31. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás, vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

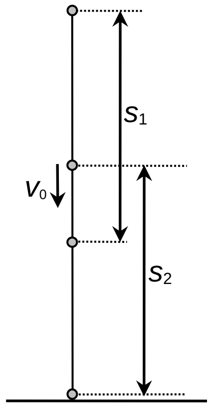
Gimnázium 9. évfolyam

G.9/1.

a) Legyen a test sebessége v_0 abban a pillanatban, amikor az első szakasszal megegyező hosszúságú utolsó szakasz megtételét megkezdi, az eddig az indulástól eltel idő pedig t_0! A megtett utak:

$$s_1 = \frac{g}{2} t_1^2,$$

$$s_2 = v_0 \frac{t_1}{2} + \frac{g}{2}\left(\frac{t_1}{2}\right)^2.$$



Mivel: $s_1 = s_2$, ezért

$$\frac{g}{2} t_1^2 = v_0 \frac{t_1}{2} + \frac{g}{2}\left(\frac{t_1}{2}\right)^2$$

$$v_0 = \frac{3}{4} g t_1 = 15 \frac{m}{s}.$$ **5 pont**

Az eddig eltelt idő: $t_0 = \frac{v_0}{g} = \frac{3}{4} t_1 = 1{,}5$ s. **2 pont**

A mozgás teljes ideje: $t_ö = t_0 + t_2 = 1{,}5\ s + 1\ s = 2{,}5\ s.$ **1 pont**

A keresett *h* magasság: $h = \frac{g}{2} t_ö^2 = \mathbf{31{,}25\ m}$ **1 pont**

b) A becsapódás sebessége: $v_{be} = g t_ö = \mathbf{25 \frac{m}{s}}.$ **1 pont**

G.9/2.

A (3) jelű vakond útja kb. 314 cm, amit állandó 20 cm/perc-es sebességgel tesz meg, tehát az ő alagútfúrási ideje $t_3 = \frac{314\ \text{cm}}{20\ \text{cm/perc}} =$ **15,7 perc**. **1 pont**

A kör szélén a sebesség 20 cm/perc, a kör középpontjában $\frac{20}{3}$ cm/perc, ami azt jelenti, hogy az egyenes vonalú pályán az (1) jelű vakond átlagsebessége $\frac{40}{3}$ cm/perc.

Tehát az (1) jelű vakond ideje $t_1 = \frac{s}{v_{\text{átlag}}} = \frac{200\ \text{cm}}{\frac{40}{3}\ \text{cm/perc}} =$ **15 perc**. **3 pont**

A (2) jelű vakond 2,865 perc alatt tesz meg 50 cm-t, és ekkor a sebessége 14,9 cm/perc értékre csökken. Ezzel a sebességgel mozog ezután a kisebb félkörön, melynek hossza 157 cm.
Ennek megtételéhez 157 cm14,9 cm/perc=10,537 perc szükséges. Tehát a (2) jelű vakond útjának megtételéhez $t_3 =$ (2,865+10,537+2,865) perc ≈ **16,3 perc** szükséges. **2 pont**

Be kell még látnunk, hogy valóban 2,865 perc alatt tesz meg a (2) jelű vakond 50 cm-t, és ekkor a sebessége 14,9 cm/perc. Neki is ugyanakkora a gyorsulása, mint az (1) jelű vakondé:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{20}{3} - 20\right)\frac{\text{cm}}{\text{perc}}}{7{,}5\ \text{perc}} = -\frac{16}{9}\ \frac{\text{cm}}{(\text{perc})^2}.$$ **1 pont**

Ha ezzel a gyorsulással megállásig haladna, akkor $t_0 = \frac{v_0}{a} = \frac{20\text{cm/perc}}{\left(\frac{16}{9}\right)\text{cm/perc}^2} = \frac{45}{4}\text{perc} = 11{,}25$ perc telne el. Az átlagsebesség 10 cm/perc lenne, tehát a hipotetikus megállásig 225/2 cm = 112,5 cm utat tenne meg. Minket az első 50 cm érdekel, de visszafelé számolva juthatunk el könnyebben a megoldásig. Azt számolhatjuk ki, hogy x = (112,5 – 50) cm = 62,5 cm = (125/2) cm út megtétele (16/9) cm/perc^2 gyorsulással $t_v = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \frac{15\cdot\sqrt{5}}{4}$ perc = 8,385 perc időt venne igénybe. Ez viszont azt jelenti, hogy 50 cm megtételéhez t = (11,25 – 8,385) perc = 2,865 perc szükséges. **2 pont**

Akik ismerik a másodfokú egyenlet megoldóképletét, a következő egyenlet alapján számíthatják ki az időt:

$$s = v_0 t + \frac{a}{2}t^2,$$

ahol s = 50 cm, v_0 = 20 cm/perc. A numerikus értékek behelyettesítése után ezt kapjuk:

$$\frac{8}{9}t^2 - 20t + 50 = 0.$$

Az egyenlet fizikailag értelmes gyöke: t = 2,865 perc.

Ha csak a teljes négyzetté alakítást tanulta a versenyző, akkor a fenti egyenlet így formázható tovább:

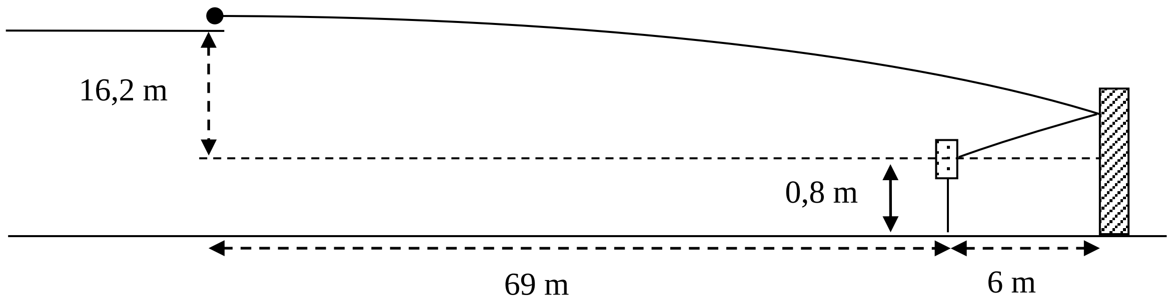
$$\left(t - \frac{45}{4}\right)^2 = \frac{1125}{16}.$$

Ebből a kérdéses idő: $t = \frac{45-15\cdot\sqrt{5}}{4} = 2{,}865$ perc.

A (2) jelű vakond sebességét ebben az időpillanatban így számíthatjuk ki:

$$v = v_0 + at = 20\ \text{cm/perc} - \left(\frac{16}{9}\frac{\text{cm}}{(\text{perc})^2}\right)(2{,}865\ \text{perc}) \approx 14{,}9\ \text{cm/perc}.$$ **1 pont**

G.9/3.



a) A céltábla a fal előtt 6 m-re található, az ellövés helyétől 17 m – 0,8 m = 16,2 m mélységben. A rugalmas ütközés miatt a visszapattanás utáni pálya és mozgás az eredeti vízszintes hajításnak az ütköző felületre vett tükörképe. Átfogalmazva tehát azt a sebességet keressük, mellyel indítva a test y = 16,2 m esés közben vízszintesen x = 75 m + 6 m = 81 m-t halad.

Az esés ideje: $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = 1{,}8$ s. **5 pont**

A vízszintes elmozduláshoz szükséges sebesség: $v_x = v_0 = \frac{x}{t} = 45\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. **2 pont**

A lövedéket **45 m/s** sebességgel kell indítani.

b) A lövedék a falat $t_1 = \frac{75\ \text{m}}{45\ \text{m/s}} = \frac{5}{3}$ s alatt éri el és eközben $y = \frac{g}{2}t_1^2 \approx 13{,}9$ métert süllyed.

A fal tehát legalább **3,12 m** magas kell legyen. **3 pont**

G.9/4.

a) A testek gyorsulása: $a_1 = -1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $a_2 = +1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

A testek sebessége az ütközés előtti pillanatban: $v_1 = +3\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = -3\frac{\text{m}}{\text{s}}$. **3 pont**

b) Az ütközés során megmarad a lendület, ezért: $2mv_1 + mv_2 = 3mv_k$.

A közös sebesség: $v_k = \mathbf{1}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$ **2 pont**

Mivel a gyorsulás nagysága az ütközés után nem változik: $\Delta t = \frac{v_k}{a} = 1$ s $\rightarrow t = \mathbf{2\ s}$ **2 pont**

c) A testek által megtett utak pl. a grafikon alatti területből kaphatók. Az ütközés előtt:

$$s_1 = s_2 = 3{,}5\ \mathrm{m}$$

Az ütközés után: $s_k = 0{,}5\ \mathrm{m}$

A testek külön-külön **4 m** utat tesznek meg. **3 pont**

G.9/5.

A lejtőn a testek gyorsulása egyenlő: $a = a_1 = a_2 = g\frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **2 pont**

Mivel a találkozásig a felülről indított test sebessége v_0-ról $2v$-re növekszik, az alulról indított test sebessége pedig v_0-ról v-re csökken:

$$v_0 + at = 2(v_0 - at)$$ **2 pont**

Az adatokat behelyettesítve megkapjuk a találkozásig eltelt időt:

$$t = \frac{\sqrt{2}}{3} s \approx 0{,}47\ \mathrm{s}$$ **1 pont**

A találkozáskor a testek sebessége: $v = v_0 + at = \frac{20}{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, illetve $2v = \frac{4}{3}v_0 = \frac{40}{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **2 pont**

A találkozásig együttesen megtett út hossza egyenlő a lejtő hosszával:

$$s = \frac{v_0+2v}{2}t + \frac{v_0+v}{2}t = \frac{20\sqrt{2}}{3}\ \mathrm{m} \approx 9{,}4\ \mathrm{m}$$ **2 pont**

A lejtő magassága pedig: $h = \frac{s}{\sqrt{2}} = \frac{20}{3}\mathrm{m}\ \approx \mathbf{6,7\ m}$ **1 pont**

31. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás, vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Gimnázium 10. évfolyam

G.10/1.

a) A hajítás magassága $y = \frac{g}{2}t^2 = \mathbf{20\ m}$. **2 pont**

b) Az elmozdulás a vízszintes és a függőleges elmozdulás vetületek négyzetösszegével egyenlő:

$(\Delta r)^2 = x^2 + y^2$, ebből a vízszintes elmozdulás $x = 20$ m. **2 pont**

A vízszintes mozgásvetület egyenletes, így a vízszintes sebessége és a kezdősebesség is:

$$v_0 = v_x = \frac{x}{t} = \mathbf{10\ \frac{m}{s}}.$$ **2 pont**

c) A minimális sebesség az elhajítás pillanatában meglévő vízszintes kezdősebesség. A maximális sebesség a vizsgált mozgásszakasz végsebessége:

$$v_{min} = v_0$$ **1 pont**

$$v_{max} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}, \text{ ahol } v_y = gt = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A maximális sebesség nagysága: $v_{max} \approx 22{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. **2 pont**

A két sebesség aránya: $\frac{v_{max}}{v_{min}} \approx \mathbf{2{,}24}$. **1 pont**

G.10/2.

a) Írjuk fel a lendület-megmaradás törvényét:

$$0 = m_{\text{lövedék}} v_{\text{lövedék}} + m_{\text{puska}} v_{\text{hátralökődés}}.$$

A visszalökődés sebessége:

$$v_{\text{hátralökődés}} = -\frac{m_{\text{lövedék}} v_{\text{lövedék}}}{m_{\text{puska}}} = -\frac{0{,}016\text{ kg}\cdot 800\text{ m/s}}{4\text{ kg}} = \mathbf{-3{,}2\ m/s}.$$ **3 pont**

b) A felrobbanó puskaporból keletkező nagynyomású gáz munkavégzése szolgáltatja a lövedék mozgási energiáját. Ha a cső hossza a felére csökken, akkor a kirepülő lövedék mozgási energiája is jó közelítéssel a felére csökken, vagyis a lövedék $\frac{1}{\sqrt{2}}$-szeres sebességgel (566 m/s) hagyja el a csövet, mint eredetileg. **4 pont**

A megváltozott adatokkal újra írjuk fel a lendület-megmaradás törvényét:

$$0 = m_{\text{lövedék}} v_{\text{lövedék}} + m_{\text{puska}} v_{\text{hátralökődés}}.$$

A visszalökődés sebessége:

$$v_{\text{hátralökődés}} = -\frac{m_{\text{lövedék}} v_{\text{lövedék}}}{m_{\text{puska}}} = -\frac{0{,}016\text{ kg}\cdot 566\text{ m/s}}{3{,}5\text{ kg}} \approx \mathbf{-2{,}6\ m/s}.$$ **3 pont**

Megjegyzés: Eredetileg a puska 250-szer nagyobb tömegű, mint a lövedék. Ennek megfelelően a visszalökődő puska mozgási energiája 250-szer kisebb, mint a kirepülő lövedéké, tehát ez az energia elhanyagolható. Ugyanígy elhanyagolható a lövedék előtt a puskacsőben feltorlódó levegőn végzett munkavégzés. Ha például 50 cm hosszú és 1 cm^2 keresztmetszetű csővel számolunk, akkor ez mindössze $5\cdot 10^{-5}$ m^3 térfogatú, és ha a benne feltorlódó levegő nyomását átlagosan 20 atmoszférásnak becsüljük, akkor a levegőn végzett munka hozzávetőlegesen 100 joule. Ezzel szemben a kirepülő lövedék mozgási energiája $\frac{1}{2} m_{\text{lövedék}} v_{\text{lövedék}}^2 = 5120$ J, ami mellett a 100 J jogosan elhanyagolható.

$\boxed{\textbf{G.10/3.}}$

a) Amikor a víz feletti térrészben még elhanyagolható a vízgőz nyomása, akkor a vízoszlop hidrosztatikai nyomásával a külső nyomás tart egyensúlyt:

$$p_k = \rho_{víz} g h_1$$

A vízoszlop magassága ekkor:

$$h_1 = \frac{p_k}{\rho_{víz} g} = \mathbf{10,33\ m}$$

2 pont

b) Amikor a víz feletti térben már kialakult a telített gőz állapot, a nyomások egyensúlya:

$$p_k = p_{gőz} + \rho_{víz} g h_2$$

A vízoszlop magassága ebben az esetben:

$$h_2 = \frac{p_k - p_{gőz}}{\rho_{víz} g} = \mathbf{10\ m}$$

2 pont

c) A csőben lévő folyékony víz tömege:

$$m_{víz} = \rho_{víz} V_{víz} = \rho_{víz} \frac{d^2\pi}{4} h_2 = 783\ \text{gramm}$$

A víz anyagmennyisége: $n_{víz} = \frac{m_{víz}}{M_{víz}} = 43{,}5\ \text{mol}$ **2 pont**

A vízgőz mennyisége az állapotegyenletből határozható meg: $n_{gőz} = \frac{p_{gőz} V_{gőz}}{RT}$

Az l =11 m hosszúságú csőben a víz feletti gőztér hossza $l - h_2 = 1$ m, a vízgőz térfogata:

$$V_{gőz} = \frac{d^2\pi}{4} \cdot (l - h_2) = 7{,}85 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3$$

A vízgőz anyagmennyisége: $n_{gőz} = 10^{-4}\ \text{mol}$ **3 pont**

A keresett arány:

$$\frac{n_{víz}}{n_{gőz}} \approx \mathbf{435000}$$

1 pont

$\boxed{\textbf{G.10/4.}}$

a) Közvetlenül az összenyomás után a levegő hőmérséklete az egyesített gáztörvény alapján határozható meg:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \ \rightarrow\ T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \mathbf{360\ K}$$

3 pont

b) Izochor folyamat zajlik, amelynek végén a levegő hőmérséklete ismét egyenlő lesz a környezetével, a nyomás pedig:

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = p_2 \frac{T_1}{T_2} = \mathbf{167\ kPa}$$

3 pont

c) Az izochor folyamat közben leadott hő egyenlő a belsőenergia változásával (f = 5):

$$Q = \Delta E_b = \frac{f}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{f}{2}(p_3 V_2 - p_2 V_2) = \frac{f}{2}(p_3 - p_2) V_2 = \mathbf{-1\ J}$$

4 pont

$\boxed{\textbf{G.10/5.}}$

a) A hasábra ható erők eredője a hasáb és a deszka között fellépő, negatív irányba mutató súrlódási erővel egyenlő, ezért a hasáb gyorsulása:

$$a_{hasáb} = \frac{-\mu m g}{m} = -\mu g = -2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A hasáb a talajhoz képest $t_{hasáb} = \frac{0\frac{\text{m}}{\text{s}} - 2\frac{\text{m}}{\text{s}}}{-2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \mathbf{1\ s}$ alatt áll meg.

A deszkára ható erők eredője a hasáb és a deszka, valamint a talaj és a deszka között fellépő, pozitív irányba mutató súrlódási erők összegével egyenlő, ezért a deszka gyorsulása:

$$a_{deszka} = \frac{\mu m g + \mu(m+M)g}{M} = \frac{\mu(2m+M)g}{M} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A deszka a talajhoz képest $t_{deszka} = \frac{0\frac{\text{m}}{\text{s}} - (-3)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \mathbf{1\ s}$ alatt áll meg.

A két test tehát **1 s** múlva, **egyszerre** áll meg. **4 pont**

b) A testek által a talajhoz képest ellentétes irányokba megtett utak:

$$s_{hasáb} = \frac{2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1\mathrm{s}}{2} = 1\ \mathrm{m}$$

$$s_{deszka} = \frac{3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1\mathrm{s}}{2} = 1{,}5\ \mathrm{m}$$

A deszka hossza tehát legalább **2,5 m** kell legyen. **2 pont**

c) A deszka és a talaj között fejlődő hő egyenlő a köztük fellépő súrlódási erő által végzett munka nagyságával:

$$Q_{deszka,talaj} = \mu(m+M)g \cdot s_{deszka} = \mathbf{15\ J}$$

2 pont

d) A deszka és a hasáb között fejlődő hő szintén a köztük fellépő súrlódási erő által végzett munka nagyságával egyenlő, amit úgy számíthatunk ki, hogy a súrlódási erőt az egymáson elcsúszó felületek relatív elmozdulásával szorzunk meg:

$$Q_{deszka,talaj} = \mu m g \cdot (s_{hasáb} + s_{deszka}) = \mu m g \cdot d = \mathbf{5\ J}$$

2 pont

31. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás, vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 9. évfolyam

Sz.9/1.

Az uszály sebessége a földhöz képest 5 km/h (folyásirányban), vagy 1 km/h (ellentétesen). **2 pont**
Mivel a matróz - és vele a papagáj - sebessége a földhöz viszonyítva szintén 1 km/h, ezért

1. vagy a folyásirányban 5 km/h sebességgel haladó hajón sétál visszafelé 4 km/h sebességgel, **3 pont**
2. vagy a sodrással ellentétesen 1 km/h sebességgel haladó hajón áll, **2 pont**
3. vagy a sodrással ellentétesen 1 km/h sebességgel haladó hajón a folyás irányba sétál 2 km/h sebességgel. **3 pont**

Sz.9/2.

1. megoldás:

Jelöljük v -vel a kezdősebességet, t-vel a fékezés idejét!

A fékezés teljes hosszára: $s = \frac{v \cdot t}{2}$. **2 pont**

Amíg az egyenletesen lassuló jármű sebessége a negyedére csökken, addig a fékezés idejének háromnegyede telik el. **2 pont**

Erre az útszakaszra: $s_1 = \frac{v + \frac{1}{4}v}{2} \cdot \frac{3}{4}t = \frac{15}{32}v \cdot t.$ **2 pont**

A megállásig hátralévő útszakasz:

$$s_2 = s - s_1 = \frac{16-15}{32}\, v \cdot t = \frac{1}{32} v \cdot t = \frac{1}{15} s_1 = \frac{1}{15} \cdot 150\ \text{m} = \mathbf{10\ m}.$$ **4 pont**

2. megoldás:

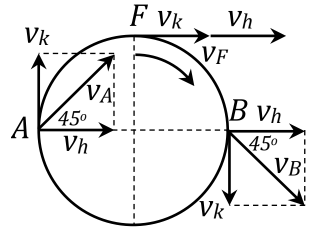
Amíg az egyenletesen lassuló jármű sebessége a negyedére csökken, addig a fékezés idejének háromnegyede telik el. **2 pont**

A négyzetes úttörvény értelmében a hátralévő egynegyed rész idő alatt az út 1/16-od részét teszi meg. **2 pont**

A hátralévő úthosszt x-szel jelölve: $150 + x = 16x$

$$x = \mathbf{10\ m}.$$ **6 pont**

Sz.9/3.



1 pont

Mivel a hátsó kerék tisztán gördül, haladó mozgási és kerületi sebességének nagysága egyenlő. A kerületi pontok talajhoz viszonyított eredő sebessége a haladó és forgómozgás sebességének vektori összegével egyenlő. **2 pont**

a) A kerék legfelső F pontjára vonatkozóan: $v_F = v_h + v_k = 2v_h$

A traktor sebessége:

$$v_h = \frac{v_F}{2} = \mathbf{36\,\frac{km}{h} = 10\,\frac{m}{s}}$$ **2 pont**

b) A kerekek fordulatszáma:

$$f_{nagy} = \frac{v_h}{2R\pi} = \mathbf{2\,\frac{1}{s}}$$

$$f_{kicsi} = \frac{v_h}{2r\pi} = \mathbf{4\,\frac{1}{s}}$$

2 pont

c) A hátsó kerék tengelyével azonos magasságban lévő A és B pont sebessége egyenlő nagyságú (lásd az ábrát):

$$v_A = v_B = \sqrt{2}v_h \approx \mathbf{14{,}14\,\frac{m}{s}}$$ **2 pont**

A két pont sebessége **merőleges** egymásra.

1 pont

Sz.9/4.

Legyen a büntetőt elvégző játékos lábának keresett sebessége a labdával való ütközés előtti pillanatban v_1! Rögzítsük a koordináta-rendszerünket a játékos v_1 sebességgel mozgó lábához. Ebben a vonatkoztatási rendszerben a labda v_1 sebességgel közeledik a lábhoz, és a rugalmas ütközés miatt v_1 sebességgel visszapattan, tehát v_1 sebességgel távolodik a lábtól. Térjünk vissza most a nyugvó vonatkoztatási rendszerhez! Mivel a labda v_1 sebességgel távolodik a v_1 sebességgel mozgó lábtól, ezért a pályához viszonyított v_0 sebessége:

$$v_0 = v_1 + v_1 = 2v_1$$

Ebből a keresett sebesség: $v_1 = \frac{v_0}{2} = \mathbf{15\,\frac{m}{s}}$. **10 pont**

Sz.9/5.

A kocsi sebessége v = 64,8 km/h = 18 m/s, lassulása:

$$a_k = \frac{v^2}{2s_k} = 4{,}05\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$ **2 pont**

A tapadási súrlódás legfeljebb $a_{max} = \frac{\mu_o mg}{m} = \mu_o g = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ lassulást tudna biztosítani. Ezért a láda előre csúszik a rakfelületen, és a csúszási súrlódási erő lassítja ugyanekkora, $a_l = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ lassulással.

4 pont

A láda fékútja: $s_l = \frac{v^2}{2a_l} = 40{,}5\ \mathrm{m}$ **2 pont**

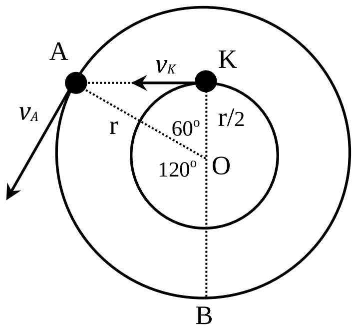
A láda tehát $s_l - s_k = \mathbf{0{,}5}$ **méter**t csúszik előre a rakfelületen. **2 pont**

31. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás, vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért - az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon - a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

Szakközépiskola 10. évfolyam

Sz.10/1.



a) A kutya szögsebessége megegyezik Andiéval, ezért sebessége:

$$v_K = \omega_A \frac{r}{2} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{r}{2} = \frac{\pi r}{T} = \mathbf{2,62\,\frac{m}{s}}.$$

5 pont

b) Andi a B pontig egy 120°-os ívet fut be, amely a körpálya harmad része, így **20 s** múlva ér oda. A kutya $\frac{3r}{2} = 37{,}5$ m utat tesz meg a B pontig $\frac{37{,}5\ \mathrm{m}}{2{,}62\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \mathbf{28,6\ s}$ alatt, tehát **nem éri utol** Andit.

5 pont

Sz.10/2.

a) Az ütközés után az összetapadó testek vízszintes hajítással mozognak, ezért a földet érésig eltelt idő mindkét esetben:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \mathbf{2\ s}.$$ **2 pont**

b) Az ütközés utáni közös sebesség a lendület-megmaradás törvénye alapján:

$m \rightarrow 2m$ ütközés után	$m \rightarrow m/2$ ütközés után
$mv_0 = 3mv_{1,x}$	$mv_0 = \frac{3}{2}mv_{2,x}$
$v_{1,x} = \frac{v_0}{3} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$v_{2,x} = \frac{2v_0}{3} = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

A hajítás közben a vízszintes irányú elmozdulások:

$x_1 = v_{1,x}t = 6$ m $\qquad\qquad x_2 = v_{2,x}t = 12$ m

A földet érés után a testek **6 m távolságban** lesznek egymástól.

5 pont

c) A földre érkezéskor a testek függőleges irányú sebessége $v_y = g \cdot t = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. A becsapódási sebesség a két esetben:

$$v_1 = \sqrt{v_{1,x}^2 + v_y^2} = \mathbf{20,2\,\frac{m}{s}} \qquad\qquad v_2 = \sqrt{v_{2,x}^2 + v_y^2} = \mathbf{20,9\,\frac{m}{s}}.$$

3 pont

Sz.10/3.

Jelölje a baloldali testet 1., a jobboldalit 2.

Mivel **balra** lökve a testeket az 1. test útja kisebb, mint a másik irányú indításnál, így ennek nagyobb a súrlódási együtthatója ($\mu_1 > \mu_2$). **1 pont**

Jobbra lökve, a hátsó testet húzza az első, ezért **50 cm** lesz az útja mindkettőnek. **1 pont**

Jobbra indításkor a közös lassulás, illetve út:

$$a_j = \frac{\mu_1 mg + \mu_2 mg}{2m} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} g$$ **2 pont**

$$s_j = \frac{v_0^2}{2a_j} = \frac{v_0^2}{(\mu_1 + \mu_2)g} = 50\,\text{cm} \qquad (1)$$ **1 pont**

Balra indítva a testeket az 1. test gyorsabban fékeződik, a fonál azonnal meglazul és a két test egymástól függetlenül mozog. Az elől haladó 1. test lassulása és útja:

$$a_{b1} = \frac{\mu_1 mg}{m} = \mu_1 g$$

$$s_{b1} = \frac{v_0^2}{2a_{b1}} = \frac{v_0^2}{2\mu_1 g} = 40\,\text{cm} \qquad (2)$$ **1 pont**

Az utakra vonatkozó (1) és (2) összefüggések osztásával, átalakítások után:

$$\frac{2\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{5}{4} \qquad \Rightarrow \qquad \mu_2 = \frac{3}{5}\mu_1$$ **2 pont**

Balra menet a hátsó (2.) test lassulása és az általa megtett út:

$$a_{b2} = \frac{\mu_2 mg}{m} = \mu_2 g = \frac{3}{5}\mu_1 g = \frac{3}{5} a_{b1}$$

$$s_{b2} = \frac{v_0^2}{2a_{b2}} = \frac{v_0^2}{2\left(\frac{3}{5}a_{b1}\right)g} = \frac{5}{3}s_{b1} \approx \mathbf{67\,cm}$$ **2 pont**

Sz.10/4.

A kiindulási állapot hőmérséklete:

$$\frac{T_1(^\circ\text{C})}{T_1(\text{K})} = \frac{1}{10} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1(^\circ\text{C})}{T_1(^\circ\text{C}) + 273\,^\circ\text{C}} = \frac{1}{10} \quad \Rightarrow \quad T_1(^\circ\text{C}) = 30{,}3\,^\circ\text{C} \quad \Rightarrow \quad T_1(\text{K}) = 303{,}3\,\text{K}.$$

2 pont

a) Az állapotegyenletből az oxigén gáz tömege:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{p_1 V_1 M}{R T_1} = \mathbf{7{,}1\,g}$$ **4 pont**

b) Az egyesített gáztörvényből a végállapot hőmérséklete:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = \mathbf{1040\,K}.$$ **4 pont**

Sz.10/5.

Adatok:

Neon: $p_1 = 100$ kPa, $T_1 = 300$ K, $f_1 = 3$.

Nitrogén: $p_2 = 200$ kPa, $T_2 = 400$ K, $f_2 = 5$.

a) Írjuk fel az állapotegyenletet mindkét gázra!

$$p_1 V = N_1 k T_1, \qquad p_2 V = N_2 k T_2$$ **1 pont**

A két egyenletet osszuk el egymással:

$$\frac{p_1 V}{p_2 V} = \frac{N_1 k T_1}{N_2 k T_2}$$

Egyszerűsítés és rendezés után a részecskeszámok aránya:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \frac{100\ \text{kPa}}{200\ \text{kPa}} \cdot \frac{400\ \text{K}}{300\ \text{K}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$, a neonból van kevesebb. **2 pont**

b) A két tartályban lévő gáz tömegének aránya:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{N_1}{N_A} M_1}{\frac{N_2}{N_A} M_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{M_1}{M_2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{20\ \text{g/mol}}{28\ \text{g/mol}} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{21}}$$, a neon tömege kisebb. **4 pont**

c) A belső energiák aránya:

$$\frac{E_{b1}}{E_{b2}} = \frac{\frac{f_1}{2} N_1 k T_1}{\frac{f_2}{2} N_2 k T_2} = \frac{f_1 N_1 T_1}{f_2 N_2 T_2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{300\,\text{K}}{400\,\text{K}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{10}}$$, a neon belső energiája kisebb. **3 pont**