Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2006 / 2007

2007. január 25. 14^{00}-17^{00}

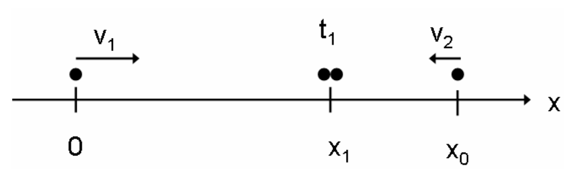
MEGOLDÓKULCS

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen az egyedi megoldások pontozását Önökre kell bízzuk.
A feladatok megoldásánál a g = 9,81 m/s² értéket használjuk. A megoldás *g* = 10 m/s² esetén is teljes értékűnek tekinthető.

1. feladat:

$v_1 = 2$ m/s, $v_2 = 1$ m/s $x_0 = 12$ m

Számoljuk ki, hogy hol és mikor találkozik a két test. Mivel a találkozásig egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek a testek:



$$x_1 - 0 = v_1 t_1 \qquad x_0 - x_1 = v_2 t_1$$ **2 pont**

Az egyenletrendszert megolva:

$$t_1 = \frac{x_0}{v_1 + v_2} = \underline{\underline{4s}} \qquad x_1 = \frac{x_0}{1 + \frac{v_2}{v_1}} = \underline{\underline{8m}}$$ **2 pont**

Teljesen rugalmas ütközés esetén igaz a lendület- és mozgásienergia-megmaradás törvénye. Tudván, hogy sebességet cserél a két test a megmaradási törvényeket felírva kapjuk:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = -m_1 v_2 + m_2 v_1$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_2^2 + \frac{1}{2} m_2 v_1^2$$ **2 pont**

Az egyenletrendszert megoldva kapjuk $m_1 = m_2 = m$ **1 pont**

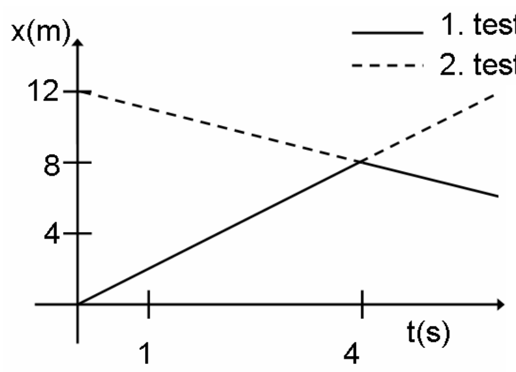
(Ha a diák csak a megmaradási törvényekre hivatkozva felírja a tömegek egyenlőségét maximális pont adható, ha nem hivatkozik a megmaradási törvényekre -1 pont)

Tökéletes rugalmas ütközés esetén a hely-idő függvények az 1. ábra mutatja:

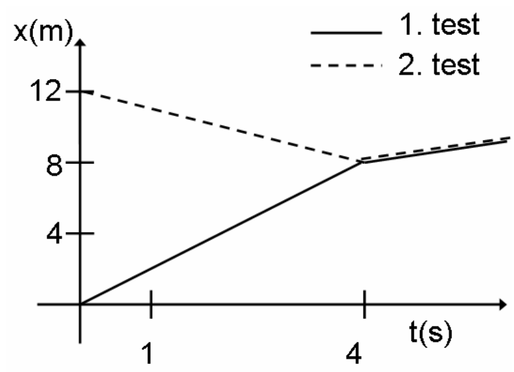
Tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén a testek együtt mozognak. Ekkor is igaz a lendület-megmaradás törvénye.

$$mv_1 - mv_2 = mv + mv \Rightarrow v = \frac{v_1 - v_2}{2} = 0{,}5\frac{m}{s}$$ **3 pont**

Tökéletes rugalmatlan ütközés esetén a hely-idő függvényeket a 2. ábra mutatja.



1. ábra: Tökéletesen rugalmas ütközés

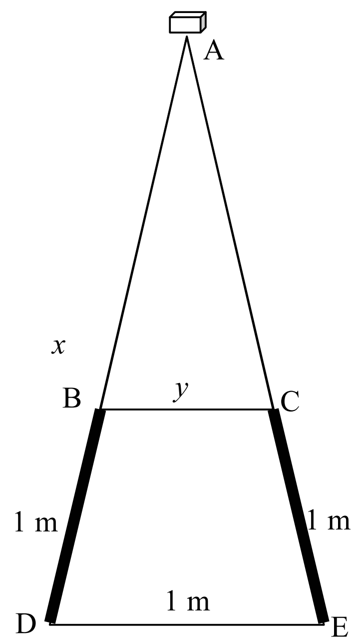


2. ábra: Tökéletesen rugalmatlan ütközés

Grafikonok értékelése:

Tengelyek felirattal, beosztással, mértékegységgel	**2+2 pont**
Hely-idő függvények helyes ábrázolása	**2+2 pont**
Jól látszik melyik testhez melyik grafikon tartozik	**1+1 pont**

2. feladat:



A megoldás alapja a hasonló háromszögek oldalainak arányossága. **2 pont**

A jelöléseket az ábrán mutatjuk be. A háromszögek A csúcsnál levő szöge közös, és a vele szemközti oldalak párhuzamosak, így az ABC háromszög hasonló az ADE háromszöghöz, vagyis

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AD}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{DE}}, \qquad \textbf{2 pont}$$

ahonnan:

$$\frac{x - 1\ \mathrm{m}}{x} = \frac{y}{1\ \mathrm{m}}.$$

Átrendezve:

$$x = \frac{1\ \mathrm{m}^2}{1\ \mathrm{m} - y}.$$

Az első esetben ez

$$\underline{\underline{x = 25\ \mathrm{m}}}. \qquad \textbf{4 pont}$$

Ha a trapéz oldalának mérésekor 2 mm-t tévedünk, vagyis a valós hossz 96,2 cm, vagy 95,8 cm, **2 pont**

akkor a távolságra rendre $x = 26{,}3\ \mathrm{m}$ vagy $x = 23{,}8\ \mathrm{m}$, **2 pont**

tehát a távolságmérés során elkövetett hiba $\underline{\underline{\Delta x = 1{,}3\ \mathrm{m}}}$. **2 pont**

Ha a trapéz rövidebb oldalát 99 cm-nek mérjük, akkor a tárgy távolsága a méterrúd felénk eső végétől: $\underline{\underline{x = 100\ \mathrm{m}}}$. **2 pont**

A 2 mm-es hibát figyelembe véve a távolság $x = 125\ \mathrm{m}$ vagy $x = 83{,}3\ \mathrm{m}$, **2 pont**

tehát az elkövetett hiba $\underline{\underline{\Delta x = 25\ \mathrm{m}}}$. **2 pont**

Ha a hiba számításakor csak az egyik irányban való eltérést veszi figyelembe, a pont akkor is jár.

Megjegyzés: a hiba pesszimista becslésekor az azonos mennyiség mérésekor meghatározott hibák közül a nagyobbat szoktuk megadni a mérés hibájaként.

3. feladat:

A test gyorsulása

$$a=\frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta t}=\frac{0{,}1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}3\ \mathrm{s}}=\frac{1}{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}=0{,}333\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$ **2 pont**

A mozgás első szakaszában a test 0 kezdősebességről az előbbi gyorsulással mozog, 1,2 s-ig. Ekkor sebessége és helyzete:

$$\mathrm{v}_0=a\cdot t=\underline{\underline{0{,}4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}\ \text{ és }\ s_1=\frac{1}{2}a\cdot t^2=\underline{\underline{0{,}24\ \mathrm{m}}}.$$ **2+2 pont**

A másik szakaszban a gyorsulás ellentettjére változik, és a test az imént számított kezdősebességgel indul.

0,9 s elteltével sebessége $\mathrm{v}=\mathrm{v}_0-a\cdot t=\underline{\underline{0{,}1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$, a <u>kezdeti irányba mutat</u>, **3+2 pont**

helyzete a kiindulóponttól $s=s_1+\mathrm{v}_0\cdot t-\frac{1}{2}a\cdot t^2=\underline{\underline{0{,}465\ \mathrm{m}}}$. **3 pont**

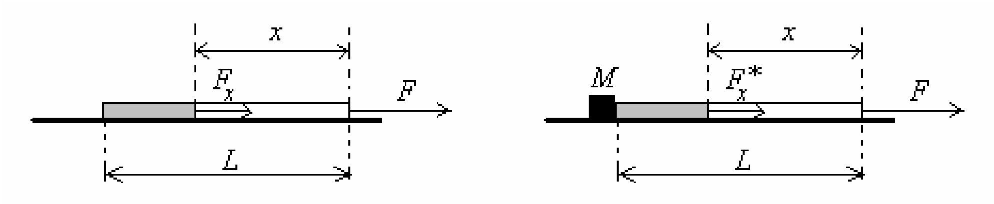
1,5 s után $\mathrm{v}=\underline{\underline{-0{,}1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$, az <u>eredeti iránnyal ellentétes</u>,

helyzete $s=\underline{\underline{0{,}465\ \mathrm{m}}}$, az előző helyzettel megegyezik. **2+2+2 pont**

4. feladat:

F= 1,2(m+M)g= 1,2(m+0,5m)g=1,8mg

A vízszintes mozgatás esete:



Az ábrán látható jelöléseket használjuk. Vizsgáljuk az egész kötél mozgását, majd a kötelet két részre osszuk fel, és tanulmányozzuk a szürke részének mozgását:

Terhelés nélküli eset:

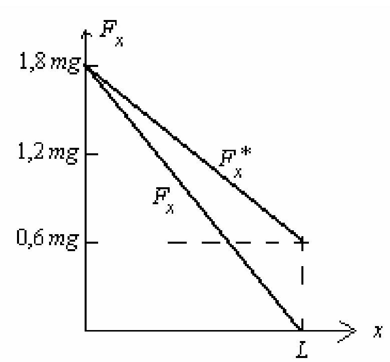
Az egész kötélre: $F=ma$, $innen\ a=\frac{1{,}8mg}{m}=\underline{\underline{1{,}8g}}.$

A szürke részre: $F_x=m\frac{L-x}{L}a=\underline{\underline{1{,}8mg(1-\frac{x}{L})}}.$ **3 pont**

Terhelés esetén:

Az egész kötélre: $F=(m+M)a^*$, innen $a^*=\frac{1{,}8mg}{1{,}5m}=\underline{\underline{1{,}2g}}.$

A szürke részre: $F^*=(m\frac{L-x}{L}+M)a^*=\underline{\underline{1{,}2mg(1{,}5-\frac{x}{L})}}$



3 pont

Az ábrázolásért 2+2 pont

Ugyanilyen jó megoldás az is, amikor először felírjuk a jobb oldalon látható esetre a mozgásegyenleteket, melyből következik M=0 esetben az első esetre vonatkozó megoldás.

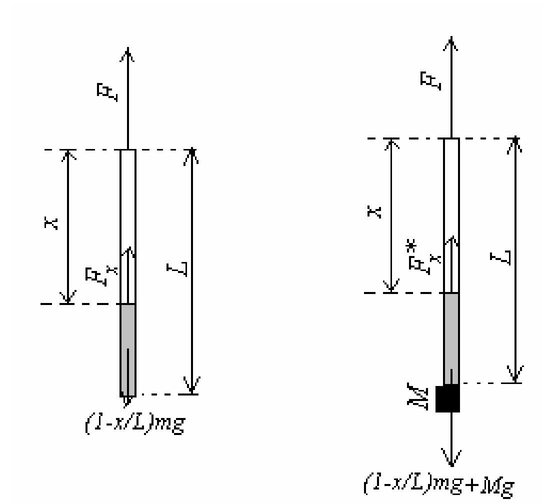
Függőleges mozgatás esete:
Itt is érdemes lerajzolni a két esetet.
M nélkül, függőleges mozgatáskor az egész kötélre és a szürke részre a mozgásegyenlet:

$F - mg = ma$, innen $a = \dfrac{F - mg}{m} = \underline{\underline{0{,}8g}}$.

$F_x - \dfrac{L-x}{L}mg = \dfrac{L-x}{L}ma = 0{,}8mg(1-\dfrac{x}{L})$.

Innen: $F_x = (1+0{,}8)mg\left(1-\dfrac{x}{L}\right) = \underline{\underline{1{,}8mg\left(1-\dfrac{x}{L}\right)}}$.

4 pont



M terheléssel: $F - (m+M)g = (m+M)a^*$, innen

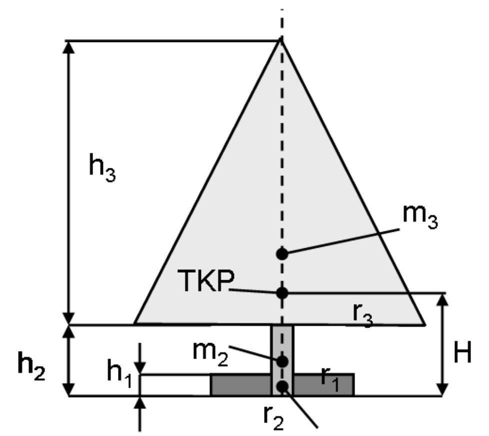
$a^* = \dfrac{F - 1{,}5mg}{1{,}5m} = \dfrac{1{,}8mg - 1{,}5mg}{1{,}5m} = \underline{\underline{0{,}2g}}$.

$F_x^* - ((1-\dfrac{x}{L})m + M)g = ((1-\dfrac{x}{L})m + M)a^*$.

Innen $F_x^* = ((1-\dfrac{x}{L})m + M)\left(a^* + g\right) = (1{,}5 - \dfrac{x}{L})m \cdot 1{,}2g = \underline{\underline{1{,}2mg(1{,}5 - \dfrac{x}{L})}}$. **4 pont**

A függvények pontosan megegyeznek a vízszintes helyzetben történő mozgatáskor kapott függvényekkel. **2 pont**

5. feladat:



Az ábra jelöléseit használva:
$h_1 = 6$ cm , $h_2 = 20$ cm , $h_3 = 150$ cm
$r_1 = 12$ cm , $r_2 = 5$ cm , $r_3 = 50$ cm
$V_1 = 2$ l

$\rho = 500 \dfrac{kg}{m^3}$

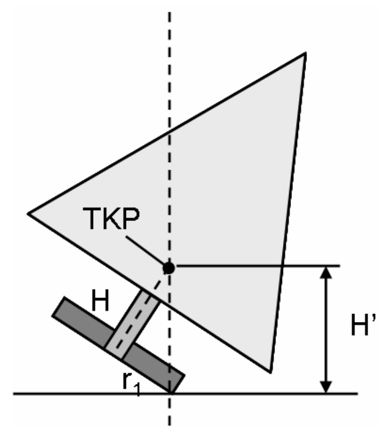
Először számoljuk ki a törzs és a korona tömegét:

$m_2 = \rho \cdot V = \rho \cdot {r_2}^2 \pi \cdot h_2 = 0{,}785kg$

$m_3 = m - m_2 = 9{,}215kg$ **2 pont**

A függvénytáblázatból kinézhető, hogy a kúp tömegközéppontja a szimmetriatengelyen az alaptól $\dfrac{h_3}{4} = 37{,}5cm$ távolságban van. A henger tömegközéppontja a szimmetriatengelyen a magasság felénél van, azaz mindkét alaptól $\dfrac{h_2}{2} = 10cm$ távolságban. A karácsonyfa tömegközéppontja a korona és a törzs tömegközéppontja közötti távolságot osztja a tömegekkel fordított arányban. A törzs tömegközéppontjától $\dfrac{m_3}{m}\left(\dfrac{h_3}{4} + \dfrac{h_2}{2}\right) = 43{,}77cm$ távolságban van, tehát $H = \underline{\underline{53{,}77cm}}$ **4 pont**

A karácsonyfára az általunk kifejtett erőn kívül a gravitációs erő és a nyomóerő hat. A fát addig kell forgatni amíg a tömegközéppontja a forgástengely fölé kerül, innentől kezdve magától feldől. A kezdeti állapottól a gravitációs erő munkája $W_g = mg(H - H')$, a nyomóerő nem végez munkát, tehát nekünk $W = -W_g = mg(H' - H)$ munkát kell végeznünk. (Feltételeztük, hogy a fa mozgási energiája nem változik lényegesen.) **6 pont**



H' távolságot Pitagorasz-tételből határozhatjuk meg:

$$H' = \sqrt{H^2 + r_1^2} = 55{,}09 cm$$

Ahonnan $W = mg(H' - H) = 1{,}298 J \approx \underline{\underline{1{,}3 J}}$ **2 pont**

A karácsonyfa feldöntéséhez 1,3 J munkát kell végezni. Ha a talpba vizet töltünk, akkor a tömegközéppont helyét változtatjuk meg. A betöltött víz tömege: $m_1 = 2 kg$ A feladat szöveg szerint a vízzel teletöltjük a talpat, azaz a víz tömegközéppontját a talp magasságának felénél van, a talajtól 3 cm távolságban. A karácsonyfa és a víz tömegközéppontja egymástól $d = H - 3$ cm = 50,77 cm távolságban van. Az eredő tömegközéppont ezt a távolságot osztja a tömegekkel fordított arányban. A talp tömegközéppontjától $\frac{m}{m_1 + m} d = 42{,}31 cm$ távolságban van, tehát az eredő tömegközéppont a talajtól $H_1 = 45{,}31 cm$ távolságban van. **4 pont**

Az előző gondolatmenetet megismételve kapjuk, hogy

$$H_1' = \sqrt{H_1^2 + r_1^2} = 46{,}87 cm$$

$$W_1 = (m + m_1) g (H_1' - H_1) = 1{,}837 J \approx \underline{\underline{1{,}8 J}}$$ **2 pont**

A karácsonyfa feldöntéséhez 1,8 J munkát kell végezni.
A várakozásnak megfelelően, ha a talpba vizet töltünk több munkát kell végezni a fa feldöntéséhez. Ugyanis mélyebbre került a tömegközéppont, így nagyobb tömeget kell magasabbra emelnünk.

Megjegyzés: A tömegközéppont magassága a $H = \dfrac{m_2 \frac{h_2}{2} + m_3 \left(\frac{h_3}{4} + h_2 \right)}{m} = 53{,}77 cm$ képlettel közvetlenül is meghatározható.

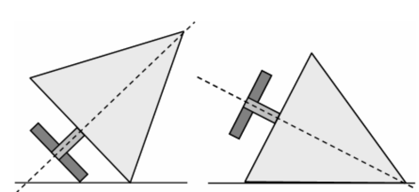
6. feladat:

A feladat első felének megoldása megegyezik az 5. feladat megoldásával.

Pontozzuk le az eddigi munkát a fentiek szerint, és az 5.feladatra kapott pontszámot szorozzuk meg 0,6-tal, és kerekítsük egészre.

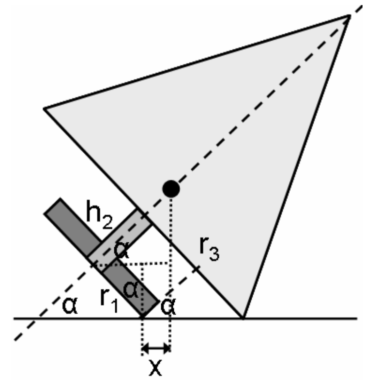
Az ábra jelöléseit használva:
$h_1 = 6$ cm , $h_2 = 20$ cm , $h_3 = 150$ cm
$r_1 = 12$ cm , $r_2 = 5$ cm , $r_3 = 50$ cm
$V_1 = 2$ l
$\rho = 500 \frac{kg}{m^3}$

Először el kell dönteni, hogy miután eldőlt a karácsonyfa az ábrákon látható két eset közül, melyik helyzetből kell



felállítani. Vizsgáljuk meg, melyik helyzet stabil egyensúlyi helyzete a fának!

1. eset: Az ábrán α -val jelölt szögek egyenlők, mert azonos állású szögek illetve merőleges szárú szögek. A derékszögű háromszögekben a megfelelő szögfüggvényeket felírva:



$tg\alpha = \dfrac{r_3 - r_1}{h_2} = 1{,}9 \Rightarrow \alpha = 62{,}24°$

$x = H \cdot \cos\alpha - r_1 \cdot \sin\alpha = 14{,}42 cm$

abban az esetben, amikor a talpat teletöltöttük:

$x_1 = H_1 \cdot \cos\alpha - r_1 \cdot \sin\alpha = 10{,}48 cm$

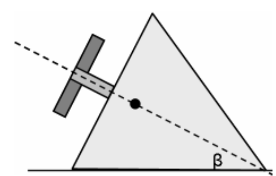
Ez azt jelenti, hogy a tömegközéppont mindkét esetben a talp és a korona érintkezési pontja között helyezkedik el. Tehát a helyzet stabil egyensúlyi helyzet. A tömegközéppont magassága a két esetben:

$H^* = H\sin\alpha + r_1\cos\alpha = 53{,}17 cm$ és $H_1^* = H_1\sin\alpha + r_1\cos\alpha = 45{,}68 cm$

A felállításhoz szükséges munka:

$W^* = mg(H' - H^*) = \underline{\underline{1{,}88 J}}$ ill. $W_1^* = (m + m_1)g(H_1' - H_1^*) = \underline{\underline{1{,}4 J}}$ **4 pont**

2. eset: Számoljuk ki a tömegközéppont és a fa csúcsa közötti távolságot: $d = h_2 + h_3 - H = 116{,}23 cm$ $d_1 = h_2 + h_3 - H_1 = 124{,}69 cm$



Jól látható, hogy mindkét esetben a tömegközéppont a koronában van. Az ábrát megnézve megállapíthatjuk, hogy mindkét esetben stabil egyensúlyi helyzetben van a fa. A derékszögű háromszögekben a megfelelő szögfüggvényeket felírva kiszámolhatjuk β értékét: $tg\beta = \dfrac{r_3}{h_3} = 0{,}33 \Rightarrow \beta = 18{,}43°$

és a tömegközéppont magasságát: $H^* = d \cdot \sin\beta = 36{,}75 cm$ $H_1^* = d_1 \cdot \sin\beta = 39{,}42 cm$. A fa felállításához szükséges munka:

$W^* = mg(H' - H^*) = \underline{\underline{18{,}0 J}}$ ill. $W_1^* = (m + m_1)g(H_1' - H_1^*) = \underline{\underline{8{,}77 J}}$ **4 pont**

7. feladat:

A kezdeti állapotban a tartályban és a hozzá csatlakozó csőben levő higanyszintek magassága megegyezik, vagyis a tartályban a nyomás megegyezik a légköri nyomással.

1 pont

A tartályban levő gáz állapotjelzői: p_0, V_0, T_0, N_0, a gáztörvény alapján: $N_0 = \dfrac{p_0 \cdot V_0}{k \cdot T_0}$.

Ha a tartályba bepréselünk még V_0 térfogatú gázt, akkor a tartályban levő gázmennyiség

$N_1 = \dfrac{p_0 \cdot V_0}{k \cdot T_0} + \dfrac{p_0 \cdot V_0}{k \cdot T_0} = \dfrac{p_1 \cdot V_0}{k \cdot T_0}$, vagyis az új nyomás p_1=2 p_0. **2 pont**

A higanyszint emelkedése a külső és belső nyomáskülönbségnek felel meg. A légköri nyomás tehát 76 cm magasságú higanyoszlop hidrosztatikai nyomásával tart egyensúlyt.

A második zacskó tartalmának betöltésekor

$N_2 = \dfrac{p_0 \cdot V_0}{k \cdot T_0} + \dfrac{2p_0 \cdot V_0}{k \cdot T_0} = \dfrac{p_2 \cdot V_0}{k \cdot T_0}$, ahonnan p_2=3 p_0. **4 pont**

A higanyoszlop magassága a légköri nyomás duplájával kell egyensúlyt tartson, ami 152 cm magas oszlop hidrosztatikai nyomásának felel meg, vagyis a higanyszint újabb 76 cm-t emelkedik. **4 pont**

Amikor a csapot kinyitjuk a 3 p_0 nyomású tartály és az üres zacskó között, akkor a gáz kitölti a rendelkezésre álló 2 V_0 térfogatot, vagyis

$N_2 = \frac{3p_0 \cdot V_0}{k \cdot T_0} = \frac{p_3 \cdot 2V_0}{k \cdot T_0}$, ahonnan p_3=1,5 p_0. **4 pont**

A higanyoszlop aljára és tetejére nehezedő nyomások különbsége a légköri nyomás fele, így magassága 38 cm. **4 pont**

Az első zacskó betöltése utáni állapothoz képest a higanyszint csökkent, hiszen az utolsó lépésben több gáz távozott a tartályból, mint amit a zacskóból a második lépésben beletöltöttünk.

1 pont

8. feladat:

T_1= 40ºC= 313 K, l_1=25 cm, p_{g1}= 7373 Pa, T_2= 60ºC= 333 K, l_2= 30,5 cm, p_{g2}= 19920 Pa, a cső keresztmetszetét jelöljük A-val.

A külső légnyomás p_0= ?

Legyen a bezárt levegő anyagmennyisége $n=N/N_A$, ahol N a bezárt levegőmolekulák száma, mely a kísérlet során nem változik. A bezárt térben levő vízgőz molekulák száma N_{v1} és N_{v2}. Felírjuk mindkét hőmérsékleten az állapotegyenletet, a gőzt ideális gázzal közelítve:

$$p_0 l_1 A = (N + N_{v1})kT_1,$$
$$p_0 l_2 A = (N + N_{v2})kT_2.$$
3 pont

A vízgőz parciális nyomását felhasználva, felírhatjuk a két állapotban a bezárt vízgőzre az állapotegyenletet:

$$p_{g1} l_1 A = N_{v1} kT_1,$$
$$p_{g2} l_2 A = N_{v2} kT_2.$$
3 pont

Az azonos állapotokra vonatkozó egyenleteket vonjuk ki egymásból:

$$(p_0 - p_{g1}) l_1 A = NkT_1,$$
$$(p_0 - p_{g2}) l_2 A = NkT_2,$$
4 pont

Ezekből az egyenletekből $\frac{Nk}{A}$-t kifejezve és a másik oldalakat egyenlővé téve kapjuk, hogy:

$$\frac{(p_0 - p_{g1})V_1}{T_1} = \frac{(p_0 - p_{g2})V_2}{T_2},$$
2 pont

innen $\frac{(p_0 - p_{g1})}{(p_0 - p_{g2})} = \frac{V_2}{V_1}\frac{T_1}{T_2} = \frac{l_2}{l_1}\frac{T_1}{T_2}$. Ezt alakítva $(p_0 - p_{g1}) = \frac{l_2}{l_1}\frac{T_1}{T_2}(p_0 - p_{g2})$

$$\left(1 - \frac{l_2}{l_1}\frac{T_1}{T_2}\right)p_0 = p_{g1} - \frac{l_2}{l_1}\frac{T_1}{T_2}p_{g2}$$

$$p_0 = \frac{p_{g1} - \frac{l_2}{l_1}\frac{T_1}{T_2} p_{g2}}{1 - \frac{l_2}{l_1}\frac{T_1}{T_2}}$$ **5 pont**

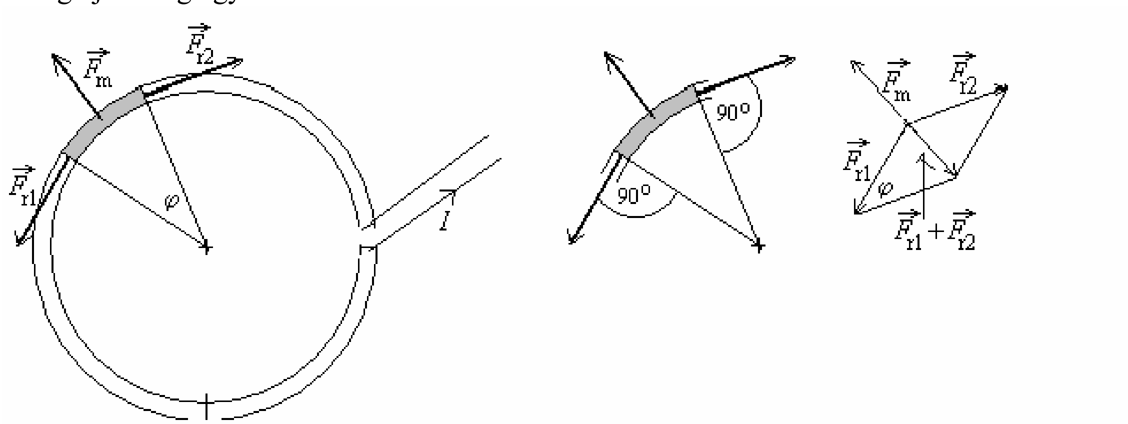
$$p_0 = \frac{-15470\text{Pa}}{-0{,}147} = \underline{\underline{1{,}05 \cdot 10^5 \text{Pa}}}.$$ **3 pont**

Egy, egyszerűbb megoldás is kívánkozik. Használjuk fel, hogy a bezárt levegő nyomása mindig a külső légnyomás és a víz telített gőze nyomásának a különbsége lesz.
Írjuk fel a bezárt levegőre az egyesített gáztörvényt, akkor azonnal a következő egyenletre jutunk: $\frac{(p_0 - p_{g1})V_1}{T_1} = \frac{(p_0 - p_{g2})V_2}{T_2}$, majd oldjuk meg a fentiek szerint. Ez a megoldás is teljes értékű.

9. feladat:

B = 0,06 T, I = 1,5 A, D= 1 N/m, L_0= 20 cm.
Ha a szalag bármely részén felveszünk egy pici szakaszt, amely már jó közelítéssel egyenesnek tekinthető, és meghatározzuk a mágneses tér által kifejtett erőt, azt kell megállapítanunk, hogy a pici darabra is és a mágneses indukcióra is merőleges, a hurokból kifelé mutat. A hurkot tágítani fogja, a szál rugalmassága miatt szimmetrikusan kör alakúra feszül ki. **4 pont**

Vizsgáljuk meg egy kis körívre ható erőket:



ábra az erőkkel: 4 pont

Az ábrán a φ szöget sokkal kisebbnek kell elgondolni, itt csak az ábrázolás megkönnyítése miatt ilyen nagy. A szürke vezetékdarabra a mágneses erőn kívül a szalagban ébredő erő hat, ez a két végen, arra merőlegesen lép fel, és ez a két, a szál rugalmas feszültségből eredő két erő merőleges a vezetékdarab végeihez húzott sugarakra, és egymással egyenlő nagyságúak. A három erő hatására a kijelölt vezetékdarab egyensúlyban van. A három erő támadáspontja nem esik egybe, de hatásvonaluk egy pontban metszi egymást. Az ábra zsúfoltságának elkerülése érdekében rajzoljuk le egy kiválasztott pontba a három erőt (jobb oldali ábrarészlet).
És most kell felhasználnunk, hogy a φ szög nagyon kicsi:
A vezetékdarab egyensúlyban van, ezért:

$$F_m = \left|\overrightarrow{F_{r1}} + \overrightarrow{F_{r2}}\right|.$$ **2 pont**

Ha a szöget radiánban mérjük és értéke kicsi, akkor az egyenlő szárú háromszög alapja közelíthető egy körívvel $\left|\overrightarrow{F_{r1}}+\overrightarrow{F_{r2}}\right| \approx F_{r1}\cdot\varphi$,

vagy azt is írhatjuk, hogy $\left|\overrightarrow{F_{r1}}+\overrightarrow{F_{r2}}\right| = 2F_{r1}\sin\frac{\varphi}{2} \approx F_{r1}\cdot\varphi$. **2 pont**

A mágneses erő: $F_m = B\cdot I\cdot\Delta l$, és használjuk fel, hogy $\Delta l = r\cdot\varphi$. **2 pont**

A két összefüggésből:

$$F_{r1}\cdot\varphi \approx B\cdot I\cdot r\cdot\varphi,$$

$$F_{r1} \approx B\cdot I\cdot r.$$

Ez a feszítőerő akkor ébred a szalagban, ha az ΔL-lel megnyúlik. Határozzuk meg ezt a megnyúlását:

$$F_{r1} = \left|-D\Delta L\right| \approx B\cdot I\cdot r,\ \text{azaz}\ \Delta L \approx \frac{B\cdot I\cdot r}{D} = \underline{2{,}86\ \text{mm}}.$$ **2 pont**

Kiszámítható a szalag kezdeti hosszából, árammentes esetben lehetséges sugara (, amely a kiinduló ábra szerint nem valósul meg) $r_0 = 31{,}83\,mm$.

Kifeszített, árammal átjárt esetben a sugár: $\underline{\underline{r = 32{,}29\ \text{mm}}}$ lesz, a szalag hossza pedig:

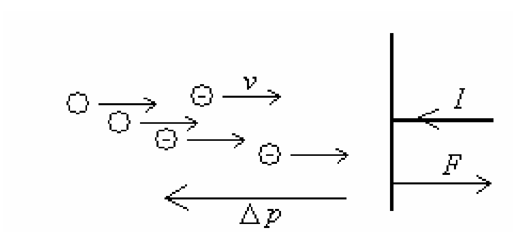
$$L = L_0 + \Delta L = \underline{\underline{20{,}286\ \text{cm}}}.$$ **2 pont**

akár r akár L megadásakor jár a pont

Ha megfordítjuk az áram irányát, akkor a szalag részeire az előző szimmetria-középpont felé fog mutatni az erő. Az bizonyosan állítható, hogy megváltozik a szalag alakja. Esetleg megcsavarodik a két rögzítési pont körül és zárlat keletkezik, nem folyik rajta áram, nincs mágneses erő.
Összelapul egymáshoz a két fémszalag, és ha nem lenne zárlat, akkor ezek taszítják egymást, a külső mágneses tér hatására ez az állapot is megmaradhat. Kevésbé valószínű, hogy ez megvalósul. **2 pont**

10. feladat

U= 5000 V, I = 50 μA, m_{el}=9,1·10^{-31}kg, Q_{el}=1,6·10^{-19}C. Kérdés: F=?



A felgyorsított elektronok a lemezhez kötött vezetéken keresztül zárják az áramkört, és a vezetékben elhanyagolható sebességgel haladnak. A becsapódáskor megváltozik az impulzusuk (lendületük), ezt a lemez által kifejtett erőlökés okozza, az ehhez tartozó ellenerő hat a lemezre. **3 pont**

Az elektronokon a katódból való kilépésük utáni gyorsító tér munkát végez, ezzel mozgási energiájuk megváltozik, ebből kiszámítható a becsapódás előtti sebességük, impulzusuk:

$$Q\cdot U = \frac{1}{2}m_{el}v^2,\ \text{innen}\ v = \sqrt{\frac{2QU}{m_{el}}} = \underline{4{,}19\cdot10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}.$$ **3 pont**

Még megengedhető a klasszikus számolás.

És $p = m_{el}\cdot v = \sqrt{2QUm_{el}} = \underline{3{,}813\cdot10^{-23}\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}}$. **1 pont**

Az erőhatást a Δt idő alatt becsapódó ΔN számú elektron impulzusváltozásából határozzuk meg. ΔN-t az áramerősség határozza meg: $\Delta N = \frac{I\Delta t}{Q}$. **2 pont**

egy elektronra az impulzusváltozás: $|\Delta p| = |0 - p| = p$. **2 pont**

A lemezre ható erő irányát az ábra mutatja,
nagysága:

$$F = \frac{\Delta(N \cdot p)}{\Delta t} =$$ **4 pont**

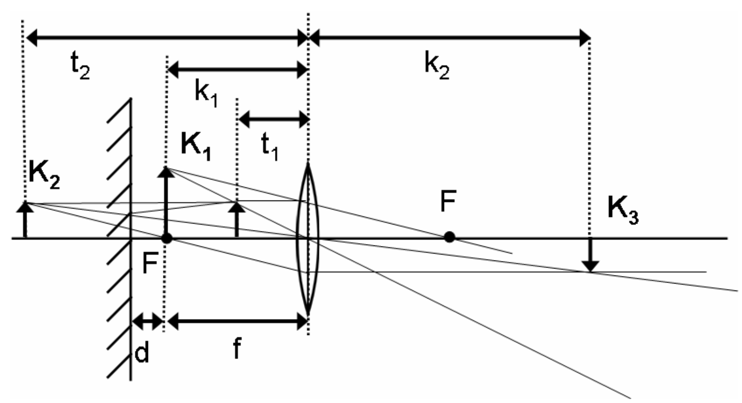
$$= \frac{|0 - (\Delta N)p|}{\Delta t} = \frac{\Delta N}{\Delta t} p = \frac{\Delta N Q}{\Delta t}\frac{p}{Q} = I\frac{p}{Q} = I\sqrt{\frac{2Um_{el}}{Q}}.$$ **2 pont**

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{1{,}19 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}}}.$$ **3 pont**

11. feladat:

$f = 20$ cm, $t_1 = 10$ cm $d = 5$cm

Az ábrán látható hogyan szerkeszthetők meg a képek. A tárgyról 3 kép keletkezik. K_1, K_2 és K_3 **4 pont**



A K_1 kép helyzetét a lencsetörvényből számolhatjuk.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{k_1} \Rightarrow k_1 = \frac{f \cdot t_1}{t_1 - f} = \underline{\underline{-20cm}}$$

A negatív előjel virtuális képet jelent. **4 pont**

A tárgyról a tükör is készít egy virtuális képet a tükör mögött 15 cm távolságban K_2, azaz a lencsétől $t_2 = 40$ cm távolságban. **3 pont**

Ez a képet a lencse leképezi, a K_3 kép képtávolságát a lencsetörvényből kapjuk.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t_2} + \frac{1}{k_2} \Rightarrow k_2 = \frac{f \cdot t_2}{t_2 - f} = \underline{\underline{40cm}}$$ **4 pont**

A lencse felől belenézve nyilván csak két képet láthatunk K_1 és K_3.
Ha messze vagyunk a lencsétől, akkor mindkét képet láthatjuk. **2 pont**

A K3 képet akkor látjuk jól, ha a képtől legalább a tisztalátás távolságából nézünk vissza. Ha a lencséhez közelebb vagyunk, mint a K3 kép, akkor a szemünk a sugarakat a retina elé képezi le, (éles) képet nem láthatunk. A lencséhez közel csak K1 képet látjuk **3 pont**