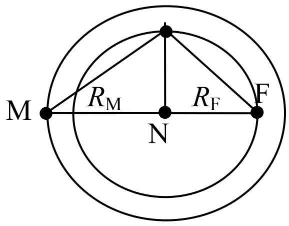
Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny
1996. január 18.
<u>Megoldások</u>

1.



Adatok: R_F=150·10^6 km, R_M=230·10^6 km, c=300000 km/s
Az elektromágneses hullám a kérdés elhangzásának ideje és a válasz megérkezése között $2\cdot(FM+AM)$ utat tesz meg:

$$t=\frac{2\cdot\left(R_F\sqrt{2}+\sqrt{R_F^2+R_M^2}\right)}{c}=\underline{54\text{ min }5\ s}.$$

2.
Adatok: t_1= 420 s, t_2= 372 s, t_3= 306 s, m_1= 200 g, m_3= 170 g, $c_{víz}$=4,18 kJ/kg°C, T_1= 16°C, T_2= 100°C, T_3= 78°C; $c_{alkohol}$=?, $L_{f,alkohol}$=?

$$P=\frac{m_1c_{víz}\left(T_2-T_1\right)}{t_1}=83,6\,W,\ c_{alkohol}=\frac{P\cdot t_2}{m_2\left(T_3-T_1\right)}=2,51\frac{\text{kJ}}{\text{kg }^\circ\text{C}},$$

$$L_{f,alkohol}=\frac{Pt_3}{m_2-m_3}=853\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

3.
Adatok: H=0,04 m, D=0,1 m, ρ=1000 kg/m^3, m az ismeretlen tömeg.
A tömeget szorosan az edény oldalfala mellé tegyük.
A fenéklemezre ható erők forgatónyomatékának egyensúlyát felírva a tömeggel szemközti pontra:

$mgD=\rho gH\frac{\pi D^2}{4}\cdot\frac{D}{2}$. Ebből $m=\frac{\pi}{8}\rho HD^2=\underline{157\ g}$, épp a kiszorított vízmennyiség fele.

4.
Adatok: T_0= 0°C, p_0= 10^5 Pa, V= 10^{-3}m^3, T_1=100°C=373 K, T_2= –190°C= 83 K;
p=?, Δm=?

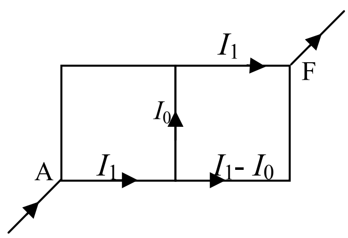
$$p_0\cdot 2V=NkT_0,\ N=\frac{2p_0V}{kT_0}=5,31\cdot10^{22},\ m=0,177\ g.$$

$$N_1=\frac{pV}{kT_1},\ N_2=\frac{pV}{kT_2},\ N=N_1+N_2=\frac{pV}{k}\left(\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}\right),$$

$$p=\frac{Nk}{V}\frac{T_1T_2}{T_1+T_2}=\frac{2p_0}{T_0}\frac{T_1T_2}{T_1+T_2}=4,97\cdot10^4\,Pa,$$

$$N_1=\frac{pV}{kT_1}=9,66\cdot10^{21},\ \Delta m=\left(\frac{N}{2}-N_1\right)\frac{2g}{6\cdot10^{23}}=0,0563g.$$

5.



$U_{AF}=RI_1+2R\left(I_1-I_0\right),\ U_{AF}=RI_1+RI_0+RI_1.$
Ezekből: $I_1=3I_0.$ Az F csomópontra $I_1+I_1-I_0=I,$ ebből:
$I_0=I/5.$
$R_e=U_{AF}/I=7/5R,$ azaz $\underline{l=14\,cm}.$

6.
a) Az utas mozgása.
Gyorsításkor $N_1 - mg = ma_1,\ N_1 \le 1{,}15mg,\ a_1 \le 0{,}15mg.$
Lassításkor: $N_2 - mg = ma_2,\ N_2 \ge 0{,}9mg,\ a_2 \ge -0{,}1g.$
Akkor a legrövidebb az utazási idő, ha amíg lehet gyorsít, majd lassít a lift.

$$\frac{v_{\max}^2}{2a_1} + \frac{v_{\max}^2}{2|a_2|} = h \ \text{így}\ v_{\max} = \sqrt{2h\frac{a_1|a_2|}{a_1+|a_2|}},\ t_{\min} = \frac{v_{\max}}{a_1} + \frac{v_{\max}}{|a_2|} = v_{\max}\frac{a_1+|a_2|}{a_1|a_2|} = \sqrt{2h\frac{a_1+|a_2|}{a_1|a_2|}}.$$

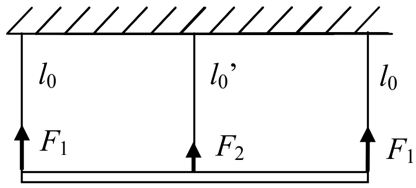
A legrövidebb az idő, ha a_1 és $|a_2|$ maximális, ekkor $\underline{t_{\min}=18{,}26\ \text{s}}$.
b) A csomag mozgása:
Gyorsításkor: $N_1' - mg = ma_1',\ N_1' = 5mg,\ a_1' = 4g.$

Lassításkor: $N_2' - mg = ma_2',\ N_2' = 0,\ a_2' = -g.$
$t_{csomag} = \underline{5\ s}.$

A csomag 13,26 s-t vár a gazdájára.

7.
Adatok: d_1=1,05 mm, d_2=1,4 mm, m=12 kg, l_0=200 cm, l_0'=200,05 cm, $E=214{,}77\cdot10^9$Pa;
Δl_1=? , Δl_2=? , F_1=? , F_2=?
Először meg kell vizsgálni, vajon a középső szál megnyúlik-e. Ennek feltétele, hogy

$$\frac{(l_0'-l_0)E\cdot A}{l_0} < \frac{mg}{2},\ \text{ahol}\ A = \frac{d^2}{4}\pi.$$



a) Ha d_1=1,05 mm, akkor megnyúlik a középső szál,
mert $\frac{(l_0'-l_0)E\cdot A}{l_0} = 46{,}5\ N.$

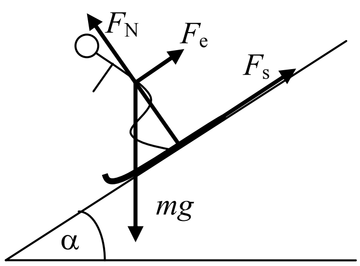
$$2F_1 + F_2 = mg,\ F_1 = \frac{\Delta l_1 EA_1}{l_0},\ F_2 = \frac{\Delta l_2 EA_1}{l_0'} \approx \frac{\Delta l_2 EA_1}{l_0},\ \Delta l_2 = \Delta l_1 - (l_0'-l_0).$$

$$\Delta l_1 = \frac{1}{3}\left(\frac{mgl_0}{EA_1} + (l_0'-l_0)\right) = \underline{0{,}0589\ \text{cm}},\ F_1 = \underline{54{,}77\text{N}},\ \Delta l_2 = \underline{8{,}9\cdot10^{-3}\text{cm}},\ F_2 = \underline{8{,}27\text{N}}.$$

b) Ha d_2=1,4 mm, akkor $\frac{(l_0'-l_0)E\cdot A}{l_0} = 82{,}7\ N,$ vagyis a középső szál nem nyúlik meg.

$$2F_1 = mg,\ F_1 = \underline{58{,}86N},\ F_2 = \underline{0\ N},\ \Delta l_1 = \frac{F_1 l_0}{EA_2} = \underline{0{,}0356\ cm},\ \Delta l_2 = \underline{0}.$$

8.
Adatok: α=30°, m=80 kg, v=15 m/s, s=1 m, t=1 s, t'=60 s, $L_{o=334}$ kJ/kg; $m_{hó}$(60s)=?

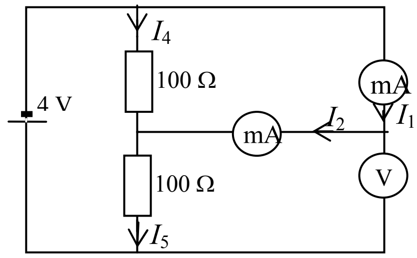


Az indulásra vonatkozó adatokból $s = \frac{a}{2}t^2,\ a = 2\frac{m}{s^2}.$ A mozgásegyenlet: $mg\sin\alpha - F_e - F_s = ma.$ Kezdetben v kicsi, így F_e=0, $F_s = mg\sin\alpha - ma = \underline{232{,}4\ N}.$
Ha v= 15 m/s, a=0, akkor

$F_e = mg\sin\alpha - F_s = \underline{160\ N},\ F_n = \underline{680\ N},\ mg = \underline{784{,}8\ N}.$ A súrlódási erő munkája fordítódik a hó felolvasztására $L_o m_{hó} = F_s v t',\ m_{hó} = \underline{0{,}626\ kg}.$

Megjegyzés: Az első másodperc végén a sebesség 2 m/s, ekkor $F_e \approx 3$ N, ezért az F_s hibája kisebb, mint 1%.

9.



Adatok: R=100 Ω, I_1=10mA.
A felső ma-mérőn 1V feszültség esik, így a belső ellenállás 100 Ω=R. Kirchhoff törvényei szerint:

$$R\cdot I_2 + R\cdot I_5 - 3V = 0,$$

$$R\cdot I_1 + R\cdot I_2 - R\cdot I_4 = 0,$$

$$I_4 + I_2 = I_5.$$

Az egyenletrendszert megoldva $\underline{I_2 = 6{,}67\ \text{mA}}$.
Mivel a voltmérőn I_1–I_2= 3,33 mA folyik keresztül, a belső ellenállása $\underline{900\ \Omega}$.
b) Kihagyjuk a felső ellenállást. Ismerve a műszerek ellenállását, az eredő ellenállás 2900/11 Ω=263,63 Ω. A felső műszeren a főág áramerőssége folyik keresztül: $\underline{I_1=15{,}17\ \text{mA}}$ és a rá eső feszültség 1,52 V. Így a voltmérőn most $\underline{2{,}48\ \text{V}}$ feszültség esik. A második mA-mérőn $\underline{12{,}41\ \text{mA}}$ áram folyik.

10.

Adatok: L = 1 m, m = 50 g, d_0= 0,75 cm, v_0= 4 m/s, q = 10^{-6} C, g = 9,81 m/s^2.

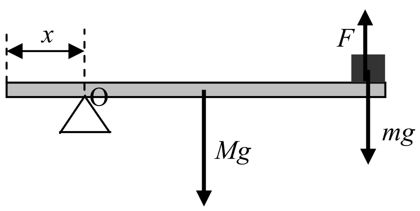
a) Az emelkedés magassága $h = \dfrac{v_0^2}{2g} = 0{,}8155$ m, a lemeztől mérve d_1= $\underline{0{,}823\ \text{m}}$.

b) A vezető síkban indukálódott töltést egy $-q$ tükörtöltésként vehetjük figyelembe, amely a lemez túlsó oldalán mindig ugyanolyan távol lesz, mint az eredeti töltés. Ha az emelkedés távolsága a lemeztől d, a munkatétel szerint $\dfrac{1}{2}mv_0^2 = mg\left(d - d_0\right) + W,$ ahol W az $F = k\dfrac{q^2}{4x^2}$ Coulomb erő munkája. Összevetve a Coulomb-potenciállal

$W = \dfrac{kq^2}{4}\left(\dfrac{1}{d_0} - \dfrac{1}{d}\right).$ Visszahelyettesítve, d-re a $mgd^2 - Ad - \dfrac{kq^2}{4} = 0$, ahol

$A = \dfrac{1}{2}mv_0^2 + mgd_0 - \dfrac{kq^2}{4d_0} = 0{,}10368$ J. Ebből $\underline{d=0{,}231\ \text{m}}$.

11.



a) A kezdeti pillanatban tegyük fel, hogy együtt mozognak:
Az ember mozgásegyenlete: $mg - F = ma.$
A deszka O tengelyre vonatkozó mozgásegyenlete:

$$F\left(l - x\right) + Mg\left(\frac{l}{2} - x\right) = \Theta\beta,\ \text{ahol}\ \Theta = \frac{1}{12}ml^2 + M\left(\frac{l}{2} - x\right)^2.$$

Ha a=g, akkor F=0 és $\beta\left(l - x\right) = g,$ így a forgásra vonatkozó egyenletből $x = l/3$.

b) Ha együtt mozognak, akkor $a \le g$, $F \ge 0$ és $\beta = \dfrac{a}{l - x}.$

Innen $a = \dfrac{m(l-x) + M\left(\dfrac{l}{2} - x\right)}{\dfrac{M}{l-x}\left(\dfrac{l^2}{3} - lx + x^2\right) + m(l-x)} g,$ amely $x>l/3$ esetben kisebb g-nél.

c) Ha $x<l/3$, akkor $a=g$, az ember szabadon esik. $F=0$, $Mg\left(\dfrac{l}{2} - x\right) = \Theta\beta,$ a deszka

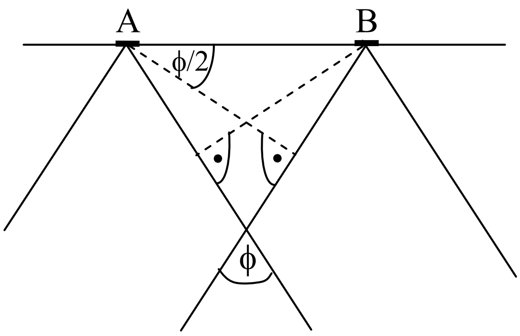
$\beta = \dfrac{Mg}{\Theta}\left(\dfrac{l}{2} - x\right)$ szöggyorsulással indul, végpontjának gyorsulása

$a_{VP} = \beta(l-x) = \dfrac{Mg}{\Theta}\left(\dfrac{l}{2} - x\right)(l-x).$

12.

Optikai rácsoknál az egyes hullámhosszakra az erősítés feltétele: $d\sin\alpha_k = k\lambda,$ ahol $k = \pm1, \pm2, \pm3...,\ \lambda_1 = 400\text{nm} \le \lambda \le \lambda_2 = 800\text{nm}.$ k legnagyobb értékét megkaphatjuk abból, hogy $\sin\alpha_k \le 1,$ *így* $d \ge k\lambda_2 = 1{,}6\ \mu m.$

A holografikus rács periódusának meghatározása:



Tegyük fel, hogy A-ban az interferenciaképen intenzitásmaximum van. Ekkor a hozzá legközelebbi intenzitásmaximum legyen B. A B-ben találkozó sugarak útkülönbsége A-hoz viszonyítva $\Delta s = 2AB\sin\dfrac{\varphi}{2} = \lambda_0,$ a rács rácsállandója $d = AB = \dfrac{\lambda_0}{a\sin\dfrac{\varphi}{2}}.$ Felhasználva azt, hogy másodrendben λ_2 éppen látszik, φ-re a következőt kapjuk: $\sin\dfrac{\varphi}{2} \le \dfrac{\lambda_0}{2\cdot2\cdot\lambda_2} = 0{,}198$, így $\underline{\varphi < 22{,}8^0}.$