Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny
2016/2017 tanév

Javítási útmutató

A javítási útmutatóban minden feladathoz adunk egy megoldást. Maximális pontszám (vagy megfelelő részpontszám) adható bármely más, helyes, követhetően lejegyzett, megoldásért is.

1) Anita és Berci egy toronyházban futkároznak. Anita háromszor fut föl a negyedik emeletre és tér vissza a földszintre mialatt Berci fölér a 16-ik emeletre. Hányadik emeletre ér föl Anita állandóan fölfelé haladva, mialatt Berci fölfut a hatodik emeletre és vissza a földszintre? Az emeletek magassága azonos és mindkét ember mindvégig állandó sebességgel fut.

A feladat megoldása táblázattal:

Vizsgáljuk az egyes esetekben az utat, az eltelt időt és a sebességet!

Az első esetben:

	v	s	t
Anita	$\frac{24}{t}$	$8\cdot 3$	t
Berci	$\frac{16}{t}$	16	t

A második esetben:

	v	s	t
Anita	$\frac{24}{t}$	$12\cdot\frac{t}{16}\cdot\frac{24}{t}=18$	$12\cdot\frac{t}{16}$
Berci	$\frac{16}{t}$	12	$12\cdot\frac{t}{16}$

Anita útja az első esetben: $8\cdot 3=24$ emelet. (2pont)
Berci útja az első esetben 16 emelet. (2pont)
Egyenlő ideig mozognak, (2pont)

így a sebességeikre felírható két arányszám: A: $\frac{24}{t}$, B: $\frac{16}{t}$. (4pont)

A második esetben ugyanezzel a sebességgel mozognak mindketten. (2pont)

Berci a 12 emeletet $12\cdot\frac{t}{16}$ idő alatt teszi meg. (2pont)

Anita is $12\cdot\frac{t}{16}$ ideig mozog. (2pont)

Anita ez alatt az idő alatt $\frac{24}{t}$ sebességgel $12\cdot\frac{t}{16}\cdot\frac{24}{t}=18$ emeletet tesz meg. (4pont)

2) A Tycho Brahe által 1572-ben felfedezett SN1572 egy I_a típusú szupernóva volt. Tegyük fel, hogy a szupernóva-maradvány tágulása egyenletes. Ebben az esetben mekkora a szupernóva tágulási sebessége, ha a maradvány átmérője és távolsága $1{,}596\cdot 10^{14}$ km, illetve $7{,}39\cdot 10^{16}$ km? Emellett határozzuk meg azt is, hogy valójában hány évvel ezelőtt történt a robbanás?

$$d = 7{,}39\cdot 10^{16}\,km = 7{,}39\cdot 10^{19}\,m$$

$$D = 1{,}596\cdot 10^{14}\,km \quad\rightarrow\quad R = 7{,}98\cdot 10^{13}\,km = 7{,}98\cdot 10^{16}\,m$$ (Sugár meghatározása és a fénysebesség 2+1pont)

$$c = 3\cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}$$

→ a maradvány tágulási sebességének meghatározásához először ki kell számítani a detektálás óta eltelt időt:

$$\Delta t = 2016-1572 = 444\,év = 1{,}4\cdot 10^{10}\,s$$ (4pont)

→ ebből a tágulási sebesség:

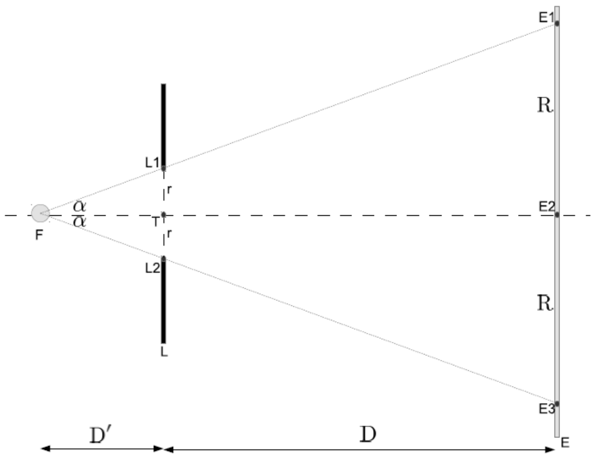
$$v = \frac{R}{\Delta t} = 5{,}699\cdot 10^{6}\,\frac{m}{s} = 5699\,\frac{km}{s}$$ (4pont)

→ a robbanás tényleges időpontjának meghatározásához ki kell használni azt a tényt, hogy a szupernóva akkor válik láthatóvá számunkra, amikor a robbanáskor keletkező fotonok elérik a Földet, azaz: (3pont)

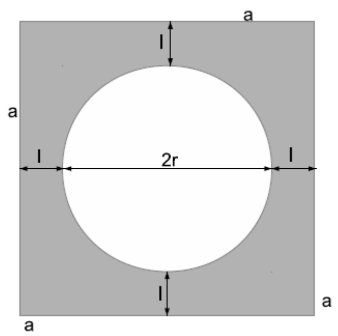
$$T = \frac{d}{c} = \frac{7{,}39 \cdot 10^{19} m}{3 \cdot 10^{8} m/s} = 2{,}47 \cdot 10^{11} s = 7885 év$$ (6pont)

3) Fémből készített vékony négyzet alakú lemezt vizsgálunk, melybe egy kör alakú nyílást (ún. fényrekeszt) vágtak. A lemez oldalai 10 cm hosszúak. A nyílás középpontja egybeesik a lemez középpontjával és a lyuk széle 2 cm távolságra van a lemez oldalától. A fényrekesz tulajdonságait akarjuk vizsgálni egy pontszerű fényforrás és egy ernyő segítségével. Erre a célra a következő kísérleti elrendezést építjük. A lemez előtt 30 cm távolságban egy fényforrást helyeztük el. A lemez mögött 1,5 m távolságban pedig egy ernyőt feszítettük ki. A fényforrás bekapcsolása után látjuk a lyuk képét az ernyőn. A fényrekesz és az ernyő síkja is merőleges a nyílás közepén áthaladó fénysugárra! A laborban megemeljük a levegő hőmérsékletét 10°C-kal, majd 2 órával később megmérjük az ernyőn a rekesz képének átmérőjét, ami 36,01 cm-nek adódik. Mekkora a lemez anyagának lineáris hőtágulási együtthatója? (A hosszváltozás számítása: $\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$, ahol α a lineáris hőtágulási együttható.)

Először vázoljuk fel a kísérleti elrendezést, és rajzoljunk be néhány sugármenetet. A fényrekesz kezdeti sugarát meg kell határozni. Itt is célszerű ábrát készíteni.



A kísérleti elrendezés
(2pont)



A fényrekesz
(1pont)

$$r = \frac{a - 2l}{2} = \frac{10cm - 2 \cdot 2cm}{2} = 3cm = 3 \cdot 10^{-2} m$$ (1pont)

A fényrekesz kezdeti sugara (T_0 kezdeti hőmérsékleten mért sugara): $r = 3 \cdot 10^{-2} m$. (1pont)

A nyílás képe létrejön az ernyőn. Az R sugár (T_0 kezdeti hőmérsékleten mért sugár) meghatározása háromszögek hasonlósága alapján. Az $FTL_1\Delta \sim FE_2E_1\Delta$ teljesül. Ebből következik: $\frac{r}{D'} = \frac{R}{D + D'}$, (3pont)

$$R = \left(1 + \frac{D}{D'}\right) \cdot r = \left(1 + \frac{1{,}5m}{0{,}3m}\right) \cdot 3 \cdot 10^{-2} m = 0{,}18m.$$ (2pont)

A fényrekesz képének kezdeti sugara (T_0 kezdeti hőmérsékleten mért sugara): $R = 0{,}18m$.

A szoba levegőjének emelkedik a hőmérséklete. A nyílás úgy tágul, mintha a lemez anyagával lenne kitöltve (Gravesande-készülék). Tehát az r sugár Δr-rel növekszik a ΔT=10°C hőmérsékletváltozás hatására. A hőmérsékletváltozás után a sugár r_T.

$$\Delta r = \alpha \cdot r \cdot \Delta T,$$ (1pont)

$$r_T = r \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T).$$ (1pont)

Megmértük a hőmérsékletváltozás után az ernyőn a kép átmérőjét: $D_T = 3{,}601 \cdot 10^{-1} m$ (1pont)

Ebből a sugár: $R_T = \frac{D_T}{2} = 1{,}8005 \cdot 10^{-1} m$. (1pont)

Ismét alkalmazzuk a $FTL_1\Delta \sim FE_2E_1\Delta$ háromszögek hasonlóságát.

$R_T = \left(1 + \frac{D}{D'}\right) \cdot r_T$, (1pont)

$r_T = \frac{D'}{D + D'} \cdot R_T = \frac{3 \cdot 10^{-1} m}{1{,}5m + 3 \cdot 10^{-1} m} \cdot 1{,}8005 \cdot 10^{-1} m = 3{,}00083 \cdot 10^{-2} m$. (2pont)

Az r_T sugár: $r_T = 3{,}00083 \cdot 10^{-2} m$.

Ezek után a lineáris hőtágulásra vonatkozó egyenletből meghatározható az α lineáris hőtágulási együttható.

$\alpha = \frac{1}{\Delta T} \cdot \left(\frac{r_T}{r} - 1\right)$ (1pont)

$\alpha = \frac{1}{10°C} \cdot \left(\frac{3{,}00083 \cdot 10^{-2} m}{3 \cdot 10^{-2} m} - 1\right) = 2{,}76 \cdot 10^{-5} \frac{1}{°C}$ (2pont)

Végeredmény: a lineáris hőtágulási együttható: $\alpha = 2{,}76 \cdot 10^{-5} \frac{1}{°C}$

4) A Boeing 787 Dreamliner az egyik legújabb, legfejlettebb utasszállító repülőgép. Két darab hajtóműve egyenként 330 kN tolóerő kifejtésére képes. A repülőgép minimális üzemi (azaz utasok és rakomány nélküli) tömege 120 000 kg, szárnyainak összfelülete pedig 360 m^2. A repülőgép szárnyaira ható felhajtóerő az $F_{felh} = \rho v^2 CA/2$ képlettel számolható, ahol ρ a közeg sűrűsége (levegőre $\rho = 1{,}2928 kg/m^3$), v a repülőgép sebessége, C szárny alakját jellemző úgynevezett felhajtóerő-tényező (a megadott típusra $C = 0{,}25$), A pedig a szárnyak összfelülete.

a) Képes-e ez a repülőgép felszállni a budapesti repülőtér rövidebbik, 3010 m hosszúságú, kifutópályájáról, ha 200 fő, csomagjaikkal együtt átlagosan 100 kg tömegű utas, valamint az ő elszállításukhoz szükséges 20 000 kg üzemanyag is a fedélzeten van? (Feltételezzük, hogy a gép álló helyzetből indul.)

b) Mennyivel hosszabb kifutópályára van szükség az (a) feladatrészben leírt paraméterek mellett a repülőgép felszállásához, mint a minimális üzemi körülmények fennállása esetén?

a) A repülőgép össztömege a felvázolt esetben:

$m_{össz} = m_{\min} + N \cdot m_{utas} + m_{kerozin} = 120000kg + 200 \cdot 100kg + 20000kg = 160000kg$. (2pont)

Ez esetben a hajtóművek által biztosított gyorsulás: $a_{utas} = \frac{2 \cdot F_{toló}}{m_{össz}} = \frac{2 \cdot 330000N}{160000kg} = 4{,}125 \frac{m}{s^2}$. (3pont)

A repülőgép abban a pillanatban emelkedik el a talajtól, amikor a gép szárnyaira ható felhajtóerő megegyezik a repülőgép teljes súlyával, amiből a repülőgép felszállási sebessége meghatározható.

$m_{össz} \cdot g = \frac{\rho}{2} v_{felsz.}^2 CA$ (2pont) $\Rightarrow$

$$v_{felsz.} = \sqrt{\frac{2m_{össz} \cdot g}{\rho CA}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 160000kg \cdot 9{,}81m/s^2}{1{,}2928kg/m^3 \cdot 0{,}25 \cdot 360m^2}} = 164{,}26 \frac{m}{s} \left(= 591{,}3 \frac{km}{h}\right).$$ (2pont)

Mivel a gép álló helyzetből indul, így a felszállási sebesség eléréséhez szükséges idő $t = \frac{v}{a}$, az ez alatt megtett út pedig az $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ képlettel számítható, amiből: $s_{utas} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{felsz.,utasokkal}^2}{a_{utas}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(164{,}26m/s)^2}{4{,}125m/s^2} = 3270m$. (3pont)

A repülőgép tehát nem tud felszállni a budapesti reptér rövidebbik kifutópályájáról, mert az a szükségesnél (3270 m-3010 m=)260 m-rel rövidebb. (1pont)

b) A minimális üzemi tömeggel való felszálláshoz szükséges kifutópályahossz az előző esethez hasonlóan számolható.

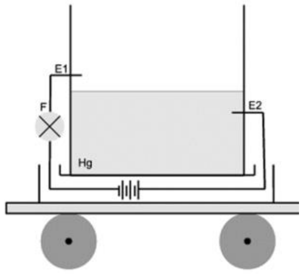
$a_{MÜT} = \frac{2F_{toló}}{m_{MÜT}} = \frac{2 \cdot 330000N}{120000kg} = 5{,}5 \frac{m}{s^2}$ (2pont)

$$v_{felsz.,MÜT} = \sqrt{\frac{2m_{MÜT} \cdot g}{\rho CA}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120000kg \cdot 9{,}81m/s^2}{1{,}2928kg/m^3 \cdot 0{,}25 \cdot 360m^2}} = 142{,}25\frac{m}{s}\left(= 512{,}1\frac{km}{h}\right)$$ (2pont)

$$s_{MÜT} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{felsz.,MÜT}^2}{a_{MÜT}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(142{,}25m/s)^2}{5{,}5m/s^2} = 1840m.$$ (2pont)

A különbség a szükséges úthosszak között $\Delta s = s_{utas} - s_{MÜT} = 3270m - 1840m = 1430m$. (1pont)

5) Egy kutatócsoport érkezett egy nemrég felfedezett Föld-típusú, légkörrel rendelkező bolygóra. Az ábrán látható berendezéssel próbálják kideríteni a planétára jellemző néhány fontos fizikai állandó értékét. A $78{,}5cm^2$ alapterületű, $10cm$ magas hengeres tartály oldalain elektródák (E_1, E_2) vannak. Az E_1 $6cm$ magasan helyezkedik el a tartály aljától számítva. A kutatók $5310g$ tömegű higanyt töltöttek a tartályba. A higanyszint az E_2 elektróda felett $1cm-re$ van. A járművet egy egyenes sínpályán egyenletesen gyorsítva indították el. Az áramkörben lévő fényforrás (F) felvillanását az indítástól számított 5 másodperc múlva érzékelték. Ekkor a berendezés már $35m-re$ távolodott a bázistól. A higany sűrűsége $13534\frac{kg}{m^3}$.



Hányszorosa a bolygó gravitációs gyorsulása a földinek? $\left(g_F = 9{,}81\frac{m}{s^2}\right)$

Először határozzuk meg a higany szintjét a hengerben, amíg a jármű nyugalomban van. A henger sugarát az alapterületből ki tudjuk számolni:

$T_{alap} = R^2\pi$ (1pont)

$$R = \sqrt{\frac{T_{alap}}{\pi}} = \sqrt{\frac{78{,}5cm^2}{\pi}} = 4{,}998cm \approx 5cm = 5 \cdot 10^{-2}m.$$ (1pont)

A higany tömegéből meghatározható a térfogata:

$$\rho_{Hg} = \frac{m_{Hg}}{V_{Hg}}$$ (1pont)

$$V_{Hg} = \frac{m_{Hg}}{\rho_{Hg}} = \frac{5310g}{13{,}534g/cm^3} = 392{,}345cm^3.$$ (1pont)

A térfogatból kiszámítható, hogy milyen magasan állt a higany kezdetben a tartályban.

$V_{Hg} = T_{alap} \cdot h_0$ (1pont)

$$h_0 = \frac{V_{Hg}}{T_{alap}} = \frac{392{,}345cm^3}{78{,}5cm^2} = 4{,}998cm \approx 5cm = 5 \cdot 10^{-2}m.$$ (1pont)

A jármű a_0=const. gyorsulással fog mozogni. (1pont)A higany felszíne a vízszintessel α szöget fog bezárni a mozgás során. (1pont) A felszín egy tetszőlegesen kiszemelt részecskéjére igaz, hogy rá $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$ nehézségi erő és a gyorsuló jármű miatt egy $-m \cdot \vec{a}_0$ (mozgással ellentétes irányú) erő is hat. A nyugvó (nem áramló) folyadékok szabad felszíne mindig merőleges a rá ható erők eredőjére, ezért az erők felszínnel párhuzamos komponenseire teljesülnie kell, hogy

$mg \cdot \sin\alpha = ma_0 \cdot \cos\alpha$ (2pont) $\Rightarrow tg\alpha = \frac{a_0}{g}$. (1pont)

(Tehát egy ún. tehetetlenségi erő lép fel a gyorsuló jármű rendszerében. A higany a tehetetlensége miatt „lemarad”.)

Ki kell számolni az egyenes sínpályán, egyenletesen gyorsuló jármű gyorsulását (a_0). A berendezés kezdősebessége: $v_0=0$, így felírható a következő egyenlet: $s = \frac{a_0}{2} \cdot t^2$.

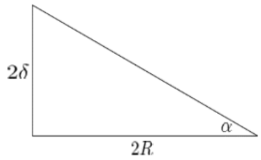
$$a_0 = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 35m}{25s^2} = 2{,}8\frac{m}{s^2}$$. (2pont)

Az elektródák helyzete a nyugalmi higanyfelszínhez képest:

$\delta_{E1} = h_{E1} - h_0 = 6cm - 5cm = 1cm$. (1pont)

Az E_2 a higanyszint alatt van δ=1 cm-rel: $\delta_{E2} = -1cm$. (1pont)

A fényforrás felvillanása akkor következik be, amikor mindkét elektróda érintkezik a higannyal. Kezdetben az E_1(E_2) elektróda a higany felszíne felett (alatt) helyezkedik el $\delta = 1cm$ -rel, így a következő derékszögű háromszögből kiszámítható az α szög tangense: $tg\alpha = \frac{\delta}{R}$ (2pont)



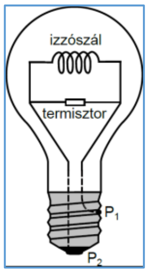
A bolygó gravitációs gyorsulását a következőképpen kapjuk:

$$\frac{g}{g_F} = A \qquad \Rightarrow \qquad g = A \cdot g_F$$ (1pont)

$$tg\alpha = \frac{a_0}{g} = \frac{a_0}{A \cdot g_F} \text{ és } tg\alpha = \frac{\delta}{R} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{a_0}{A \cdot g_F} = \frac{\delta}{R}$$. (1pont)

$$A = \frac{a_0 \cdot R}{g_F \cdot \delta} = \frac{2{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 5 \cdot 10^{-2}m}{9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 10^{-2}m} = 1{,}427$$. (1pont)

6) A karácsonyi izzósorban használatos villanykörték speciálisan kialakítottak, hogy ha az égősor egy tagja kiég, a többi izzó továbbra is világíthasson. Ennek érdekében az izzószállal párhuzamosan egy speciális elektronikai elemet, úgynevezett termisztort kötnek be az ábrán látható módon. Ezen termisztorok ellenállása a hőmérséklet növekedésével csökken. Amikor az izzószál ép, a termisztor ellenállása a szálénál nagyobb, így a villanykörtén átfolyó áram nagy része a fénykibocsátást biztosító szál melegítésére fordítódik, és csak kisebb része halad át termisztoron és fűti azt. Amikor az izzószál elszakad, a teljes áram a termisztort melegíti, és annak ellenállása így lecsökken annyira, hogy a sorba kötött izzósor működhessen. Egy ilyen izzó néhány működését vizsgáltuk.



a) Szobahőmérsékleten (25°C-on) lemérve a P_1 és P_2 pontok közti ellenállásra 1,992 Ω adódik. A villanykörtét a P_1 és P_2 pontokon keresztül 24 V-os tápegységére kötve, azon működés közben 1,324 A átfolyó áramot mérünk, miközben egy infrahőmérő szerint az izzószál 2500 °C hőmérsékletű. Az izzószál ellenállása szobahőmérsékleten 2Ω, 2500°C-on 23,78Ω. Határozza meg a termisztor ellenállását szobahőmérsékleten és működés közben!

b) A fenti eredmények alapján a villanykörte által működés közben felvett elektromos teljesítmény hány százaléka esik az izzószálra?

a) Az izzószál és a termisztor párhuzamosan van kapcsolva.

Szobahőmérsékleten:

$R_e = 1{,}992\Omega$, $R_{szál} = 2\Omega$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_{szál}} + \frac{1}{R_{termisztor}}$$ (1pont)

$$\frac{1}{R_{termisztor}} = \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_{szál}} = \frac{1}{1{,}992} - \frac{1}{2} = 0{,}002\frac{1}{\Omega}$$ (3pont) $\Rightarrow$ $R_{termisztor} = 498\Omega$. (1pont)

Működés közben:

$$R_e = \frac{U}{I} = \frac{24V}{1{,}324A} = 18{,}127\Omega$$ (3pont)

$$\frac{1}{R_{termisztor}} = \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_{szál}} = \frac{1}{18{,}127} - \frac{1}{23{,}78} = 0{,}013\frac{1}{\Omega}$$ (2pont) $\Rightarrow$ $R_{termisztor} = 76{,}25\Omega$ (1pont)

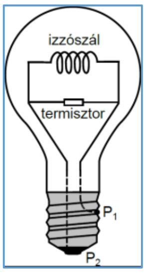
a) A villanykörte által felvett teljesítmény: $P_{körte} = U \cdot I = 24V \cdot 1{,}324A = 31{,}776W$. (3pont)

Az izzószálon eső teljesítmény: $P_{szál} = \frac{U^2}{R_{szál,2500°C}} = \frac{(24V)^2}{23{,}78\Omega} = 24{,}22W$.(3pont)

Az izzószálon eső teljesítmény és a villanykörte által felvett teljesítmény aránya:

$$\frac{P_{szál}}{P_{körte}} \cdot 100\% = \frac{24{,}22W}{31{,}776W} \cdot 100\% = 76{,}2\%.$$ (3pont)

7) A karácsonyi izzósorban használatos villanykörték speciálisan kialakítottak, hogy ha az égősor egy tagja kiég, a többi izzó továbbra is világíthasson. Ennek érdekében az izzószállal párhuzamosan egy speciális elektronikai elemet, úgynevezett termisztort kötnek be az ábrán látható módon. Ezen termisztorok ellenállása a hőmérséklet növekedésével csökken az $R_{term} = A \cdot e^{\frac{B}{T}}$ összefüggés szerint, ahol *A=0,0227 Ω* és *B=2980 K* a termisztort jellemző állandók, T az abszolút hőmérséklet. Amikor az izzószál ép, a termisztor ellenállása a szálénál nagyobb, így a villanykörtén átfolyó áram nagy része a fénykibocsátást biztosító szál melegítésére fordítódik, és csak kisebb része halad át termisztoron és fűti azt. Amikor az izzószál elszakad, a teljes áram a termisztort melegíti, és annak ellenállása így lecsökken annyira, hogy a sorba kötött izzósor működhessen. Egy ilyen izzó néhány működési paraméterét szeretnénk meghatározni.



a) Szobahőmérsékleten lemérve a P_1 és P_2 pontok közti ellenállásra 1,992 Ω adódik. A villanykörtét a P_1 és P_2 pontokon keresztül 24 V-os tápegységére kötve, azon működés közben 1,324 A átfolyó áramot mérünk, miközben egy infrahőmérő szerint az izzószál 2500 °C hőmérsékletű. Határozza meg hogy működés közben mekkora a termisztor hőmérséklete! (A wolfram izzószál hőfoktényezője $\alpha = 4{,}4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{°C}$.)

b) A fenti eredmények alapján a villanykörte által működés közben felvett elektromos teljesítmény hány százaléka esik az izzószálra?

Megoldás:

b) A termisztor ellenállása a megadott képlettel szobahőmérsékleten kiszámolható:

$$R_{term,25°C} = 0{,}0227\Omega e^{\frac{2980K}{298K}} = 500\Omega.$$ (2pont)

A szobahőmérsékleten az izzószál ellenállása meghatározható az eredő ellenállásból és a termisztor ellenállásából:

$$R_{ered.,25°C} = \frac{R_{term.,25°C} \cdot R_{szál,25°C}}{R_{term.,25°C} + R_{szál,25°C}}$$ (2pont)

$$R_{szál,25°C} = \frac{R_{term.,25°C} \cdot R_{ered.,25°C}}{R_{term.,25°C} - R_{ered.,25°C}} = \frac{500\Omega \cdot 1{,}992\Omega}{500\Omega - 1{,}992\Omega} = 2\Omega$$ (2pont)

Az izzószál hőmérséklet-változása a szobahőmérséklethez képest a működés során:

$$\Delta T = T - T_0 = 2500°C - 25°C = 2475°C.$$ (1pont)

Az izzószál ellenállása működés közben

$$R_{szál,2500°C} = R_{szál,25°C} \cdot (1 + \alpha \Delta T) = 2\Omega(1 + 4{,}4 \cdot 10^{-3} \frac{1}{°C} \cdot 2475°C) = 23{,}78\Omega.$$ (2pont)

Az eredő ellenállás működés közben $R_{ered.,műű.} = \frac{U}{I} = \frac{24V}{1{,}324A} = 18{,}127\Omega.$ (2pont)

A termisztor ellenállása tehát működés közben:

$$R_{term.,mük.} = \frac{R_{szál.,2500°C} \cdot R_{ered.,mük.}}{R_{szál.,2500°C} - R_{ered.,mük.}} = \frac{23{,}78\Omega \cdot 18{,}127\Omega}{23{,}78\Omega - 18{,}127\Omega} = 76{,}25\Omega.$$ (1pont)

A termisztor hőmérséklete működés közben

$$R_{term.} = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad \Rightarrow \quad T_{term.} = \frac{B}{\ln(R_{term.,mük.} / A)} = \frac{2980K}{\ln(76{,}25\Omega - 0{,}0227\Omega)} = 367K = 94°C.$$ (2pont)

c) A villanykörte által felvett teljesítmény: $P_{körte} = U \cdot I = 24V \cdot 1{,}324A = 31{,}776W$. (2pont)

Az izzószálon eső teljesítmény: $P_{szál} = \frac{U^2}{R_{szál,2500°C}} = \frac{(24V)^2}{23{,}78\Omega} = 24{,}22W.$ (2pont)

Az izzószálon eső teljesítmény és a villanykörte által felvett teljesítmény aránya:

$$\frac{P_{szál}}{P_{körte}} \cdot 100\% = \frac{24{,}22W}{31{,}776W} \cdot 100\% = 76{,}2\%.$$ (2pont)

8) A jávai lövőhal különlegessége, hogy az elsődleges táplálékául szolgáló rovarokat úgy fogja el, hogy a növényeken üldögélő áldozatát a víz alól egy vízsugárral spricceli le. (A víz törésmutatója 1,33.)

a) Jellemezze a teret, amelyet a víz feletti térből lát a hal?

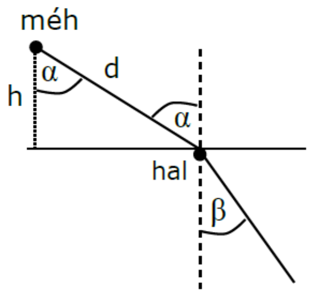
b) A víz felszíne felett 10 cm-re egy növény lóg be, amin egy méhecske pihen. Van-e esélye a közvetlenül a víz felszíne alatt elhelyezkedő halnak levadászni a méhecskét, ha a hal akkor veszi észre célpontját, amikor azt a függőlegeshez viszonyítva 40°-os szögben látja, a méh viszont elmenekül, ha 15 cm-nél közelebb jön hozzá a hal?

a) A hal látszólagos látóterét az angolul „Snell's window"-nak nevezett jelenség korlátozza. Az „ablak" mérete úgy kapható meg, ha megvizsgáljuk a víz felszínére merőleges síkban a fény törését. A kérdés: a teljes visszaverődésnek megfelelő sugármenetet megfordítva mekkora azon kúpnak a fél-nyílásszöge, amelyen kívül a víz alatti megfigyelő már nem lát semmit? A hal látóterét jellemző szög tehát: $\sin 90° = n_{víz} \cdot \sin \alpha_h \quad \Rightarrow \quad \alpha_h = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}33}\right) = 48{,}75°$.

A hal látótere tehát egy 48,75°-os félnyílásszögű (teljes szög 97,5°) kúp.

(A teljes visszaverődés szerepének felismerése:4pont, a számolás 6pont.)

b) A feladat az ábrán látható *d* távolság meghatározása *h* és β ismeretében:



$\sin \alpha = n_{víz} \sin \beta$ (2pont) $\Rightarrow$

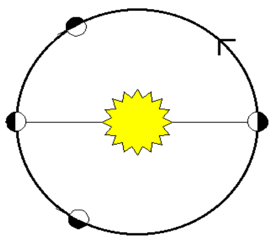
$\alpha = \arcsin(n_{víz} \sin \beta) = \arcsin(1{,}33 \cdot \sin 40°) = 58{,}75°$. (2pont)

A váltószögeknek köszönhetően d a derékszögű háromszög adataiból meghatározható: (2pont)

$\frac{h}{d} = \cos \alpha \quad \Rightarrow \quad d = \frac{h}{\cos \alpha} = \frac{10cm}{\cos 58{,}75°} = 19{,}3cm$. (2pont)

Mivel $19{,}3cm > 15cm$, a halnak van esélye mielőtt a méh észrevenné. (2pont)

9) Egy 71500 km sugarú exobolygó 778 millió km-re kering a csillagától. Mekkora az átlagos hőmérséklete ennek az exobolygónak, ha a központi égitest másodpercenként $3{,}84 \cdot 10^{26}$ J energiát bocsát ki? Ehhez használjuk ki, hogy a bolygó által egységnyi idő alatt elnyelt és kisugárzott összenergia egyenlőnek tekinthető: $P_{össz} = 4\pi R_b^2 \sigma T_b^4$, ahol R_b az exobolygó sugara, T_b a bolygó hőmérséklete és σ a Stefan – Boltzmann állandó. Emellett azt is vegyük figyelembe, hogy az exobolygó kémiai összetétele miatt a planéta a rá eső energiának csak a 48 %-át képes elnyelni.



$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

$R_b = 71500km = 7{,}15 \cdot 10^7 m$

$d = 778 millió km = 7{,}78 \cdot 10^{11} m$

$E_{csillag} = 3{,}84 \cdot 10^{26} W$

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

→ az exobolygó távolságában az egységnyi felületre egységnyi idő alatt jutó energia (fluxus):

$F = \frac{P_{csillag}}{4\pi d^2} = 50{,}48 \frac{W}{m^2}$ (5pont)

→ a bolygó megvilágított felszínére egységnyi idő alatt merőlegesen jutó energia:

$P_{bolygó} = F \cdot \pi R_b^2 = 8{,}11 \cdot 10^{17} W$ (5pont)

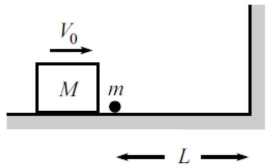
→ a bolygó által elnyelt összenergia időegységenként:

$P_{össz} = 0{,}48 \cdot P_{bolygó} = 3{,}89 \cdot 10^{17} W$ (5pont)

→ Kihasználva a feladat szövegében megadott összefüggést, a hőmérséklet:

$$T_b = \sqrt[4]{\frac{P_{össz}}{4\pi R_b^2 \sigma}} = 101{,}7K = -171{,}3^o C$$ (5pont)

10) Egy nagy tömegű téglatest V_0 sebességgel csúszik a súrlódásmentes asztalon a fal felé. Rugalmasan ütközik egy m tömegű labdának, amely kezdetben nyugalomban van, a faltól L távolságra. A labda csúszik a fal felé, rugalmasan visszapattan, majd folyamatosan oda-vissza mozog a téglatest és a fal között Mennyire közelíti meg a téglatest a falat? (Tegyük fel, hogy M>>m, a választ m/M-hez viszonyítva adja meg!)



Tekintsünk egyet az ütközések közül. Tegyük fel, hogy a faltól *l* távolságra következik be az ütközés, és tegyük fel, hogy *v* és *V* a labda és a téglatest ütközés utáni sebességei. Megmutatjuk, hogy $l(v-V)$ mennyiség minden ütközés esetén ugyanakkora.

A következő ütközésig eltelt időt *t*-vel jelölve felírhatjuk, hogy $Vt + vt = 2l$ (mert a két test által megtett utak összege 2l). Ezért a következő ütközés a faltól l' távolságra fog bekövetkezni, ahol

$$l' = l - Vt = l - \frac{2lV}{V+v} = \frac{l(v-V)}{v+V}$$ (1). (2pont)

Ezért: $l'(V+v) = l(v-V)$ (2). (2pont)

Ezután felhasználjuk, hogy rugalmas ütközés esetén a két test egymáshoz viszonyított (relatív) sebessége az ütközés előtt és az ütközés után megegyezik. (Ezt legkönnyebben a tömegközépponthoz rögzített koordinátarendszerben lehet látni, ahol egyértelműen kijön az energia- és impulzus-megmaradásból.) Ha v' és V' a következő ütközés utáni sebességek, akkor $v + V = v' - V'$ (3). (2pont)

A (3) összefüggést behelyettesítve a (2) egyenletbe a következőt kapjuk:

$l'(v' - V') = l(v-V)$ (2pont) (4).

Ezt az összefüggést kerestük.

Ez az állandó mennyiség a következőképpen értelmezhető: az első ütközés után M>>m miatt téglatest V_0 sebességgel mozog tovább, a labda sebessége pedig $2V_0$ lesz. ($M \cdot V_0 + m \cdot 0 = M \cdot V_0' + m \cdot v'$ (2pont) $\Rightarrow V_0 = V_0' + \frac{m}{M} \cdot v'$, (2pont)a tömegarány miatt $V_0 \approx V_0'$ és $v = 0$ Ezt behelyettesítve a (3) összefüggésbe kapjuk: $v' = 2 \cdot V_0$. (2pont)) Ezért az állandó $l(v-V)$ mennyiség egyenlő lesz a következővel: $L(2V_0 - V_0) = LV_0$. (2pont)

Legyen L_{min} a falhoz viszonyított legkisebb távolság. Amikor a téglatest eléri a legkisebb távolságot, sebessége nullára csökken, ekkor a rendszer teljes mozgási energiája a labdához tartozik. (2pont) Ezért a $v = V_0\sqrt{\frac{M}{m}}$; a (4) egyenlet alapján pedig

$LV_0 = L_{min}\left(V_0\sqrt{\frac{M}{m}} - 0\right)$. Így: $L_{min} = L\sqrt{\frac{m}{M}}$. (2pont)