Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny
1998. január 22.
Megoldások

1.
Adatok: ρ_1=1,429 kg/m3, ρ_2=1,250 kg/m3, ρ_{lev}= 1,293kg/m3
x = m_2/m=? , ahol m a V térfogatú levegő tömege (p0= 105 Pa, T0= 273 K), m_2 a benne lévő nitrogéngáz tömege.
A tömegek és a részecskeszámok:

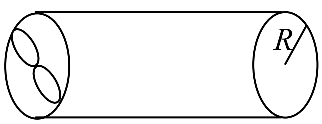
$$m_1 = m - m_2 = (1-x)m; \quad N_1 = \frac{m_1}{M_1} N_A; \quad N_2 = \frac{m_2}{M_2} N_A.$$

A parciális nyomások: $p_1 = \frac{N_1 k T_0}{V}; \quad p_2 = \frac{N_2 k T_0}{V}.$

Mivel: $p_0 V = \frac{m}{M} RT, \quad M_i = \frac{\rho_i k N_A T_0}{V}.$

Behelyettesítve a $p_0 = p_1 + p_2$ összefüggésbe, x-re kapjuk, hogy $x = \dfrac{1-\frac{\rho_{lev}}{\rho_1}}{\frac{\rho_{lev}}{\rho_2} - \frac{\rho_{lev}}{\rho_1}} = \underline{73,4\ \%}$.

2.
Adatok: R= 0,9 m, v = 40 km/h, P= 200 W, ρ =1,29 kg/m3,



$$\frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = ? \quad \eta = ?$$

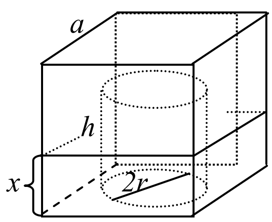
$$A = R^2\pi, \quad \Delta m = A v \Delta t \rho,$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\Delta m v^2.$$

Feltételezve, hogy a levegő a teljes kinetikai energiáját átadja a szélkeréknek:

$$\frac{\Delta E_{kin}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} A v \Delta t \rho v^2}{\Delta t} = \frac{1}{2} A \rho v^3 = \underline{2,25\ \text{kW}}, \quad \eta = \frac{200\ \text{W}}{2251\ \text{W}} = \underline{8,9\ \%}.$$

3.



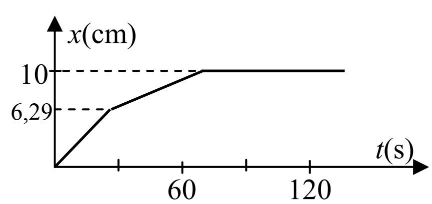
r = 4,5 cm, a = 10 cm, h = 8 cm, $\rho_{víz}$= 10^3 kg/m^3, m = 2,4 kg
I = 0,5 dm^3/min, $A = r^2\pi$
a) Jelölje x1 azt a magasságot, amikor elkezd úszni a henger:

$$x_1 A \rho_{víz} g = mg, \quad x_1 = \underline{6,29\ \text{cm}}.$$

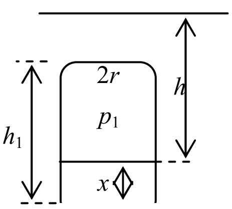
Az eddig eltelt idő: $t_1 = \frac{(a^2 - A)x_1}{I} = \underline{27,9\ \text{s}}.$

b) t_2-nél megtelik a kocka, ezt követően elfolyik a többi víz, a vízszint állandó marad:

$$t_2 = \frac{(a-x)a^2}{I} + t_1 = \underline{72,4\ s}.$$



4.

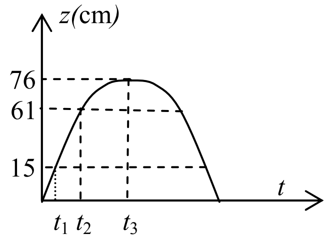


Adatok: r = 0,75 m, h_1= 2 m, h =15 m, T = 288 K, p_0= 10^5Pa
x = ?, p_2= ?, ρ_0= 1,29 kg/m^3
A harangban kezdetben $V = r^2 \pi h_1$ térfogatú $\rho_{15°}$ sűrűségű p_0 nyomású levegő volt, $\rho 15° = \rho_0 T_0/T$ = 1,223 kg/m3, m0= 4,32 kg.
A 15 m-es vízszintkülönbségnél: $p_1 = p_0 + \rho g h,$ a Boyle-Mariotte törvényből $p_1 r^2 \pi \left(h_1 - x\right) = p_0 r^2 \pi h_1 \ \Rightarrow\ x = \underline{1{,}19\text{ m}}.$

A bepumpált levegő nyomásának kicsit meg kell haladnia a harangban lévő nyomást, amely a pumpálás során folyamatosan nő $\underline{2{,}47 \cdot 10^5\text{Pa-ról } 2{,}59 \cdot 10^5\text{Pa-ra}}$. A bepumpálandó levegő Δm tömege: kezdeti állapotban: $p_0 V = N_1 kT$, a végső állapotban: $p_2 V = N_2 kT$, innen

$N_2 = \dfrac{p_2}{p_0} N_1 = 2{,}59 N_1$. A szükséges levegő mennyisége: $\Delta m = 2{,}59 m_0 - m_0 = \underline{6{,}9\text{ kg}}.$

5.



Adatok: z_1= 15 cm, z_2= 61 cm, z_3= 76 cm
t_{fenn}= 2(t_3–t_2)=?, t_{lenn}= 2t_1=?

Mivel $z = v_0 t - \dfrac{g}{2} t^2 \quad \textit{és} \quad v = v_0 - gt$

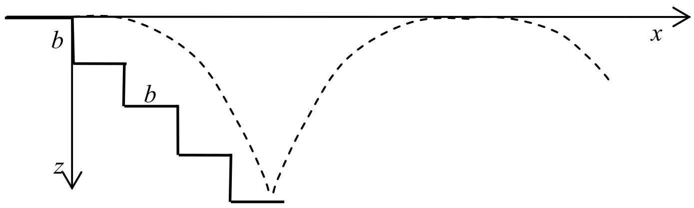
$$z_3 = v_0 t_3 - \frac{g}{2} t_3^2, \quad 0 = v_0 - g t_3.$$

$t_3 = \underline{0{,}394\text{ s}},\ v_0 = \underline{3{,}86\text{ m/s}}.$

És $\dfrac{g}{2} t_i^2 - v_0 t_i + z_i = 0$ egyenletből t_1= $\underline{0{,}041\text{ s}}$, t_2= $\underline{0{,}218\text{ s}}$, t_{fenn}= $\underline{0{,}352\text{ s}}$, t_{lenn}= $\underline{0{,}082\text{ s}}$.

6.

Adatok: b = 0,2 m, v_0= 1,6 m/s



$x = v_0 t, \qquad x_i = ib, \qquad t_i = \dfrac{x_i}{v_0}$

$$z = \frac{g}{2} t_i^2 = \frac{g}{2} i^2 \left(\frac{b}{v_0}\right)^2,$$

a labda pattan, ha $z \geq ib$.

i	1	2	3
x_i [m]	0,2	0,4	0,6
z [m]	0,077	0,31	0,69

Először a 3.lépcsőfokon pattan vissza a labda, ezután a sebesség és a komponensek:

$v_x^* = v_0, \quad v_z^* = -v_z = -gt^*, \quad v^* = \sqrt{v_x^{*2} + v_z^{*2}}$

A mechanikai energiamegmaradás tételéből:

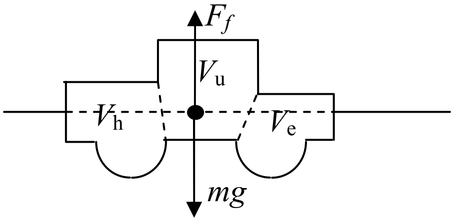
$\dfrac{1}{2} m v_0^2 + mg3b = \dfrac{1}{2} m v^{*2}, \quad v^* = \sqrt{v_0^2 + 6gb}, \quad \left|v_z^*\right| = \sqrt{6gb} = \underline{3{,}43\text{ m/s}}.$

A labda magassága: $z = v_z^* \left(i - 3\right) t_1 + \dfrac{g}{2} \left(i - 3\right)^2 t_1^2 + 3b$

i	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i [m]	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
z [m]	0,248	0,355	0,0	0,111	0,372	0,786	1,35	2,07	2,95

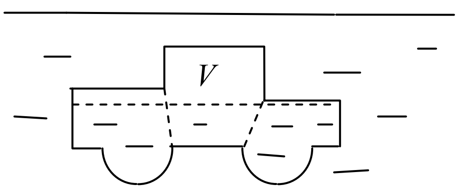
Másodszor a 12. lépcsőn pattan a labda.

7.
Adatok: m = 1820 kg, Vu= 4,87 m^3, Ve=0,75 m^3, Vh=0,81 m3, Vö= 6,43 m^3, ρ = 10^3 kg/m^3



a) $mg = V\rho g$, V a kiszorított víz: $V = m/\rho$ = $\underline{1{,}82\ m^3}$,

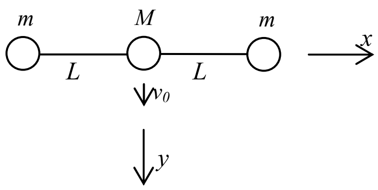
Vö – V = $\underline{4{,}61\ m^3}$ áll ki a vízből.



b) Az elsüllyedő autó most is V térfogatú vizet szorít ki, az autó belsejében lévő víz mennyisége:

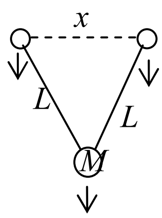
$$V_v = V_ö - V = \underline{4{,}61\,\mathrm{m}^3}.$$

8.



$P = mv_0 =$ állandó $\rightarrow$ $v_{TK} = \dfrac{Mv_0}{M+2m}$ a tömegközéppont sebessége.

a)

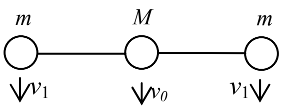


x a legkisebb távolság, ekkor a három test éppen v_{TK} sebességgel mozog.
Az energia megmaradás törvényéből:

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 + k\frac{Q^2}{L}2 + k\frac{Q^2}{2L} = \frac{1}{2}\left(2m+M\right)v_{TK}^2 + k\frac{Q^2}{L}2 + k\frac{Q^2}{x}$$

$$k\frac{Q^2}{x} = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \frac{1}{2}\left(2m+M\right)v_{TK}^2 + k\frac{Q^2}{2L} \quad \rightarrow \quad x = \underline{\frac{1}{\dfrac{1}{2L} + \dfrac{Mmv_0^2}{kQ^2\left(M+2m\right)}}}.$$

b)



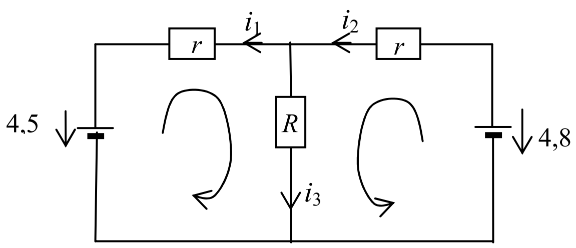
Energia és lendületmegmaradás:

$$Mv_0 = 2mv_1 + Mv \quad és \quad \frac{1}{2}Mv_0^2 = 2\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

1. megoldás (triviális t=0) $v = v_0$, v_1= 0.

2. megoldás: $v = v_0\underline{\dfrac{2m-M}{2m+M}}$, $\quad v_1 = v_0\underline{\dfrac{4m}{2m+M}}$.

9.



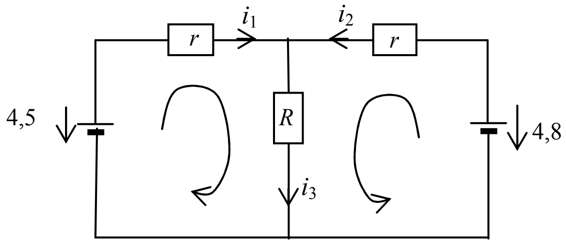
a)

i_1= 2 mA, i_2= 2,2 mA
U_1=4,5 V, U_2= 4,8 V
i_3= i_2– i_1= 0,2 mA és R nagy
$i_3R = U$ a voltmérőn mért feszültség

$$\left.\begin{array}{l} U_1 = -i_1 r + U \\ U_2 = i_2 r + U \end{array}\right. \rightarrow r = 71{,}4\ \Omega,\ R = 23{,}2\ \text{k}\Omega$$

U = <u>4,64 V</u>.

b)



$i_3 = i_2 + i_1 = 4{,}2$ mA

$i_3 R = U$ a voltmérőn mért feszültség

$$\left.\begin{array}{l} U_1 = i_1 r + U \\ U_2 = i_2 r + U \end{array}\right. \rightarrow r = 1{,}5\ \text{k}\Omega,\ R = 357\ \Omega??$$

U = <u>1,5 V</u>.

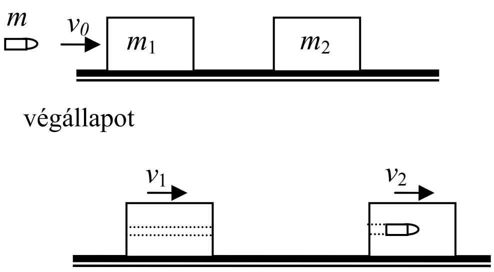
Valódi műszereknek csak az a) megoldás felel meg.

10.

Adatok: $m = 3{,}54$ g, $m_1 = 1{,}22$ kg, $m_2 = 1{,}78$ kg

$v_1 = 0{,}63$ m/s, $v_2 = 1{,}48$ m/s

$v_0 = ?$ $W = ?$



a) Lendületmegmaradás:

$$mv_0 = m_1 v_1 + (m_2 + m) v_2$$

$$v_0 = \frac{m_1 v_1 + (m_2 + m) v_2}{m} = \underline{962{,}78\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$ a golyó sebessége.

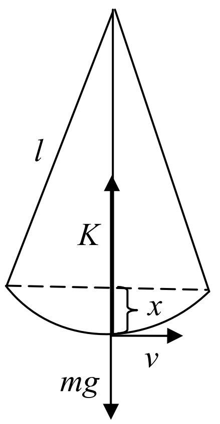
b) Ha a golyó az 1. ládát u_0 sebességgel hagyja el:

$$mu_0 = (m + m_2) v_2 \quad \rightarrow \quad u_0 = \frac{m + m_2}{m} v_2 = 745{,}66\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A belső erők munkája a munkatételből: $W = \frac{1}{2} m \left(v_0^2 - u_0^2\right) - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \underline{656{,}32\ \text{J}}.$

11.

Adatok: l = 18 m, x = 3 m, K0= 1200 N, mg = 900 N



A legmélyebb pontban Tarzan sebessége: $v^2 = 2gx$.

A körpályán való mozgás feltétele:

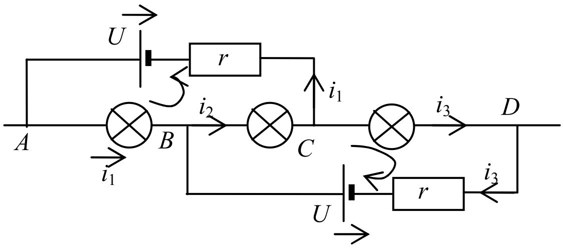
$$\frac{mv^2}{l} = K - mg, \quad K \le K_0$$

$$K = mg + m\frac{v^2}{l} = \frac{4}{3} mg = \underline{1200\ \text{N}}.$$

Az inda éppen elbírja Tarzant.

12.

Adatok: I_1= 0,267 A, I_2= 0,2 A.
Legyen U a telep feszültsége, r a belsőellenállása, R a lámpa ellenállása:
$U = I_1(r+R),\ U = I_2(r+2R) \ \Rightarrow\ R = 1{,}25U,\ r = 2{,}5U$.



a)

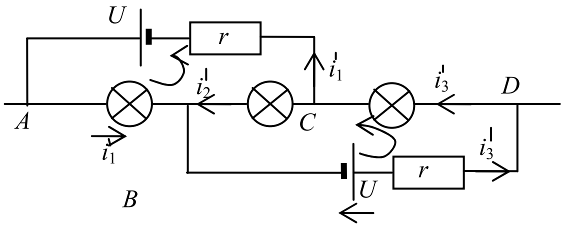
$i_2 = i_1 + i_3$

$U = Ri_1 + Ri_2 + ri_3$

$U = Ri_2 + Ri_3 + ri_3$

Az áramerősségek:

$i_1 = \underline{0{,}16\text{ A}},\quad i_2 = \underline{0{,}32\text{ A}},\ i_3 = \underline{0{,}16\text{ A}}.$



b)

Az egyik telep fordítva van bekötve:

$i_1' = i_2' + i_3'$

$U = Ri_1' + Ri_2' + ri_1'$

$U = -Ri_2' + Ri_3' + ri_3'$

Az áramerősségek:

$i_1' = \underline{0{,}267\text{ A}},\ i_2' = \underline{0},\ i_3' = \underline{0{,}267\text{ A}}.$