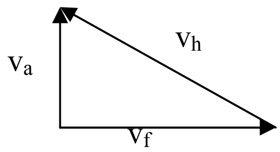
Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldóverseny
2005
MEGOLDÁSOK

1. feladat



Adatok: *d*=2 km=2000 m $v_f = 3\frac{m}{s}$

$v_h = \frac{1km}{3{,}7\min} = 4{,}5\frac{m}{s}$ *(2 pont)*

(ábra 3 pont)

Az *AK* úton a hajó sebessége merőleges a partra, ez az ábrán látható módon lehetséges.

Innen Pitagorasz tétellel: $v_a = \sqrt{v_h{}^2 - v_f{}^2} = 3{,}35\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

(2 pont)

Visszafelé a hajó ugyanakkora sebességgel mozog. *(1 pont)*

Így az oda-vissza úthoz szükséges idő: $t_a = \frac{2d}{v_a} = 1193\mathrm{s}$ *(2 pont)*

A KB úton a hajó sebessége $v_1 = v_h + v_f = 7{,}5\frac{m}{s}$ *(3 pont)*

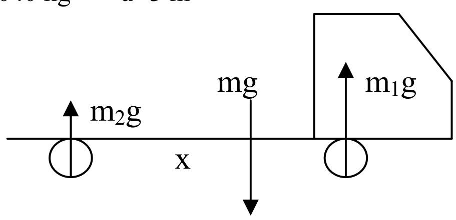
A BK úton a hajó sebessége $v_2 = v_h - v_f = 1{,}5\frac{m}{s}$ *(3 pont)*

Így az oda vissza út megtételéhez szükséges idő: $t_b = \frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2} = 1600\mathrm{s}$ *(2 pont)*

A hajó **A** városból fordul meg hamarabb. $\Delta t = t_b - t_a = 407s$ -mal rövidebb idő alatt. *(2 pont)*

2. feladat

Adatok: m_1=1134 kg m_2=680 kg m_1'=1588 kg m_2'=2040 kg *d*=3 m



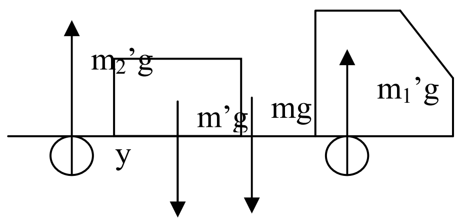
Amikor egy kisteherautó az első kerekeivel rááll a mérleg lapjára az m_1=1134 kg -ot mutat. Ez azt jelenti, hogy az első kerek a talajra m_1g nyomóerőt fejtenek ki, tehát Newton III. törvényének értelmében a kerekek ugyanekkora tartóerővel hatnak a kerekekre. (Az erők iránya függőleges.)

(1 pont)

Amíg nincsen rakomány:

A teherautóra ható erők eredője 0 *(1 pont)*:

$\mathrm{mg} = \mathrm{m}_1\mathrm{g} + \mathrm{m}_2\mathrm{g} = 1814\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 17{,}8kN$ *(2 pont)*



Tegyük fel, hogy a tömegközéppont a hátsó keréktől x távolságban van. Bármely pontra nézve a testre ható forgatónyomatékok eredője 0. *(1 pont)*

A hátsó kerékre felírva:

$m_1 g \cdot d = mg \cdot x$, ahonnan $x = \frac{m_1}{m} d = 1{,}875\,\mathrm{m}$ *(5 pont)*

Írjuk fel a teherautókra ugyanezeket az egyenleteket miután megpakolták: *(1 pont)*

$mg + m'g = m_1 g + m_2 g \Rightarrow m' = 1814kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 17{,}8kN$ *(3 pont)*

$m_1' g \cdot d = mg \cdot x + m'g \cdot y \Rightarrow y = \frac{m_1' \cdot d - m \cdot x}{m'} = 0{,}751m$ *(6 pont)*

3. feladat

Adatok: h=10m m=0,03kg $v_0 = 300\frac{m}{s}$ M=2kg

Amikor a golyó belefúródik a madárba akkor egy rugalmatlan ütközés zajlik le. Az ütközés után a madár és a golyó kelet felé mozog vízszintes v sebességgel. *(2 pont)*

A lendületmegmaradás törvényét alkalmazva: $mv_0 = (m+M)v$ *(4 pont)*

Melyből: $v = \frac{m}{m+M}v_0 = 4{,}433\frac{m}{s}$ *(3 pont)*

A továbbiakban egy v kezdősebességű vízszintes hajítással írhatjuk le a jelenséget, a hajítás távolságát kell kiszámítani. *(2 pont)*

Az esési idő: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1{,}428s$ *(3 pont)*

A hajítás távolsága: vt=6,330 m *(4 pont)*

A vadászkutya a madarat a fától keletre 6,33 m távolságban találja meg. *(2 pont)*

4. feladat

Adatok: Δp_1=80Pa Δp_2=100Pa ρ=1000kg/m^3

A lábos alapterülete: A_0, a konzervek alapterülete $A=xA_0$

A lábosban kezdetben a víz magassága h_0, majd a konzervek betétele után rendre: h_1, h_2, h_3.

A lábosban lévő víz mennyisége nem változik, így:

$$A_0h_0 = (A_0 - A)h_1 = (A_0 - 2A)h_2 = (A_0 - 3A)h_3 \quad \textit{(4 pont)}$$

Átalakítva: $h_0 = (1-x)h_1 = (1-2x)h_2 = (1-3x)h_3$

A hidrosztatikai nyomások: $p_i = \rho \cdot h_i \cdot g$, i=0, 1, 2, 3

A hidrosztatikai nyomásváltozások:

$$\Delta p_1 = p_1 - p_0 = \rho \cdot h_1 \cdot g - \rho \cdot h_0 \cdot g$$

$$\Delta p_2 = p_2 - p_1 = \rho \cdot h_2 \cdot g - \rho \cdot h_1 \cdot g \quad \textit{(4 pont))}$$

A fenti egyenletrendszert megoldva kapjuk:

$$x = \frac{1 - \frac{\Delta p_1}{\Delta p_2}}{2} = \frac{1}{10} \quad \textit{(3 pont)}$$

és $$h_1 = \frac{\Delta p_1}{x\rho g} = 8{,}15cm \quad \textit{(2 pont)}$$

Vízmagasságok: $h_0 = (1-x)h_1 = 7{,}34cm$ $h_2 = \frac{1-x}{1-2x}h_1 = 9{,}17cm$ $h_3 = \frac{1-x}{1-3x}h_1 = 10{,}5cm$

Mivel az alapterületek arány 1:10, ezért az átmérők aránya 1:$\sqrt{10}$ =1:3,16. Tehát a lábos átmérője több mint 3-szorosa a konzervének, ami azt jelenti, hogy 3 konzerv akár egy átló mentén, egymás mellett is elfér. *(4 pont)*

Berakhatjuk a 3. konzervet is, ekkor a nyomásváltozás:

$$\Delta p_3 = p_3 - p_2 = \rho \cdot h_3 \cdot g - \rho \cdot h_2 \cdot g = \rho \cdot (h_3 - h_2) \cdot g = \cancel{257Pa}=\underline{130{,}5\ Pa} \quad \textit{(3 pont)}$$

5. feladat

Adatok: α= 1,62·10^{-5} 1/°C, l_0=1 m, d_0= 1,2 mm

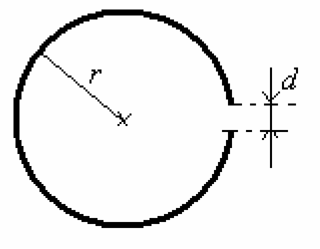
A meggondolásoknál feltételezzük, hogy a melegedés során csak a hőtágulás miatt változik meg a rúd mérete, bármely lineáris mérete α hőtágulási együtthatónak megfelelő mértékben változik meg.

A rúd keresztirányú lineáris méreteit is elhanyagoljuk a hosszához képest.

Először meghatározzuk a hőmérséklet változást:

$l_1=l_0(1+\alpha\Delta T)= l_0+d_0$, innen $\Delta T=\dfrac{d_0}{\alpha l_0}=\underline{\underline{74{,}1^0 C}}$. *8 pont*

A kör kerülete a két hőmérsékleten:



$k_0 = 2r_0\pi = d_0 + l_0$

$k_1 = 2r_1\pi = d_1 + l_1$, ahol $r_1 = r_0(1+\alpha\Delta T)$.

Innen

$d_1 = 2r_0(1+\alpha\Delta T)\pi - l_0(1+\alpha\Delta T) = (1+\alpha\Delta T)(2r_0\pi - l_0) = d_0(1+\alpha\Delta T) = \underline{\underline{1{,}201 mm}}$.

A rés minimálisan tágult csak: Δd=1,44 μm. *12 pont*

6. feladat:

Adatok: $m_i = m_{N2}$=0,5 kg, W_m = 10000 Nm = 10000 J, E_e = 15000 J, ΔT_i = 47,0 ºC, ΔT_{N2} = 50,2 ºC, c_{vN2} = 741,1 J/kg·ºC

A tartály merev falú, ezért a gáz térfogata állandó.
A gázon végzett munka illetve a gázzal közölt energia a gáz belső energiájának növelésére és a tartály felmelegítésére fordítódik.

Az első főtétel: $\Delta E_b = -Q_{fal} + E_e + W_m$

Q_{fal}, a tartály falának felmelegítésére fordított energia: $Q_{fal} = C_{fal}\cdot\Delta T$

A belső energia-változás: $\Delta E_b = c_v\cdot m\cdot\Delta T$

Így az első főtétel: $c_v\cdot m\cdot\Delta T = -C_{fal}\cdot\Delta T + E_e + W_m$ *10 pont*

Nitrogén esetén:

$$C_{fal} = \frac{E_e + W_m - c_{v,N2}\cdot m_{N2}\cdot\Delta T_{N2}}{\Delta T_{N2}}$$

C_{fal} = 127,5 J/K *5 pont*

Ismeretlen gáz esetén, az előbb meghatározott hőkapacitással:

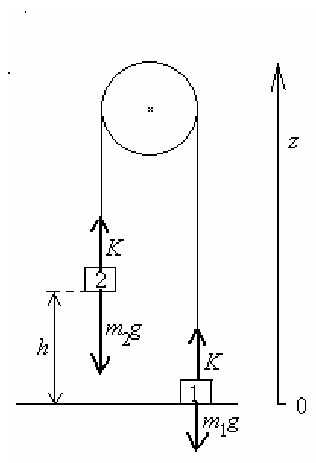
$$c_{vi} = \frac{E_e + W_m - C_{fal}\cdot\Delta T_i}{m_i\cdot\Delta T_i}$$

$\underline{\underline{c_{vi} = 808{,}8 \text{ J/kg·K}}}$ *5 pont*

7. feladat

Adatok: m_1= 2 kg, m_2= 3 kg, h= 2 m, g= 9,81 m/s^2

I. szakasz: A két test azonos nagyságú sebességgel és gyorsulással mozog. A mozgásegyenletek:



$K-m_1g=m_1a$

$m_2g-K=m_2a$

$a=\dfrac{g}{5}$, $v=a\cdot t$, $z=\dfrac{1}{2}at^2$.

Ez addig igaz, amíg a 2-es test le nem ér a földre, ekkor
z= h=2 m.

Az első szakaszt megteszi:

$t_1=\sqrt{\dfrac{2h}{a}} = \underline{1{,}43 \text{ s}}$,

végsebessége v_1= $\underline{2{,}80 \text{ m/s}}$. *5 pont*

A 2-es test földre érésekor meglazul a kötél, a 2-es test néhány ütközéssel biztosan elveszíti a mozgási energiáját, az 1-es test, pedig v_1 sebességgel függőleges hajítást végez, egészen a fonál megfeszüléséig, amikor 2 m magasságba visszaér.

3 pont

Az emelkedés ideje:

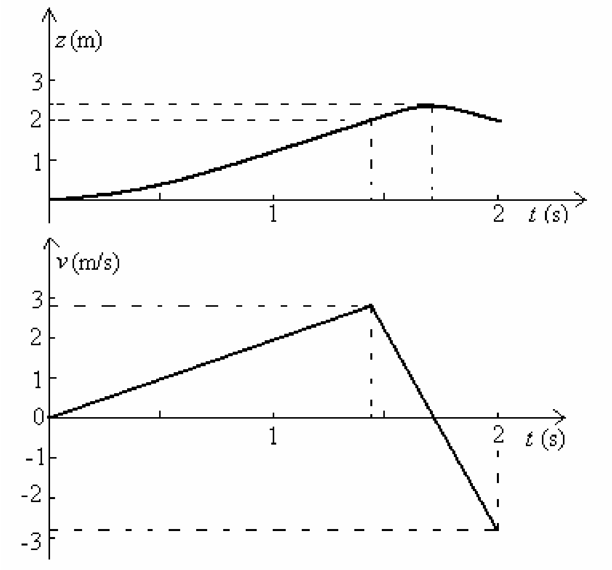
$\Delta t_2 = \frac{v_1}{g}$ = <u>0,285 s,</u> a legmagasabb pontban indulás után <u>t_2= 1,715 s</u>-ban lesz. *2 pont*

Az emelkedés magassága:

Δz_2= <u>0,400 m</u>, a legmagasabb pont <u>z_2= 2,4 m</u>. *3 pont*

A kötél megfeszüléséig eltelik $\Delta t_3=\Delta t_2$= <u>0,285 s</u>, az indulástól eltelt idő <u>t_3= 2 s</u>.

A visszaérkezés pillanatában a sebessége $v_3=-v_1$= <u>−2,80 m/s</u>. *3 pont*



4 pont

8. feladat

Adatok: a=0,91 m, m=34 kg, T1= 0°C, T2= 26 °C, λ= 0,042 $\frac{J}{m\cdot s\cdot °C}$, L_0=333,7kJ/kg, t=2·24·3600 s

Feltételezzük, hogy a kocka alja kicsi keresztmetszetű rossz hővezető tartókon nyugszik, és lényegében minden oldalról levegő veszi körül. A hőátadást minden oldalon azonosnak tekintjük, bár a levegő áramlása miatt ez szigorúan nem helyes.

A jég megolvasztásához szükséges hő:

$Q_{olv}=L_0\cdot m$, *2 pont*

A beszivárgó hő egyenesen arányos a kocka felszínével és fordítva arányos a szigetelő réteg vastagságával:

$Q_{be}=\lambda t\Delta T\,\frac{6a^2}{d}$. *10 pont*

Annak feltétele, hogy jég maradjon: $Q_{be}\langle Q_{olv}$ *4 pont*

Innen $d\rangle\frac{\lambda\cdot 6a^2\cdot t\cdot\Delta T}{m\cdot L_0}\approx \underline{\underline{8,3cm.}}$ *4 pont*

9. Q = –3 μC, q = –8 μC, d = 0,045 m = 45 mm, m = 7,2 g = 0,0072 kg, v = 65 m/s.
s = ? amikor v= 0.

A részecskére csak a Q töltés elektromos mezeje hat (fékezi), és így érvényes az energiamegmaradás törvénye:

$$E_0 = k\frac{qQ}{d}+\frac{1}{2}mv^2 = k\frac{qQ}{x}.$$ *10 pont*

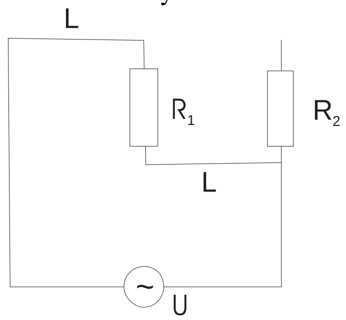
$$E_0 = 9\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\frac{(-3\cdot 10^{-6}\mathrm{C})\cdot(-8\cdot 10^{-6}\mathrm{C})}{0{,}045\,\mathrm{m}} + \frac{1}{2}0{,}0072\,kg\cdot 65^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 20{,}01\ \mathrm{J}.$$

$$x = \frac{kqQ}{E_0} \Rightarrow x = 9\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\frac{(-3\cdot 10^{-6}\mathrm{C})\cdot(-8\cdot 10^{-6}\mathrm{C})}{20{,}01\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}} = \underline{10{,}8\ \mathrm{mm}}.$$ *8 pont*

A részecske útja $s = d - x = (45 - 10{,}8)$ mm $= \underline{\underline{34{,}2\ \mathrm{mm}}}$. *2 pont*

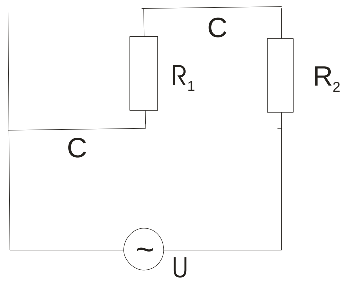
10. feladat

a) Alacsony frekvencián ($\omega \approx 0$) $L\omega \approx 0$, $\frac{1}{C\omega} \approx \infty$. A kapcsolásban a tekercs helyett ellenállás nélküli szakaszt, a kondenzátor helyett szakadást vehetünk: *5 pont*



Áram csak az R_1 ellenálláson folyik át: $I_0 = \frac{U}{R_1}$. *2 pont*

b) Nagyon magas frekvencián ($(\omega \approx \infty)$), $L\omega \approx \infty$, $\frac{1}{C\omega} \approx 0$. A kapcsolásban a tekercs helyett szakadást, a kondenzátor helyett ellenállás nélküli szakaszt vehetünk: *5 pont*



Áram a sorba kapcsolt ellenállásokon folyik át: $I_\infty = \frac{U}{R_1 + R_2}$ *3 pont*

A feladat szerint $I_0 = 4I_\infty$, azaz $\frac{U}{R_1} = 4\frac{U}{R_1 + R_2}$. Ebből $\underline{\underline{R_2 = 3R_1}}$. *5 pont*

11. feladat:

A részecskékre ható súlyerő sokkal kisebb, mint a Lorentz erő. Ezért a súlyerőt nem vesszük figyelembe.
A deuteron egy protonból és egy neutronból álló részecske, eltekintve a proton és neutron tömege közti különbségtől a deuteron tömege a proton tömegének kétszerese, illetve a neutron semleges révén a proton és a deuteron részecske töltése megegyezik. *2 pont*

Adatok: $q_p = q_d = q$, $m_p = m$, $m_d = 2\cdot m$, $r_p = 15$ cm

I. A részecskék mozgási energiája azonos:

$$\frac{1}{2}\cdot m_p\cdot v_p{}^2 = \frac{1}{2}\cdot m_d\cdot v_d{}^2$$ *3 pont*

Behelyettesítve az adatokat: $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_p{}^2 = \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot v_d{}^2$

Kifejezve a deuteron sebességét:

$$v_d = \frac{v_p}{\sqrt{2}}$$ *2 pont*

II. Mágneses térben mozgó töltött részecskére a Lorentz ($\vec{F}_l = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$)erő hat. Mivel a részecskék a mágneses indukcióra merőlegesen lépnek a kamrába, ezért az erő nagysága:

$$F_l = q \cdot v \cdot B\ .$$

Iránya, mindig a részecskék sebességére merőleges, ezért a részecskék körpályán mozognak. A részecske mozgásegyenlete:

$$m \cdot a_{cp} = q \cdot v \cdot B$$

és figyelembe véve, hogy: $$a_{cp} = \frac{v^2}{r}$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B\ .$$

5 pont

Kifejezve a körpálya sugarát:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$ *1 pont*

Így a proton és a deuteron esetén:

$$r_p = \frac{m \cdot v_p}{q \cdot B}$$

$$r_d = \frac{2 \cdot m \cdot v_d}{q \cdot B}$$ *2 pont*

Behelyettesítve a deuteron sebességére nyert kifejezést:

$$r_d = \frac{2 \cdot m \cdot (v_p / \sqrt{2})}{q \cdot B} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m \cdot v_p}{q \cdot B}\ .$$ *2 pont*

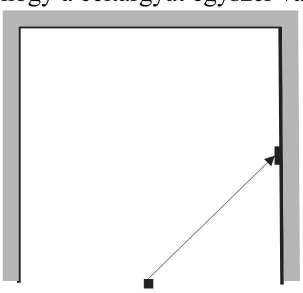
A proton esetén kapott kifejezést behelyettesítve:

$$r_d = \sqrt{2} \cdot r_p$$ *2 pont*

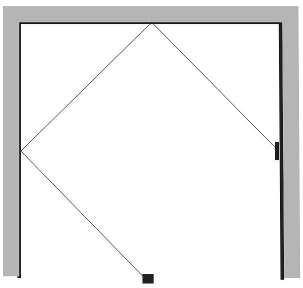
$$\underline{\underline{r_d = 21{,}21\ \text{cm}}}$$ *1 pont*

12. feladat

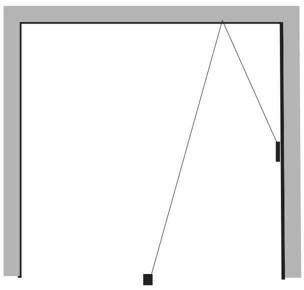
Mivel a visszaverődés szöge a beesés szögével egyenlő a lehetséges fényutakat szerkesztéssel úgy kapjuk meg, hogy a céltárgyat egyszer vagy többször tükrözzük a doboz falaira.



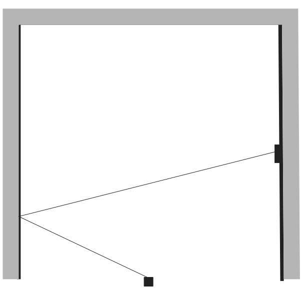
2 pont



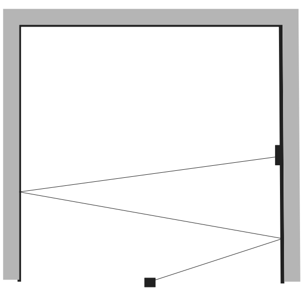
4 pont



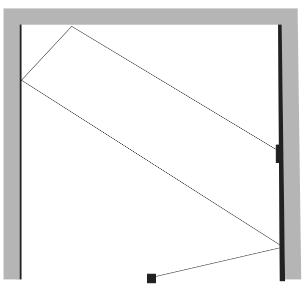
3 pont



3 pont



4 pont



4 pont