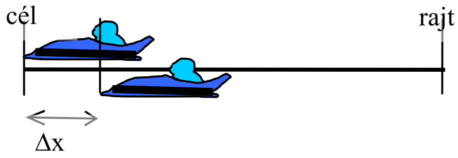
Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

1994

MEGOLDÁSOK

1.

a) Az átlagsebesség: $v_{\text{átl}} = \dfrac{1346\,\text{m}}{51{,}11\,\text{s}} = \underline{\underline{26{,}34\ \text{m/s}}}$. *5 pont*



b) Úgy gondolhatjuk, hogy mindkettő közel azonos v = 127,8 km/h = 35,5 m/s sebességgel ér célba. Célba éréskor a távolságuk $\Delta x = v\Delta t$ = 35,5 m/s·0,02 s = 71 cm. Mivel az utolsó szakaszon a sebességük már nem nagyon változik, ez a távolság viszonylag tartósan megmarad, ezért jól érzékelhető lenne a célba érés sorrendje célfotó nélkül is. *10 pont*

c) A célbaéréskor meglévő mozgási energia létrejöttét <u>segíti</u>:

1. induláskor a versenyzők betolják a bobot – munkát végeznek – ez kb. 4-5 s-ig tart. Ezen a szakaszon is erősen lejt apálya.
2. a magasságkülönbség

<u>gátolja</u>:

3. a súrlódási erő. Bár μ kicsi, azért különösen a kanyarokban a nagyon nagy nyomóerő miatt ennek az erőnek a munkája is jelentős lehet. Számítani nehéz, elfogadható becslése esetén +5 pont adható.
4. A pálya követése érdekében néha rövid időre fékezniük is kell.
5. a légellenállás hatása is jelentős (akár 20% is lehet)

A leegyszerűsített becslés 2. figyelembevételével:

$$\frac{1}{2} m v_{vég}^2 \approx mgh \qquad \Rightarrow h \approx \frac{v_{vég}^2}{2g} = \underline{\underline{63\ \text{m}}}.$$ *5 pont*

2.

m_{lev} = 0,45 kg óránként, t_1 = – 30 °C, t_2 = 37 °C, c_p = 997 J/(kg·K), L_p = 2417 kJ/kg.

A 100% páratartalmú levegő összes tömege $m_{\text{lev}} + m_{\text{víz}}$, ezért

$(m_{\text{lev}} + m_{\text{víz}})\cdot 0{,}041 = m_{\text{víz}}$, így $m_{\text{víz}}$ = 0,0192 kg. *2 pont*

a) m_{lev} tömegű levegő állandó nyomáson történő felmelegítéséhez és az $m_{\text{víz}}$ tömegű vízgőz párologtatásához szükséges hő:

$Q_1 = m_{\text{lev}}\, c_p\, (t_2 - t_1) + L_p\, m_{\text{víz}}$ = 76,466 kJ.

Ha 2 óráig kint vagyunk, a környezetnek átadott hő $Q = 2Q_1 = \underline{\underline{152{,}93\ \text{kJ}}}$. *8 pont*

b) L_{cukor} = 17 kJ/kg, Δt = 60 °C – 37 °C = 23 °C, m_{tea} = 0,3 kg, $c_{\text{víz}}$ = 4200 J/(kg·°C), a cukor tömege m_{cukor}.

Tegyük fel, hogy a cukrot 100% hatásfokkal égetjük. A tea lehűléséből és a cukor elégetéséből származó hő:

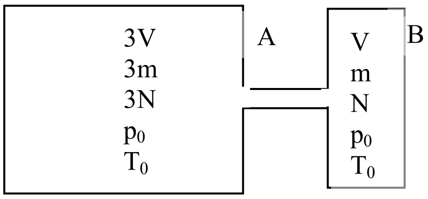
$Q_2 = m_{\text{cukor}}\, L_{\text{cukor}} + m_{\text{tea}}\, c_{\text{víz}}\, \Delta t = Q$

Innen

$m_{\text{cukor}} = (Q - m_{\text{tea}}\, c_{\text{víz}}\, \Delta t)/\, L_{\text{cukor}} = \underline{\underline{7{,}3\ \text{g}}}$. *8 pont*

3.

A kezdeti állapotban a tartályban lévő gáz állapotjelzői az ábráról leolvashatók:



A megváltozott mennyiségek jele az A tartályban: p_1, T_1, m_1, N_1, illetve a B tartályban: p_2, T_2, m_2, N_2.
$T_0 = 293$ K, $p_0 = 10^5$ Pa, $T_1 = 373$ K.

Állapotegyenletek a kezdő és végállapotra:
$p_0V = NkT_0$, $\quad p_1V = N_2kT_0$, $\quad p_13V = N_1kT_1$ *5 pont*

Az utolsó két egyenletből: $\dfrac{N_1}{N_2} = \dfrac{3T_0}{T_1} = 2{,}357$.

Az összrészecske szám nem változik: $4N = N_1 + N_2 = 3{,}357N_2$, ebből
$N_2 = 1{,}192N$, $\quad N_1 = 2{,}808N$

Az A tartályban a gáz tömegének változása: $\dfrac{m_1 - 3m}{3m} = \dfrac{N_1 - 3N}{3N} = \underline{\underline{-6{,}4\%}}$, a tömeg csökken,

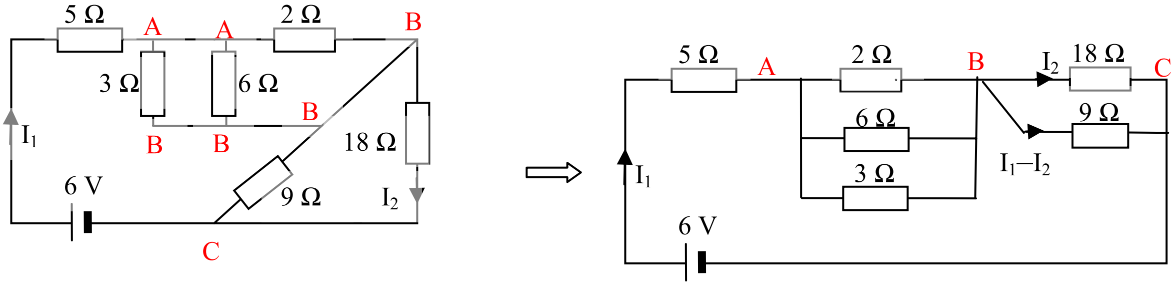
A B tartályban a gáz tömegének változása: $\dfrac{m_2 - m}{m} = \dfrac{N_2 - N}{N} = \underline{\underline{19{,}2\%}}$, a tömeg nő.

10 pont

A végállapotban a közös nyomás a B tartályra felírt állapotegyenletből:

$$p_1 = \frac{N_2}{N}p_0 = \underline{\underline{1{,}92 \cdot 10^5\ \text{Pa}}}\,. \qquad \textit{5 pont}$$

4.
A kapcsolási rajzot átrajzolhatjuk a szokásos formába, felhasználva, hogy bizonyos pontok azonos potenciálon vannak:



Az ábra alapján $R_e = 5\ \Omega +$

$$\frac{1}{\dfrac{1}{3\Omega} + \dfrac{1}{6\Omega} + \dfrac{1}{2\Omega}} + \frac{1}{\dfrac{1}{9\Omega} + \dfrac{1}{18\Omega}} = \underline{\underline{12\ \Omega}}. \qquad \textit{10 pont}$$

$U = R_e I_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \dfrac{U}{R_e} = \underline{\underline{0{,}5\ \text{A}}}$. *5 pont*

A huroktörvényt felírva a két ellenállásból álló hurokra:

$I_2 \cdot 18\ \Omega - (I_1 - I_2) \cdot 9\ \Omega = 0$, ebből $I_2 = \dfrac{1}{6}\ \Omega = \underline{\underline{0{,}167\ \text{A}}}$. *5 pont*

5. Tegyük fel, hogy az úszó test az 50 tonna rárakása után sem süllyed el.
a) 50 tonna teher 50 tonnányi vizet szorít ki, ez $V_t = 50\ \text{m}^3$ víz kiszorítását jelenti.
$A = 250\ \text{m}^2$, $A_{test} = 60\ \text{m}^2$, $A_{maradék} = 190\ \text{m}^2$.
A medence vizéhez képest a test h távolságot süllyedt, akkor $h \cdot A_{test} = 50\ \text{m}^2$. $h = \underline{\underline{0{,}83\ \text{m}}}$.
5 pont

De a test süllyedésekor a víz emelkedik, ezért $h_1 \cdot A_{test} = (h - h_1)\, A_{maradék}$, ahol h_1 a test süllyedése a parthoz képest. Ebből h_1 = 0,63 m *5 pont*

b) A medence vízszintje $h - h_1$ = 0,2 m-rel emelkedett, így d = 1,8 m magasságot kell megtölteni, tehát $V = Ad$ = 450 m³ vizet kell még a medencébe tölteni. *5 pont*

c) Az 1 m átmérőjű cső területe $F = r^2\pi$ = 0,785 m². Ha t ideig áramlik a víz v = 3 m/s sebességgel, akkor $V = F\,v\,t$. Ebből $t = \dfrac{V}{Fv}$ = 191 s kell a medence feltöltéséhez. *5 pont*

6.

H = 20 cm, b = 0,4 cm, $\rho_v = 10^3$ kg/m³, ρ_j = 920 kg/m³, c = 4200 J/(kg·K), L = 330 kJ/kg, az edény keresztmetszete A, az elolvadt jég tömege ΔM.

a) A végállapot 0 °C-os víz és jég keveréke lesz. *5 pont*

b) A víz és jég közötti hőcseréből a víz eredeti t hőmérséklete meghatározható:

$$M\,c\,t = \Delta M\,L$$ *5 pont*

A víz és jég együttes térfogata $$H\,A = \frac{M}{\rho_v} + \frac{M}{\rho_j}.$$

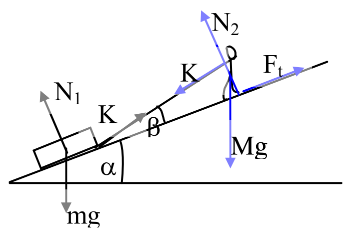
A vízszint azért süllyed, mert a jég nagyobb térfogatot tölt ki jég állapotban:

$$b\,A = \frac{\Delta M}{\rho_v} - \frac{M}{\rho_j}.$$ Ennek alapján

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{b}{H}\frac{\rho_v + \rho_j}{\rho_v - \rho_j}, \text{ és } \quad t = \frac{Lb}{cH}\frac{\rho_v + \rho_j}{\rho_v - \rho_j} = \underline{\underline{37{,}71\ °C}}$$

10 pont

7.



A szánkóra a mozgásegyenlet komponensei:

$N_1 + K\sin\beta - mg\cos\alpha = 0$ (1)

$K\cos\beta - mg\sin\alpha = ma$

(2)

Pisti mozgásegyenletei:

$N_2 - K\sin\beta - Mg\cos\alpha = 0$ (3)

Mivel $a = 0$, ezért (2) alapján $K = \dfrac{mg\sin\alpha}{\cos\beta}$ = 103,5 N. *8 pont*

(3) –ból $N_2 = mg\sin\alpha\cdot\mathrm{tg}\,\beta + Mg\cos\alpha$,

(4)-ből $F_t = mg\sin\alpha + Mg\sin\alpha = (m+M)g\sin\alpha$

$$\mu_0 \ge \frac{F_t}{N_2} = \frac{(m+M)g\sin\alpha}{mg\sin\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta + Mg\cos\alpha} = \frac{m+M}{m\mathrm{tg}\beta + M\mathrm{ctg}\alpha} = \underline{\underline{0{,}8}}.$$ *12 pont*

8.

Adatok: M = 50 kg, m =2 kg, v_0 = 20 m/s, L = 6 m

Mivel a rendszer zárt, érvényes a lendület-megmaradás törvénye. A kocsi és a labda eredetileg nyugalomban volt, ezért a rendszer tömegközéppontja végig nyugalomban marad, a rendszer lendülete nulla. *5 pont*

a) A labda eldobása után a kocsi sebessége a földhöz képest V, így

$$MV + mv_0 = 0$$

$$V = -\frac{m}{M}v_0 = \underline{\underline{-0{,}8\ \text{m/s}}}.$$

A labda sebessége a kocsihoz képest $v' = v_0 - V = v_0(1+\frac{m}{M})$.

A labda az első fallal $t_1 = \dfrac{L}{v_0(1+\frac{m}{M})} = \underline{0,288 \text{ s}}$ idő múlva ütközik.

Ezalatt a kocsi elmozdulása $x_1 = V\,t_1 = -\dfrac{L\cdot m}{M+m)} = \underline{-0,23 \text{ m}}$. *5 pont*

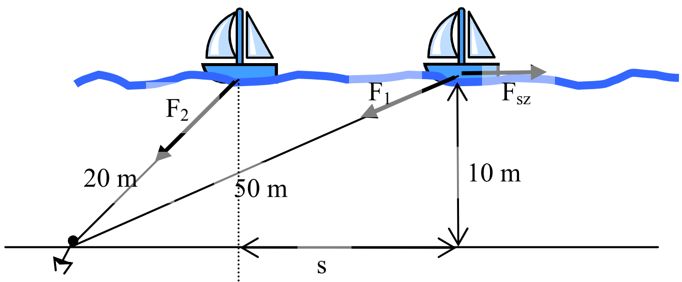
b) Az első fallal való ütközés teljesen rugalmas, érvényes az energia-megmaradás törvénye is. Ha v_1 a labda, V_1 a kocsi ütközés utáni sebessége a földhöz képest:

$$MV_1 + mv_1 = 0, \qquad \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 .$$

Rögtön látszik, hogy a $v_1 = -v_0$, $V_1 = -V$ megoldás kielégíti az egyenletet. Eszerint a hátsó fallal az indulástól számított $t_2 = 2t_1 = \dfrac{2L}{v_0(1+\frac{m}{M})} = \underline{0,576 \text{ s}}$ idő múlva ütközik. A kocsi a két ütközés között $x_2 = -V(t_2 - t_1) = -x_1$ utat tesz meg. *5 pont*

c) A hátsó fallal való ütközés utáni sebességek egyenlőek lesznek, $V_2 = v_2$ és $MV_2 + mv_2 = 0$. Innen $V_2 = 0$, tehát a kocsi újra nyugalomba kerül, pontosan az eredeti helyzetben. A kocsi összesen $t_2 = \underline{0,576 \text{ s}}$ ideig volt mozgásban. *5 pont*

9.



A hajó elmozdulása $s = \sqrt{50^2 - 10^2} - \sqrt{20^2 - 10^2} = 31,67$ m

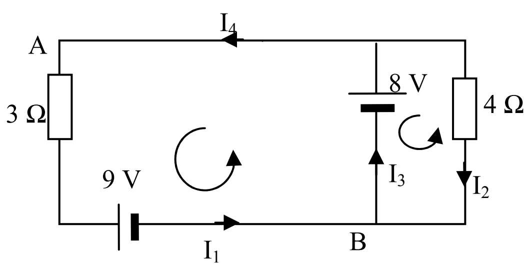
A legénység a szél ellenében végez munkát: $W = F_{sz}\cdot s = \underline{221,7 \text{ kJ}}$. *10 pont*

Az F_1 és F_2 erők vízszintes komponense tart egyensúlyt a szél erejével.

Hasonló háromszögekből: $\dfrac{F_1}{F_{sz}} = \dfrac{50}{\sqrt{50^2 - 10^2}}$, ebből $\underline{F_1 = 7144 \text{ N}}$. *5 pont*

$\dfrac{F_2}{F_{sz}} = \dfrac{20}{\sqrt{20^2 - 10^2}}$, ebből $\underline{F_2 = 8083 \text{ N}}$.

10.



Ha beállt az időben állandó áramerősség állapot, azaz feltöltődött a kondenzátor, akkor $I_5 = \underline{0}$. Így ezt az ágat a rajzból le is hagyhatjuk, az áramkör többi részére nincs hatással. *5 pont*

Az átalakított kapcsolásban a két hurokra felírva Kirchhoff törvényét kapjuk, hogy

$I_1\cdot 3\ \Omega = -9\text{ V} + 8\text{ V}$, ebből $I_1 = \underline{-0,33 \text{ A}}$ *2 pont*

$-I_2 \cdot 4\ \Omega = -8$ V, ebből $I_2 = \underline{\underline{2\ \text{A}}}$ *2 pont*

B pontra felírva a csomóponti törvényt: $I_3 = I_1 + I_2 = \underline{\underline{1{,}67\ \text{A}}}$. *2 pont*

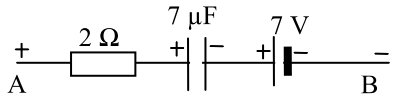
$I_4 = I_1 = \underline{\underline{-0{,}33\ \text{A}}}$. *2 pont*

$U_{AB} = 9\ \text{V} - 0{,}33\ \text{A} \cdot 3\ \Omega = \underline{\underline{8\ \text{V}}}$.

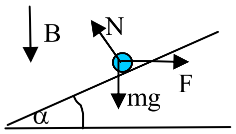
Az elhagyott ágnál:

$U_C + 7$ V = 8 V, ebből $U_C = 1$ V

$Q = U_C \cdot C = 7\ \mu\text{C}$. *4 pont*



11.



A Lorentz erő $F = BIl$. Egyensúly esetén:

$N - F \sin\alpha - mg \sin\alpha = 0$

$F \cos\alpha - mg \sin\alpha = 0$, ebből $F = mg \operatorname{tg}\alpha$

Beírva, hogy $F = BIl$, kapjuk $I = \dfrac{mg \operatorname{tg}\alpha}{Bl} = \underline{\underline{2{,}05\ \text{A}}}$. *8 pont*

$$R = \frac{E}{I} = \underline{\underline{1{,}46\ \Omega}}$$ *2 pont*

Ha a rúd *v* sebességgel mozog lefelé indukált feszültség keletkezik a rúdban: $U_i = B'lv \cos\alpha$. Az áramnak növekednie kell, hogy a Lorentz erő nőjön és így Lenz törvénye szerint akadályozza a rúd mozgását: $I' = \dfrac{E + U_i}{R}$. *5 pont*

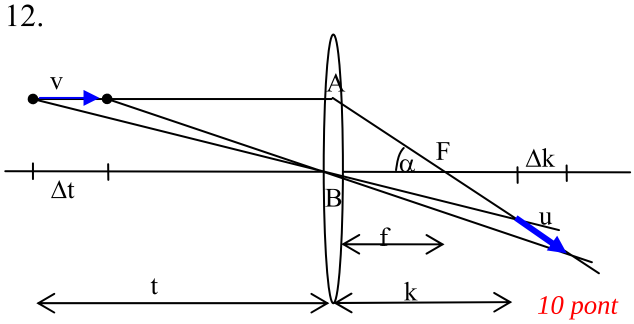
Az egyenletes mozgás miatt az egyensúlyi egyenletek most is fennállnak, csak írjunk *F* helyébe $F' = I'B'l$ erőt: $F' \cos\alpha - mg \sin\alpha = 0$. Ebből $F = F'$, azaz $I'B' = \dfrac{IB}{B'}$

$E + U_i = I'R$

$E + B'lv \cos\alpha = \dfrac{IB}{B'} R.$

Kifejezve a sebességet: $v = \dfrac{\frac{B}{B'} IR - E}{B'l \cos\alpha} = \underline{\underline{1{,}16\ \text{m/s}}}$. *5 pont*

12.



10 pont

Egy időpillanatban fennáll, hogy

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f},$$

Δτ idő múlva: $\dfrac{1}{t - \Delta t} + \dfrac{1}{k + \Delta k} = \dfrac{1}{f}$, tehát

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{t - \Delta t} + \frac{1}{k + \Delta k}$$

$\dfrac{1}{t} - \dfrac{1}{t - \Delta t} = \dfrac{1}{k + \Delta k} - \dfrac{1}{k}$. Közös nevezőre hozva, és a másodrendűen kicsiny tagokat elhagyva:

$$\frac{\Delta t}{t^2} = \frac{\Delta k}{k^2} \qquad (1)$$

Az ábra szerint $\Delta t = v\Delta\tau$, és $\Delta k = u\Delta\tau \cos\alpha$. Visszahelyettesítve (1)-be:

$\frac{v\Delta\tau}{t^2} = \frac{u\Delta\tau\cos\alpha}{k^2}$. A feladat szerint $v = u$.

Így $k = t\sqrt{\cos\alpha}$, $t = f\left(1 + \frac{1}{\sqrt{\cos\alpha}}\right)$.

A $\cos\alpha$ az *ABF* háromszögből $\cos\alpha = \frac{f}{\sqrt{f^2 + h^2}} = \frac{4}{\sqrt{17}}$. Innen $t = \underline{\underline{2{,}015f}}$. *10 pont*