Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny
2001. január 18.
MEGOLGÁSOK

1. feladat:

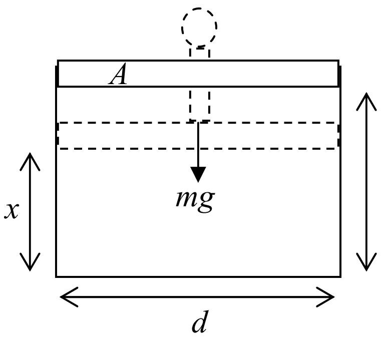
(a) Melegítés: p = áll, $V \rightarrow 2\ V$, és $\frac{V}{T} = áll. \quad \rightarrow \quad T' = 2T$ a melegítés utáni hőmérséklet.

$$Q_{fel} = \frac{f+2}{2} nR\left(T' - T\right) = \frac{7}{2} nRT.$$

(b) Hűtés: $2V$ = áll.

$Q_{le} = \frac{f}{2} nR\left(T' - T''\right) = \frac{5}{2} nR\left(2T - T''\right)$, ahol T'' a végső hőmérséklet. Ha $Q_{fel} = Q_{le}$, akkor a behelyettesítés utána keresett arány: $\frac{T}{T''} = \frac{5}{3} = \underline{1,67}$.

2. feladat:
Adatok: d = 0,3 m, m = 70 kg, h = 1 m, g = 9,81 m/s^2, p_0=105 Pa, T = áll.



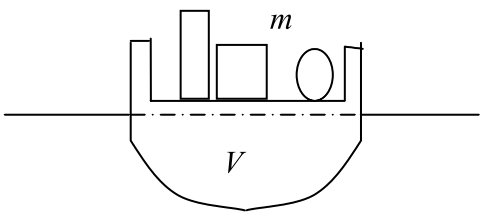
$$A = \frac{d^2\pi}{4} = 0,070\ \mathrm{m}^2,\ V_0 = Ah = 0,070\ \mathrm{m}^3.$$

Végső helyzetben a bezárt levegő nyomása:

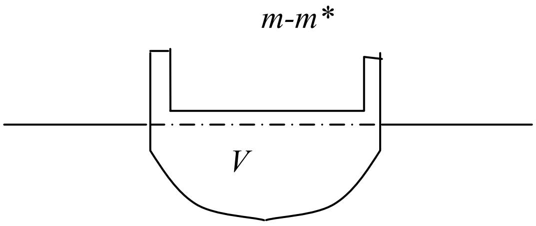
$p = p_0 + \frac{mg}{A} = 1,098 \cdot 10^5$ Pa, térfogata: $V = Ax$.

Mivel T = áll. $p_0V_0 = pV$. Innen $x = \frac{p_0}{p} h = \underline{0,91\ \mathrm{m}}$ lesz a dugattyú új helyzete.

3. feladat:
Adatok: ρ= 10^3 kg/m^3, ρ_{tenger}= 1,025 ρ, m*= 6·10^5 kg



óceán



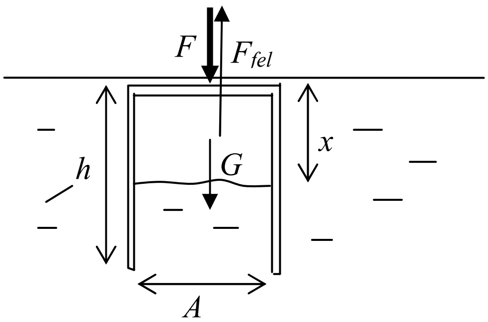
édesvíz

$$mg = V\rho_{tenger}g \qquad \left(m - m^*\right)g = V\rho g$$

$$\frac{m}{m - m^*} = \frac{\rho_{tenger}}{\rho} = 1,025,$$

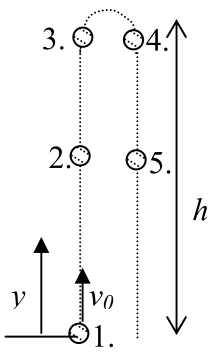
innen: $m = \frac{1,025m^*}{0,025} = \underline{2,46 \cdot 10^7\ \mathrm{kg}}$ a hajó eredeti teljes tömege.

4. feladat:
A megoldásnál tegyük fel, hogy a pohár „könnyű”, és a végső helyzetben a pohár fenekére lefele mutató erővel kell hatni. És azt is tegyük fel, hogy a fala vékony és elhanyagolható a pohár fala és alja által kitöltött térfogat:



legyen G a pohár és levegő súlya (hanyagoljuk el a pohár fala által kiszorított víz térfogatát)
$F = Ax\rho g - G$.
A bezárt levegőre:
$p_0 hA = pxA$ és $p = p_0 + \rho g x$..
Ebből:
$$0 = \rho g x^2 + p_0 x - p_0 h,\quad x = \frac{p_0}{2\rho g}\left(\sqrt{1 + \frac{4\rho g}{p_0}h} - 1\right).$$
Így F, mint h függvénye ($A = V/h$):
$$F = \frac{Vp_0}{2}\left(\sqrt{\frac{1}{h^2} + \frac{4\rho g}{p_0}\frac{1}{h}} - \frac{1}{h}\right) - G = \frac{p_0}{2}\left(\sqrt{A^2 + \frac{4\rho g}{p_0}VA} - A\right) - G$$
ebből látszik, hogy F A-nak monoton növő függvénye, tehát a nagyobb alapterületű poharat kell nagyobb erővel nyomni. Ha a pohár „nehéz”, akkor lehet, hogy végül tartani kell a poharat, hogy ne süllyedjen el. Ekkor éppen fordított is lehet a következtetés. Minden más eset is előfordulhat, pl. a magas poharat nyomni kell lefele, a laposat pedig tartani. Vagyis konkrét adatok nélkül nehéz a diszkussziót elvégezni.

5. feladat:
Adatok: h = 3 m, g = 9,81 m/s^2
Az eldobás kezdősebessége: $v_0 = \sqrt{2gh} = 7{,}671\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.
Egy labda $t = \frac{2v_0}{g}$ ideig mozog a levegőben, tehát $\Delta t = \frac{2v_0}{5g} = \underline{0{,}313\ \text{s}}$ időkülönbséggel kell dobálni. Az egyes labdák helyzete:



$$y_1 = 0$$
$$y_2 = v_0\Delta t - \frac{g}{2}(\Delta t)^2 = \underline{1{,}92\ \text{m}},$$
$$y_3 = v_0(2\Delta t) - \frac{g}{2}(2\Delta t)^2 = \underline{2{,}88\ \text{m}},$$
$$y_4 = v_0(3\Delta t) - \frac{g}{2}(3\Delta t)^2 = \underline{2{,}88\ \text{m}},$$
$$y_5 = v_0(4\Delta t) - \frac{g}{2}(4\Delta t)^2 = \underline{1{,}92\ \text{m}}.$$

6. feladat:
Adatok: $\mu = 0{,}5$, $m = 0{,}35$ kg, $F_{ny} = 35$ N, $c = 4$ kJ/(kg·°C), $v = 0{,}35$ m/s, $\Delta t = 5$°C
A keletkezett hő másodpercenként: $\dot{Q} = P = \mu F_{ny} v = \underline{6{,}125\ \text{W}}$.
Mindkét kezünk melegszik: $P \cdot t = 2mc\Delta T \;\rightarrow\; t = \frac{2mc\Delta T}{P} = 2286\ \text{s} \approx \underline{38\ \text{perc}}$, ennyi idő alatt lesz kezünk 5°C-kal melegebb.

7. feladat:
Adatok: m_0= 0,5 g = $5\cdot 10^{-4}$ kg, n =100 db/s, h = 0,5 m

A golyók sebességének függőleges komponense az ütközés előtt: $v=\sqrt{2gh}=3{,}13\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

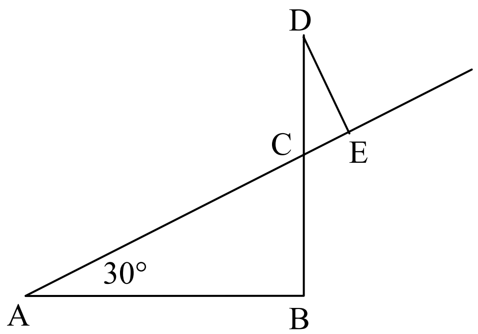
A rugalmas ütközéskor a lendületváltozás: $\Delta p_0 = 2m_0 v = 3{,}132\cdot 10^{-3}\,\dfrac{\text{kgm}}{\text{s}}$.

Egységnyi idő alatt a serpenyőnek átadott lendület: $\dfrac{\Delta p}{\Delta t} = n\Delta p_0 = 0{,}3132\ \text{kg}\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Newton II. törvénye szerint a golyók által kifejtett erő: $F=\dfrac{\Delta p}{\Delta t}=0{,}3132$ N.

A másik serpenyőbe helyezett test súlya ezzel tart egyensúlyt: $F = Mg \ \rightarrow\ M=\dfrac{F}{g}=\underline{31{,}33\ \text{g}}$.

8. feladat:
Az eseményt szabadon eső vonatkoztatási rendszerben írjuk le. Ebben a vonatkoztatási rendszerben a céltárgy áll, a nyílvessző egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, v_0= 20 m/s sebességgel.
Az ábra jelöléseivel:



$AC=\dfrac{AB}{\cos 30^0}=9{,}24$ m,

$BC = AB\,\text{tg}30^0 = 4{,}62$ m,

$CD = BD - BC = 11{,}38$ m,

$DE = CD\cos 30^0 = 9{,}85$ m,

$CE = CD\sin 30^0 = 5{,}69$ m.

<u>Nem találja el a céltárgyat.</u>

A minimális távolság: $d_{\min} = DE = \underline{9{,}85\ \text{m}}$.

A hozzá tartozó idő: $t=\dfrac{AE}{v_0}=\dfrac{AC+CE}{v_0}=\underline{0{,}75\ \text{s}}$.

Ebben a pillanatban még mindkét test valóban a levegőben van, hiszen:

$y_{nyíl} = v_0 t\sin 30^0 - \dfrac{g}{2}t^2 = 4{,}74$ m, $\qquad y_{cél} = 16\ \text{m} - \dfrac{g}{2}t^2 = 13{,}24$ m.

Másik megoldás:

A nyílvessző pályája: $x_1 = v_{10}\cos\alpha\cdot t,\quad y_1 = v_{10}\sin\alpha\cdot t - \dfrac{g}{2}t^2.$

A céltárgy pályája: $x_2 = x_{20} = áll.\quad y_2 = y_{20} - \dfrac{g}{2}t^2.$

$d^2 = (y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2 = 320 - 597{,}2\cdot t + 400\cdot t^2,$

találkozás: $d^2 = 0,\ \ t_{1,2} = \dfrac{597{,}2 \pm \sqrt{597{,}2^2 - 1600\cdot 320}}{640}$, nincs megoldás, nem találkoznak.

Teljes négyzetté alakítással: $d^2 = (20t - 14{,}93)^2 + 98,\qquad d_{\min} = \sqrt{98} = \underline{9{,}8\ \text{m}}.$

Az ehhez tartozó idő: $t=\dfrac{14{,}93}{20}=\underline{0{,}75\ \text{s}}.$

9. feladat:

Adatok: λ = –10^{-3} C/m, Ei= 3·10^{6} N/m, ε_0=8,8·10^{-12} $\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{NC}^2}$.

Egy *l* hosszúságú szakaszra jutó töltés: $Q = \lambda \cdot l$.

Egy *r* sugarú hengerfelülettel körbevéve, a Gauss-tételt alkalmazva:

$$E_r \cdot 2r\pi l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \quad \to \quad E_r = \frac{\lambda}{2r\pi\varepsilon_0}.$$

Ha a levegő molekulái E_i térerősségnél ionizálódnak, akkor az ehhez tartozó sugár:

$$r = \frac{\lambda}{\varepsilon_0 2\pi E_i} = 6\ \mathrm{m}.$$

Az ionizált molekulákat tartalmazó oszlop szélessége: 2*r*= 12 m.

10. feladat:

a) „üres" kondenzátor: $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad \to U_a = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$.

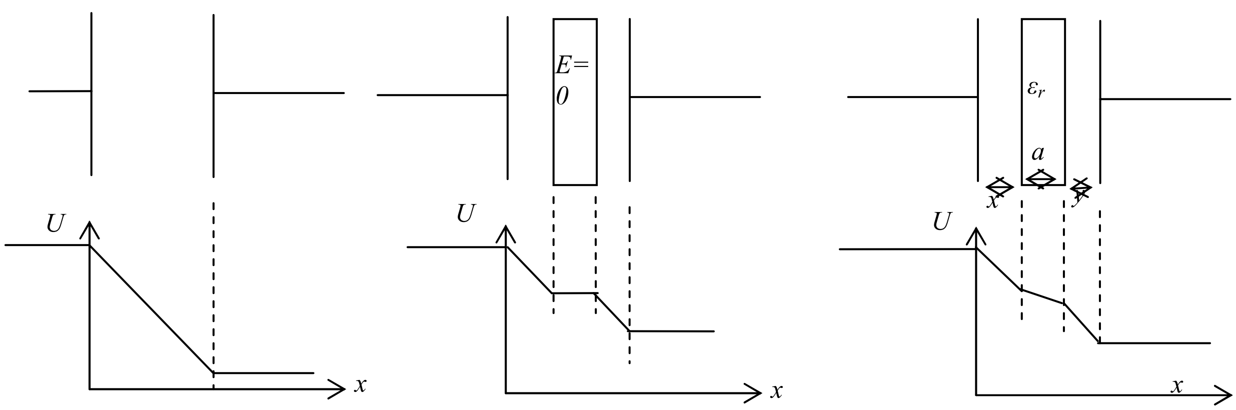
b) fém lemez esetén a fémdarab minden pontja azonos potenciálon van, belsejében a térerősség 0, a lemezek között levegővel kitöltött részben a térerősség Gauss-tételéből számolható: $E \cdot A = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \to \quad E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$, a kondenzátorlemezek közötti feszültség:

$$U_b = E \cdot (d-a) = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}(d-a).$$

c) szigetelő lemez esetén: három sorba kapcsolt kondenzátort feltételezünk:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{x}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{a}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 A}{y}} = \frac{x+y}{\varepsilon_0 A} + \frac{a/\varepsilon_r}{\varepsilon_0 A} = \frac{d-a+a/\varepsilon_r}{\varepsilon_0 A},$$

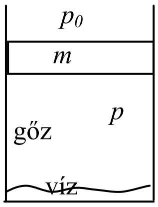
$$U_c = \frac{Q}{C} = \frac{Q(d-a+a/\varepsilon_r)}{\varepsilon_0 A}.$$



„üres" fém lemez esete szigetelő lemez esete

11. feladat:

Adatok: m = 2.69 kg, g = 9,81 m/s^2, p_0= 10^5 Pa, v = 0,3 cm/s, ρ = 1,3 kg/m^3, A = 2 cm^2



A telített gőz nyomása: $p = p_0 + \frac{mg}{A} = 2,32 \cdot 10^5\,\text{Pa}.$ A táblázatból kikeresett adatok p és ρ értékéhez: T = 125 ˚C és Lp= 2,19·10^6 J/kg.

A lecsapódó gőz mennyisége másodpercenként:

$$\frac{\Delta m_{gőz}}{\Delta t} = \frac{\Delta V \cdot \rho}{\Delta T} = A \cdot v \cdot \rho = \underline{0,36\,\frac{\text{mg}}{\text{s}}}.$$

A gőz lecsapódásakor felszabaduló hő: $\frac{\Delta Q_{fel}}{\Delta t} = L_p \frac{\Delta m_{gőz}}{\Delta t} = \underline{0,79\,\frac{\text{J}}{\text{s}}}.$

$$\Delta E = Q_{fel} + W, \text{ ahol } W = pAvt,$$

Az I. főtételből: $\frac{\Delta E}{\Delta t} = -\frac{Q_{le}}{\Delta t} + \frac{W}{\Delta t} = \underline{-0,65\,\frac{\text{J}}{\text{s}}}.$

Teljes értékű az a megoldás is, ahol a gáztörvényből határozza meg a hőmérsékletet:

$$T \approx 113^0 C,\ L_p = 2,22 \cdot 10^6\,\frac{\text{J}}{\text{kg}},\quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0,80\,\frac{\text{J}}{\text{s}},\quad \frac{\Delta E}{\Delta t} = -0,66\,\frac{\text{J}}{\text{s.}}$$

12. feladat:

Adatok: G = 800 N, l_1= 4 m, l_2= 1,5 m

A létra nyugalomban van, tehát az erők és a a forgatónyomatékok eredője zérust ad. A B ponton átmenő tengelyre felírva a forgatónyomatékot:

$G\frac{l_2}{2} = F_A\sqrt{l_1^2 + l_2^2}$, mivel az F_A kényszererő merőleges a fal és a létra érintkezési felületére.

Innen $F_A = \underline{140,45\ \text{N}}.$

A merőlegesség miatt az F_A komponensei:

$$F_{Ay} = \frac{1,5\ \text{m}}{\sqrt{(1,5\text{m})^2 + (4\text{m})^2}} F_A = 49,32\ \text{N},\quad F_{Ax} = \frac{4\ \text{m}}{\sqrt{(1,5\text{m})^2 + (4\text{m})^2}} F_A = 131,5\ \text{N}.$$

Az erők egyensúlya függőleges és vízszintes komponensre:

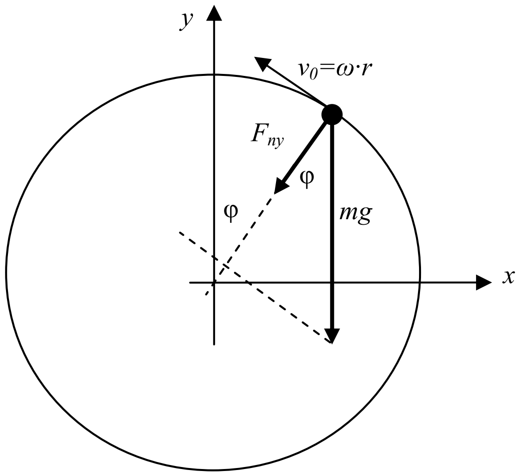
$$F_{By} + F_{Ay} = G \quad \rightarrow \quad F_{By} = \underline{750,7\ \text{N}},$$

$$F_{Bx} = F_{Ax} \quad \rightarrow \quad F_{Bx} = \underline{131,5\ \text{N}},$$

$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} = \underline{762,13\ \text{N}}.$$

13. feladat:

A hengert forgatva a kis golyó mindaddig körpályán mozog, amíg az $F_{ny} \neq 0$. Ha $F_{ny} = 0$, akkor leválik és parabola pályán (ferde hajítás) jut a tengelypontba.



Amíg együtt mozog a hengerrel:

$mg\cos\varphi + F_{ny} = m\omega^2 r,$ leváláskor:

$$F_{ny} = 0,\quad \cos\varphi = \frac{\omega^2 r}{g},\quad x_0 = r\sin\varphi,\quad y_0 = R\cos\varphi.$$

A hajítási parabolára:

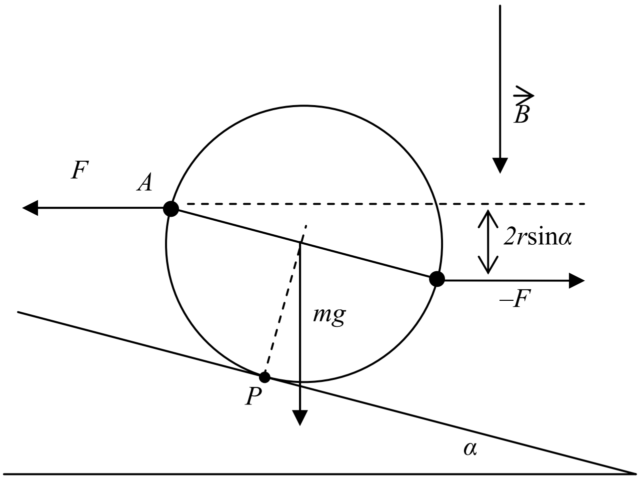
$x = r\sin\varphi - \omega r\cos\varphi \cdot t$

$y = r\cos\varphi + \omega r\sin\varphi \cdot t - \frac{g}{2}t^2.$

Leérkezéskor: $x = 0,\ y = 0,\ t = \frac{\mathrm{tg}\varphi}{\omega}.$

Végül: $\underline{\omega = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{3}r}}}.$

14. feladat:
Adatok: m = 0,25 kg, l = 0,1 m, N =10, B = 0,5 T



A P ponton átmenő tengelyre vonatkozóan egyensúly esetén:
$M_{eredő} = 0 = M_{mágn} - mgr\sin\alpha.$

Egy a lejtővel párhuzamos vezetékre ható erő:
$F = BIl,$ így $M_{mágn} = NF2r\sin\alpha.$

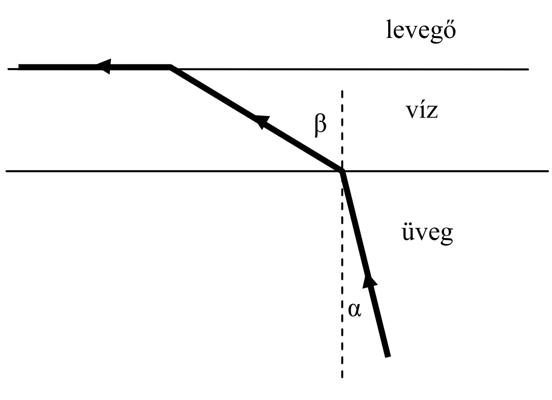
Azaz:
$NBIl2r\sin\alpha = mgr\sin\alpha,$

$I = \frac{mg}{2NBl} = \underline{2,45\ \mathrm{A}}.$

Az A-nál az áram „befelé" folyik. Ha $I' > I$, akkor elindul felfelé a henger, tisztán gördülni fog felfelé. Az árammentes esetre vonatkozó feltétel miatt a hengerre akkora tapadási erő hat, hogy a henger nem csúszik meg.

15. feladat:

A teljes visszaverődés határszöge az optikailag sűrűbb közeg irányából: $\sin\alpha_h = \frac{n_2}{n_1}.$



Így $\alpha_{ül} = 41,81^0,\quad \alpha_{üv} = 62,46^0.$

Az üveg-víz felületen áthaladó fénysugárra: $\alpha < 62,46^0.$

Az a sugár, amely a víz-levegő felületről verődik vissza:
$\beta \geq \alpha_{vl} = \arcsin\frac{1}{1,33} = 48,75^0.$ Erre a sugárra írjuk fel a Snellius-Descartes törvényt a víz-üveg felület esetén: $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_ü}{n_v}.$

$$\sin\alpha_{üvl} = \frac{n_v}{n_ü}\sin\beta = \frac{n_v}{n_ü}\frac{n_l}{n_v} = \frac{n_l}{n_ü} \quad\rightarrow\quad \alpha_{üvl} = \alpha_{ül} = 41,81^0.$$

Mivel $\alpha_{üvl} = \alpha_{ül}$, <u>nincs</u> olyan sugár, amire $\alpha > \alpha_{ül}$ és az üveget elhagyva a vízen át a levegőbe kerülne.