megszűnik az F erő, a test kezdősebesség nélkül indul el a köríven. Ekkor a_{cp} = 0 m/s$^2 \Rightarrow$ a kötélirányú erők eredője nulla!

Így $K' = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot mg = 3{,}54$ N.

A kötélerő változása: - 3,54 N.

c) A test induló gyorsulásáért az mg érintő irányú komponense felelős:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} mg = ma \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2} g = 7{,}07 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2. Közös pontban rögzített, könnyű, hajlékony, 50 cm hosszúságú fonalak másik végéhez m, illetve $M > m$ tömegű, pontszerű testeket erősítünk. A két testet, a fonalakat feszesen tartva, ellentétes irányban vízszintes helyzetig kitérítjük, majd kezdősebesség nélkül egyszerre elengedjük. A testek ezután közös függőleges síkban mozogva teljesen rugalmasan és pillanatszerűen ütköznek. Milyen tömegarány esetén fordul teljesen körbe az m tömegű test az ütközés után?

(Szkladányi András, Baja)

Megoldás:

Ahhoz, hogy az m tömegű test az ütközés után teljesen átforduljon, a körpálya tetőpontján teljesülnie kell a körmozgás dinamikai feltételének:

$$m\frac{v^2}{l} = mg + K \ .$$

Ha a K fonálerő zérus:

$$v = \sqrt{gl} = \sqrt{5} \text{ m/s.}$$

Az m tömegű test ütközés utáni sebességét az energia-megmaradás törvénye alapján kapjuk:

$$\frac{1}{2}mu^2 = mg \cdot 2l + \frac{1}{2}mv^2 ,$$

$$u = \sqrt{5gl} = 5 \text{ m/s.}$$

A testek egyforma, ütközés előtti sebességét szintén az energia-megmaradás törvénye alapján kapjuk:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg \cdot l \ ,$$

$$v_0 = \sqrt{2gl} = \sqrt{2}\cdot v = \sqrt{10}\ \text{m/s}.$$

A két test, pályájuk legalsó pontján v_0 sebességgel ütközik egymásnak. Válasszuk az M tömegű test haladási irányát pozitívnak. A teljesen rugalmas ütközés során megmarad a lendület és a mozgási energia. Az eddigi eredményeket is felhasználva és figyelembe véve, hogy az m tömegű test az ütközés után visszapattan:

$$\sqrt{10}M - \sqrt{10}m = Mw + 5m\,,$$

$$M\cdot 10 + m\cdot 10 = M\cdot w^2 + m\cdot 25\,.$$

Osztva az egyenleteket m-mel, rendezve és kiemelve:

$$\frac{M}{m}\left(\sqrt{10} - w\right) = \sqrt{10} + 5\,,$$

$$\frac{M}{m}\left(10 - w^2\right) = 15\,.$$

A második egyenletet osztva az elsővel és azonosság alkalmazásával:

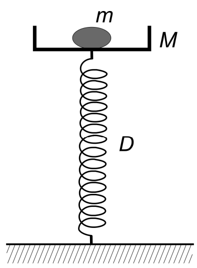
$$w + \sqrt{10} = \frac{15}{5+\sqrt{10}}\,.$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$w = \left(5 - 2\sqrt{10}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -1{,}32\ \frac{\text{m}}{\text{s}} < 0$ (tehát az M tömegű test is visszapattan), és

$$\frac{M}{m} = \frac{4\cdot\sqrt{10}+11}{13} \approx 1{,}82\,.$$

3. Az ábrán lévő húzó-nyomó rugó direkciós ereje D = 100 N/m, a tálca tömege M = 0,2 kg, a kavics tömege m = 0,1 kg. A rugó nyújtatlan hossza l_0 = 0,5 m.



a) A rendszer egyensúlyi helyzetében mekkora a rugó Δl_0 összenyomódása?
b) Az összenyomódás nagyságát megháromszorozzuk, majd a rendszert magára hagyjuk. Mekkora lesz a kavics legnagyobb sebessége?
c) Mekkora a rugó deformációja, amikor a kavics elválik a tálcától?

(Simon Péter, Pécs)

Megoldás: Adatok: $D = 100$ N/m, M = 0,2 kg, m = 0,1 kg, l_0 = 0,5, g = 10 m/s^2.

a)

Az (M + m) tömegű test egyensúlyban van, melynek feltétele:

$$D\Delta l_0 = (M+m)g \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{(M+m)g}{D} = \frac{(0{,}2\ \text{kg} + 0{,}1\ \text{kg})\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{100\ \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0{,}03\ \text{m}\,,$$

$$\Delta l_0 = 0{,}03\ \text{m}\,.$$

b)

Az (M+m) tömegű test $3\Delta l_0$ összenyomódású helyzetből indul. Egészen a Δl_0 összenyomódással jellemzett helyzetig nő a sebessége, itt válik nullává a gyorsulás.

Itt a legnagyobb az (M+m) tömegű test közös sebessége, melynek meghatározásához használjuk az energia-megmaradás törvényét:

$$\frac{1}{2}D(3\Delta l_0)^2 = \frac{1}{2}D\Delta l_0^2 + (M+m)g(2\Delta l_0) + \frac{1}{2}(M+m)v^2,$$

$$4D\Delta l_0^2 = (M+m)g(2\Delta l_0) + \frac{1}{2}(M+m)v^2.$$

Az egyenlet baloldalán az egyik Δl_0 helyett írjunk $\frac{(M+m)g}{D}$-t.

$$\text{Tehát: } 4D\frac{(M+m)g}{D}\Delta l_0 = (M+m)g(2\Delta l_0) + \frac{1}{2}(M+m)v^2.$$

Az egyszerűsítések és a rendezés után:

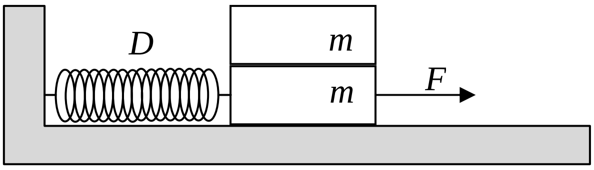
$$4g\Delta l_0 = 2g\Delta l_0 + \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow v = \sqrt{4g\Delta l_0} = 2\sqrt{g\Delta l_0} \approx 1{,}095\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

c)
Az *m* tömegű kavics akkor válik el a tálcától, amikor a rugó megnyúlása/összenyomódása egy pillanatra nullára csökken.

4. Az ábra szerinti elrendezésben a rugó kezdetben nyújtatlan, rugóállandója D = 50 N/m, a hasábok tömege m = 0,5 kg. A két test, illetve az alsó test és a talaj között a csúszási és a tapadási súrlódási együttható értéke is μ = 0,5.

a) Az alsó hasábot lassan, egyenletesen jobbra húzzuk. Ábrázoljuk a mozgatáshoz szükséges F húzóerőt az x elmozdulás függvényében a $0 \le x \le 30$ cm intervallumban!

b) Ezután a rendszer nyugalmi helyzetében az alsó testet elengedjük. Ábrázoljuk a fenti intervallumban a meginduló testek kezdeti gyorsulását x függvényében abban a pillanatban, amikor az alsó testre ható erő megszűnik! (Azaz a rendszert nyugalmi helyzetből, különböző távolságokból engedjük el az adott intervallumon belül.)

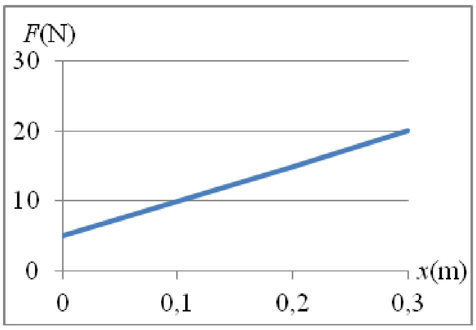


(Szkladányi András, Baja)

Megoldás:

a) Lassú, egyenletes mozgatás során a hasábok nem csúsznak meg egymáson. A mozgatáshoz szükséges F erő egyenlő az alsó test és a talaj közötti súrlódási erő és a rugó által kifejtett erő összegével (ahol x méterben értendő):

$$F(x) = Dx + 2\mu mg = 50\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot x + 5\ \text{N}$$



b) Az alsó hasáb elengedése pillanatában x értékétől függően a testek vagy nyugalomban maradnak, vagy gyorsulva megindulnak. A testek nem gyorsulnak, amíg:

$$Dx \le 2\mu mg \text{, tehát ha}$$

$$x \le \frac{2\mu mg}{D} = x_1 = 0{,}1 \text{ m} .$$

Ha $x > x_1$, akkor a testek gyorsulni kezdenek az F erő megszüntetésekor. Két eset lehetséges: a testek együtt gyorsulnak, vagy a felső gyorsulása kisebb, tehát csúszik az alsón.

1. Az első esetben a közös gyorsulás:

$$a_1(x) = a_2(x) = \frac{Dx - 2\mu mg}{2m} = 50\ \frac{1}{\text{s}^2} \cdot \text{x} - 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} .$$

A felső hasábot a két test között fellépő tapadási súrlódási erő gyorsítja, ezért a testek akkor gyorsulnak együtt, ha

$$ma_2(x) \le \mu mg \text{, azaz } a_2(x) = \frac{Dx - 2\mu mg}{2m} \le \mu g .$$

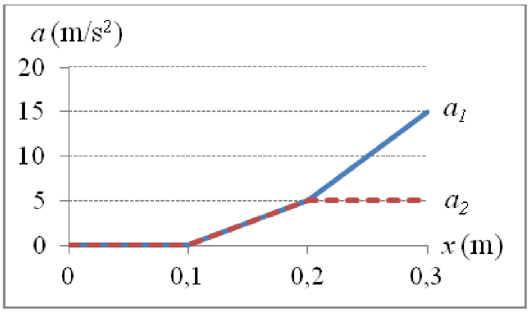
Az egyenlőtlenséget megoldva:

$$x \le \frac{4\mu mg}{D} = x_2 = 0{,}2 \text{ m} .$$

Az első feltételt is figyelembe véve, ez az eset akkor valósul meg, ha $0{,}1 \text{ m} \le \text{x} \le 0{,}2 \text{ m}$.

2. Ha $0{,}2 \text{ m} \le \text{x} \le 0{,}3 \text{ m}$, akkor a felső hasáb lemarad az alsóhoz képest, a testek csúsznak egymáson. Ekkor a gyorsulások:

$$a_1(x) = \frac{Dx - 3\mu mg}{m} = 100\ \frac{1}{\text{s}^2} \cdot \text{x} - 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},\quad a_2(x) = \frac{\mu mg}{m} = \mu g = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} .$$



Szakközépiskola 9. évfolyam

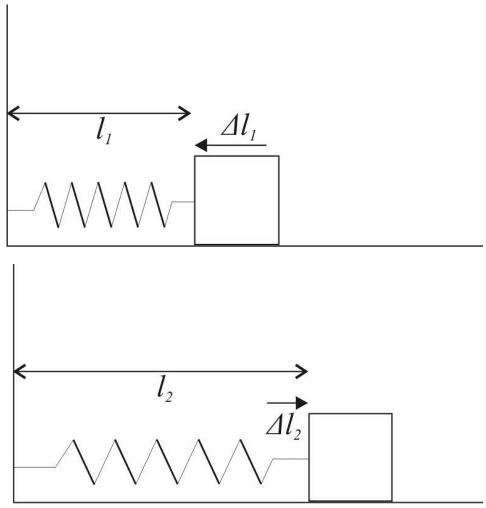
1. Vízszintes talajon nyugszik egy 0,1 kg tömegű test a faltól 20 cm távolságra. A testet egy 20 N/m rugóállandójú nyújtatlan rugó köti a falhoz. Ezután a testet a falra merőlegesen a fal felé toljuk 8 cm-rel, majd elengedjük. Az elengedés után a test először akkor áll meg, amikor a faltól 26 cm távolra kerül. Mekkora a test és a talaj közötti csúszási súrlódási együttható?

(Csányi Sándor, Szeged)

Megoldás:

Alkalmazzuk a munkatételt!

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{r10} + W_{r02} + W_{s12}$$



Ahol a W_{r10} a rugóerő munkája, miközben a test az 1-es (kezdő)állapotból a nyújtatlan állapotba jut, míg a W_{r02} szintén a rugóerő munkája azzal a különbséggel, hogy azt a nyugalmi állapotból a 2-es szélsőhelyzetbe való jutás során végzi. A Ws_{12} a súrlódási erő munkája.

$$W_{r10} = +\frac{1}{2}D(\Delta l_1)^2$$

$$W_{r02} = -\frac{1}{2}D(\Delta l_2)^2$$

Mivel a szélsőhelyzetekben a test pillanatnyi sebességeinek értéke 0, ezért a mozgási energiák értéke is 0.

$$0 = +\frac{1}{2}D(\Delta l_1)^2 - \frac{1}{2}D(\Delta l_2)^2 - \mu mg(\Delta l_1 + \Delta l_2)$$

Innen a csúszási súrlódási együttható:

$$\mu = \frac{\frac{1}{2}D(\Delta l_1)^2 - \frac{1}{2}D(\Delta l_2)^2}{mg(\Delta l_1 + \Delta l_2)} = \frac{10\frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot(0{,}08\ \text{m})^2 - 10\frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot(0{,}06\ \text{m})^2}{0{,}1\text{kg}\cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}(0{,}14\ \text{m})} = \frac{0{,}064\ \text{Nm} - 0{,}036\ \text{Nm}}{0{,}14\ \text{Nm}} = 0{,}2$$

2. Egyik végén rögzített, függőleges helyzetű, vékony, nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű kötél végére 0,5 kg tömegű testet rögzítünk, majd a testhez rögzített fonál segítségével vízszintes irányú erővel ebből a függőleges helyzetből 45°-os helyzetben kitérítve tartjuk.

a) Mekkora ez az erő, és mekkora erő ébred a felfüggesztő kötélben?

b) A vízszintes irányú erő megszüntetésének pillanatában hogyan változik a kötélerő?

c) Mekkora és milyen irányú a test induló gyorsulása?

(Dudics Pál, Debrecen)

Megoldás: Lásd Gimnázium 9. évfolyam 1. feladat

3. Az „A” jelű test körpályán, egyenletesen mozog. Egy tetszőleges időpontban mért sebességvektora és később mért gyorsulásvektora közötti szög 2 másodperc alatt éri el először a 150°-os szöget. Az „A” test mennyi idő múlva „körözi le” az ugyancsak egyenletes körmozgást végző „B” testet, ha egy helyről indulnak, ugyanazon a pályán haladnak, azonban „B” gyorsulásának a nagysága feleakkora, mint „A”-nak?

(Kirsch Éva, Debrecen)

Megoldás:

Az ugyanazon pillanatbeli gyorsulás és sebesség merőleges egymásra, és mindegyik a körmozgás szögsebességével fordul. Tehát a későbbi gyorsulás a kezdeti sebességgel 150°–ot

60^o-os elfordulás után zár be. Ebből az „A” testre vonatkozó körüljárási idő T = 12 s, a szögsebesség $\omega_A = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}5236\ \frac{1}{s}$.

A „B” test gyorsulása akkor fele az „A” test gyorsulásának ugyanazon a körpályán, ha a szögsebessége $\sqrt{2}$-ed része az „A” szögsebességének, azaz

$$\omega_B = \frac{\pi}{6\sqrt{2}} \approx 0{,}37\ \frac{1}{s}.$$

A lekörözés 2π szögelfordulási különbséget jelent:

$$\omega_A \cdot t - \omega_B \cdot t = 2\pi$$

$$\frac{\pi}{6}\mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{t} - \frac{\pi}{6\sqrt{2}}\mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{t} = 2\pi, \text{ amiből} \quad t = 40{,}97 \text{ s}.$$

Tehát t **≈ 41 s** múlva körözi le „A” test a „B” testet.

4. Egy 2 m hosszú fonálból ejtőzsinórt készítünk. Ehhez 5 csavaranyát kötünk a fonálra úgy, hogy mindkét végére is erősítünk ezekből egyet-egyet. A jól elkészített ejtőzsinórral a következő kísérletet végezhetjük el: az egyik végén lévő csavart felemeljük úgy, hogy az ejtőzsinór függőlegesen lógjon, az alsó végén lévő csavaranya pedig éppen a padlón legyen. A felső csavart elengedve a nehezékek azonos időközönként koppannak a padlón, így összesen négy koppanást hallunk. (Azt is tudjuk, hogy a nehezékek rögzítésére 2-2 cm „elhasználódik” a fonálból).

a) Hány centiméterre van egymástól a két legfölső csavaranya az elengedés előtt?

b) Milyen időközönként halljuk a koppanásokat?

(Mező Tamás, Szeged)

Megoldás:

a) A teljes madzag-hosszból ötször 2 centimétert le kell vonni (ez a kötésekre használódik el). A fennmaradó 190 cm-t kell a Galilei-féle megfigyelés szerint 1:3:5:7 arányban négy részre osztani. Így a két legfölső nehezék közötti távolság (a negyedik rész):

$$s_4 = \frac{s_{összes}}{16} \cdot 7 = \frac{190 \text{ cm}}{16} \cdot 7 \approx 83{,}1 \text{ cm}.$$

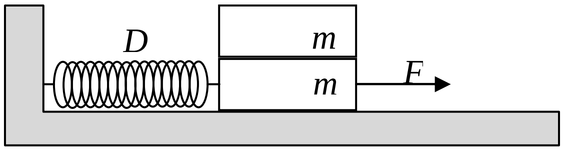
b) A koppanások közötti időtartamot legegyszerűbben az elengedéstől az első koppanásig megtett út alapján számíthatjuk:

$$s_1 = \frac{s_{összes}}{16} = \frac{190 \text{ cm}}{16} \approx 11{,}9 \text{ cm},$$

$$s_1 = \frac{g}{2} \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_1}{g}} = 0{,}11 \text{ s}.$$

(Ha a nehézségi gyorsulás számértékét 10-re kerekítve használja, akkor is 0,109 másodpercet kap eredményül…)

Gimnázium 10. évfolyam



1. Az ábra szerinti elrendezésben a rugó kezdetben nyújtatlan, rugóállandója D = 50 N/m, a hasábok tömege m = 0,5 kg. A két test, illetve az alsó test és a talaj között a csúszási és a tapadási súrlódási együttható értéke is μ = 0,5.

a) Az alsó hasábot lassan, egyenletesen jobbra húzzuk. Ábrázolja a mozgatáshoz szükséges F húzóerőt az x elmozdulás függvényében a $0 \le x \le 30$ cm intervallumban!

b) Ezután a rendszer nyugalmi helyzetében az alsó testet elengedjük. Ábrázolja a fenti intervallumban a meginduló testek kezdeti gyorsulását x függvényében abban a pillanatban, amikor az alsó testre ható erő megszűnik! (Azaz a rendszert nyugalmi helyzetből, különböző távolságokból engedjük el az adott intervallumon belül.)

(Szkladányi András, Baja)

Megoldás: Lásd Gimnázium 9. évfolyam 1. feladat

2. Vízszintes síkon M tömegű hasáb súrlódva mozog. Homlokfelületének síkja merőleges a haladási irányára. A hasáb hátoldalára merőlegesen, egyenletes sűrűséggel, folytonosan sörétszemek záporoznak, melyek rugalmas ütközést követően visszapattannak. A visszapattanó sörétszemek nem zavarják a beérkezőket. Ilyen módon a hasáb állandó v sebességgel halad.

a) A hasáb hátsó falához képest mekkora sebességgel csapódnak be a sörétszemek?

b) Mekkora a sörétnyaláb térfogati (részecske) sűrűsége, azaz hány sörétszem van a nyaláb egységnyi térfogatában?

Adatok: M = 80 dkg, v = 3 m/s, egy sörétszem tömege m = 2 g, a hasáb hátsó lapjának területe, vagyis a célfelület A = 150 cm^2, az időegység alatt a célfelület egységére beeső sörétszemek száma $n = 10^3$ 1/m^{2}s , μ = 0,15.

(Wiedemann László, Budapest)

Megoldás: Adatok: M = 80 dkg, v = 3m/s, egy sörétszem tömege m = 2 g, a hasáb hátsó lapjának területe, vagyis a célfelület A = 150 cm^2, az időegység alatt a célfelület egységére beeső sörétszemek száma $n = 10^3$ 1/m^{2}s , μ = 0,15.

a)

Mikor egy sörétszem ütközik, erő hat rá az impulzusának megváltozása miatt. Ennek a reakcióereje hat a hasábra, menetirányban. Így van ez minden sörétszemnél. Az impulzusváltozást a relatív sebességből kell számolni, mivel a hasáb is mozog.

A célfelületre időegység alatt beeső sörétszemek száma: nA. A hasábra átvitt impulzusváltozás időegység alatt a rugalmas ütközést is beszámítva, abszolútértékben:

$2m(nA)w$, ahol w a relatív sebesség m és M között, ahol $w = u - v$, és u a sörétszemek talajhoz viszonyított sebessége. A mozgás akkor lesz egyenletes, ha a sörétnyalábtól származó nyomóerő kompenzálja a hasábra ható fékező, súrlódási erőt, ami μMg nagyságú.

$$F_{toló} = \mu Mg \,,$$

$$2m(nA)w = \mu Mg \,,$$

$$w = \frac{\mu Mg}{2mnA} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \,.$$

b)

A nyaláb részecske- sűrűségére:
$$\rho \cdot V = N,$$
$$\rho A(u-v)\Delta t = N,$$
$$\rho(u-v) = \frac{N}{A\Delta t} = n,$$
$$\rho = \frac{n}{u-v} = 50\ \frac{1}{\mathrm{m}^3}.$$

3. Egyik végén zárt, a másik végén nyitott, vékony, vízszintes csőben lévő ismeretlen hosszúságú higanyoszlop L hosszúságú levegőoszlopot zár el (Melde-cső). A külső légnyomás is ismeretlen. A csövet függőleges helyzetekbe állítva a higanyszál a = 10 cm-t, illetve b = 20 cm-t elmozdul. A folyamatok során a levegőoszlop hőmérséklete állandó.

a) Határozzuk meg a kezdetben vízszintes helyzetű levegőoszlop L hosszúságát!

b) Hányszorosa az ismeretlen hosszúságú higanyoszlop hidrosztatikai nyomása a külső légnyomásnak a cső függőleges helyzeteiben?

(Kotek László, Pécs)

Megoldás:

a) Legyen a külső légnyomás p_0, a cső keresztmetszete A, a higanyoszlop hidrosztatikai nyomása xp_0! Mivel a levegő hőmérséklete állandó, a bezárt levegő három állapotára felírhatjuk a Boyle – Mariotte-törvényt.

Vízszintes-felül nyitott:

(1) $$p_0 LA = (p_0 + xp_0)(L-a)A.$$

Vízszintes-alul nyitott:

(2) $$p_0 LA = (p_0 - xp_0)(L+b)A.$$

Ezeket egyszerűsítve:

(3) $$L = (1+x)(L-a),$$

(4) $$L = (1-x)(L+b).$$

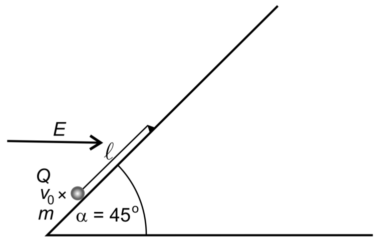
(3) és (4) egyenlőségéből:
$$(1+x)(L-a) = (1-x)(L+b),$$

(5) $$x = \frac{a+b}{2L+(b-a)}.$$

Ezt (3)-ba beírva és alakítva:
$$L = \left(1 + \frac{a+b}{2L+(b-a)}\right)(L-a),$$
$$\boxed{L = \frac{2ab}{b-a} = 40\text{ cm.}}$$

b) L értékét (5)-be beírva:
$$x = \frac{a+b}{2\frac{2ab}{b-a} + (b-a)},$$
$$\boxed{x = \frac{b-a}{a+b} = \frac{1}{3}}.$$

4. Egy szigetelőből készült, rögzített, 45°-os hajlásszögű lejtő vízszintes *E* térerősségű homogén elektromos mezőben van. A lejtő közepén egy szigetelő l = 1,45 m hosszúságú fonál egyik végét rögzítjük, a másik végéhez m = 0,6 kg tömegű, $Q = mg/E$ pozitív töltésű testet erősítünk. A fonál a lejtő élére kezdetben merőleges helyzetű. A fonálhoz erősített testet egy pillanatban a fonálra merőlegesen, v_0 =10 m/s sebességgel elindítjuk, azaz a test körmozgásba kezd a lejtőn.



a) Mekkora a pálya legfelső pontjában, azaz félkör megtétele után a test sebessége, ha a csúszási súrlódási együttható $\sqrt{2}/2$?

b) Mekkora az előző pontban a fonalat feszítő erő és az érintőleges gyorsulás?

c) Mennyi idő alatt ér a test a legfelső pontba?

(Koncz Károly, Pécs)

Megoldás:

a)

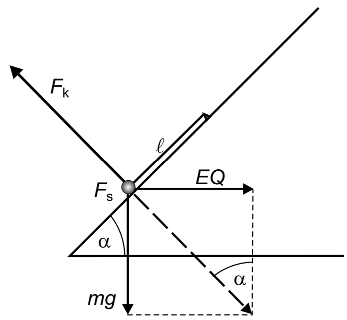
Az elektromos erő nagysága: $F_{\mathrm{el}} = EQ = E\dfrac{mg}{E} = mg$

A lejtő által kifejtett kényszererő nagysága:

$$F_k = \sqrt{2}mg\,.$$

A testre ható nehézségi-, elektromos, és kényszererő eredője nulla. Hat még a testre a súrlódási és a fonálerő.

Alkalmazzuk a munkatételt:



$$\sum W = \Delta E_{\mathrm{kin}}\,,$$

$$-\mu\sqrt{2}mgl\pi = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\,,$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2\sqrt{2}\mu gl\pi} \approx 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$

b)

$$\sum F_R = ma_{\mathrm{cp}}\,,$$

$$F_f = m\frac{v^2}{l} = 3{,}72\ \mathrm{N}\,,$$

$$\sum F_é = m \cdot a_é\,,$$

$$\mu\sqrt{2}mg = ma_é\,,$$

$$a_é = \mu\sqrt{2}g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,.$$

c)

$\sum F_{\mathrm{é}} = \text{áll.} \Rightarrow$ egyenletesen változó körmozgást vizsgálunk:

$$l\pi = \frac{v_0 + v}{2}t\,,$$

$$t = \frac{2l\pi}{v_0 + v} = 0{,}7\ \mathrm{s}\,.$$

Szakközépiskola 10. évfolyam

1. Egy függőleges hengerben A = 20 cm^2 keresztmetszetű, M = 10 kg tömegű, súrlódásmentesen mozgó dugattyú felülről héliumgázt zár be. A gáz kezdeti hőmérséklete T_0 = 293 K, kezdeti térfogata V_0 = 400 cm^3. A gázt melegíteni kezdjük, eközben a dugattyú lassan Δx = 10 cm-t emelkedik. A külső légnyomás 10^5 Pa.

a) Mennyi a bezárt gáz tömege?
b) Mekkora a bezárt gáz hőmérséklete a melegítés végén?
c) Mennyi munkát végzett a bezárt gáz a melegítés során?
d) Mennyi hőt vett fel eközben a gáz?

(Holics László, Budapest)

Megoldás:

Adatok: M = 10 kg; A = 20 cm^2 = $2\cdot10^{-3}$ m^2; He → f = 3, M_{He} = $4\cdot10^{-3}$kg/mol; T = 293 K; V_0 = 400 cm^3 = $4\cdot10^{-4}$m^3; Δx = 10 cm = 0,1 m.

a) A gáztörvény alapján:

$$pV_0 = \frac{m}{M_{\text{mol}}}RT \quad \rightarrow \quad m = \frac{pV_0M_{\text{mol}}}{RT} = \frac{\left(p_0 + \frac{Mg}{A}\right)V_0M_{\text{mol}}}{RT},$$

számadatokkal:

$$m = \frac{\left(10^5\,\text{Pa} + \frac{100\ \text{N}}{2\cdot10^{-3}\text{m}^2}\right)\cdot 4\cdot10^{-4}\text{m}^3\,4\cdot10^{-3}\,\frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8{,}31\frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}\cdot 293\,\text{K}} = \mathbf{9{,}86\cdot10^{-5}\,kg} \text{ » } \mathbf{0{,}1\,g}.$$

b) Az izobár folyamatra:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_1 + A\Delta x}{T_2} \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1\frac{V_1 + A\Delta x}{V_1} = 293\ \text{K}\,\frac{(400+10\cdot20)\cdot10^{-6}}{400\cdot10^{-6}} = \mathbf{439{,}5\,K} \text{ » } \mathbf{440\,K}.$$

c) Izobár munkavégzés:

$$W = p\Delta V = 1{,}5\cdot10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot 2\cdot10^{-4}\,\text{m}^3 = \mathbf{30\ J.}$$

d) A felvett hő az első főtétel ($\Delta E = Q + W = Q - W_{gáz}$) alapján:

$$Q = \Delta E + W_{gáz} = \frac{3}{2}p\Delta V + p\Delta V = \frac{5}{2}p\Delta V = \frac{5}{2}\cdot1{,}5\cdot10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\cdot2\cdot10^{-4}\text{m}^2 = \mathbf{75\ J.}$$

(Ugyanez jön ki a $Q = \Delta E + W_{gáz} = c_V m\Delta T + p\Delta V = 3161\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\cdot0{,}1\cdot10^{-3}\text{kg}\cdot 146{,}5\ \text{K} + 30\ \text{J} =$

$= 76{,}3$ J alapján.)

2. Közös pontban rögzített, könnyű, hajlékony, 50 cm hosszúságú fonalak másik végéhez m illetve $M > m$ tömegű, pontszerű testeket erősítünk. A két testet, a fonalakat feszesen tartva, ellentétes irányban vízszintes helyzetig kitérítjük, majd kezdősebesség nélkül egyszerre elengedjük. A testek ezután közös függőleges síkban mozogva teljesen rugalmasan és pillanatszerűen ütköznek. Milyen tömegarány esetén fordul teljesen körbe az m tömegű test az ütközés után?

(Szkladányi András, Baja)

Megoldás: Lásd Gimnázium 9. évfolyam 2. feladat

3. Egy verseny mérési fordulójában a tanulók azt a feladatot kapják, hogy egy ismeretlen fém fajhőjét határozzák meg, csupán tömeg, hőmérséklet és időmérés alapján. Az egyik tanuló ezt úgy oldotta meg, hogy először egy termoszban bizonyos mennyiségű vizet valamekkora hőmérsékletkülönbséggel melegített. Ez 2,5 percig tartott. Másodszor az előzővel megegyező mennyiségű vizet és a belehelyezett, a víz tömegével megegyező tömegű fémet együtt melegítette ugyanazzal a melegítővel, ugyanannyi hőmérsékletkülönbséggel. Ehhez 182 s kellett. A víz fajhőjét ismerve (4200 J/kgK), mennyi az ismeretlen fém fajhője?

(Dudics Pál, Debrecen)

Megoldás:

A melegítéssel átadott hő a melegítő teljesítményével kifejezve:

$$P \cdot t_1 = c_v m_v \Delta T \ .$$

A fémmel együtt történő melegítés során a víz ugyanannyi hőt vesz fel, ezért a többletidőben átadott többlethő csak a fémet melegíti:

$$P \cdot (t_2 - t_1) = c_x m_x \Delta T \text{ , ahol } m_v = m_x$$

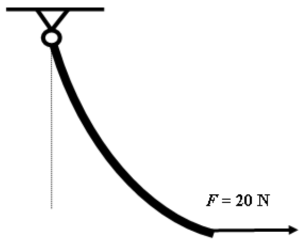
A két egyenlet egymással történő elosztásával:

$$\frac{t_2 - t_1}{t_1} = \frac{c_x}{c_v}$$

$$c_x = \frac{t_2 - t_1}{t_1} c_v = 896 \ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}}$$

Az ismeretlen fém alumínium.

4. Az iskolai tornateremben megfogjuk a mászókötél alsó végét, és oldalirányban elhúzzuk. Ha a kötél végére 20 N nagyságú, vízszintes irányú erőt fejtünk ki, akkor a kötél az ábrán látható alakot veszi fel. A kötél felső végének utolsó (már gyakorlatilag egyenesnek tekinthető) darabja ekkor 30°-os szöget zár be a függőlegessel. Mekkora a mászókötél tömege?



(Honyek Gyula, Budapest)

Megoldás:

A kötélre három erő hat: A vízszintes ***F*** oldalirányú húzóerő, az *m**g*** nehézségi erő és a felfüggesztésnél ható ***T*** tartóerő.

Ez a három erő tart egyensúlyt, hatásvonalaik egy ponton mennek át.
Így a tartóerő vízszintes összetevője 20 N nagyságú, függőleges összetevője pedig $\sqrt{3}$-szor ekkora, ami éppen a nehézségi erővel egyezik meg: $m\boldsymbol{g} = \sqrt{3} \cdot 20\ \mathrm{N} \approx 34{,}6\ \mathrm{N}$.

Tehát a mászókötél tömege kb. **3,5 kg**.