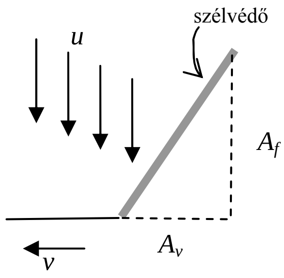
Megoldások

1.

Adatok: u – az esőcseppek állandósult sebessége, v – az autó sebessége, ρ - az eső „sűrűsége” (tömeg/térfogat), I – az eső „intenzitása” (egységnyi felületen egységnyi idő alatt áthaladó víz tömege, ha a felület vízszintes és álló)



a) $v = 0$, akkor t idő alatt annyi eső esik A_v-re, amennyi az $A_v ut$ térfogatban van: $m_1 = A_v ut\,\rho$. Ez akkor is igaz, ha $v \neq 0$.

b) $v \neq 0$, akkor t idő alatt annyi eső esik A_f-re, amennyi az $A_f vt$ térfogatban van: $m_2 = A_f vt\,\rho$.

Mivel $I = u\,\rho$, a szélvédőre eső víz mennyisége t idő alatt

$$m = (A_v u + A_f v)\,\rho t = \left(A_v + A_f \frac{v}{u}\right) It.$$

2.

Adatok: $h = 10$ m, $A = 2$ dm$^2 = 2\cdot10^{-2}$ m^2, $\Delta t = 40$ °C, $p_0 = 10^5$ Pa,
$c = 464{,}76$ J/(kg·K), $\rho = 7{,}86\cdot10^3$ kg/m^3, $\alpha = 1{,}17\cdot10^{-5}$ (°C)$^{-1}$

$V = Ah = 0{,}2$ m^3, $m = \rho V = 1572$ kg, $\Delta h = \alpha\, h\Delta t = 4{,}68\cdot10^{-3}$ m
$Q = cm\Delta t = 29{,}23\cdot10^6$ J, $W = p_0\,\Delta h = 28{,}08$ J

$$\Delta E_h = mg\frac{\Delta h}{2} = 36{,}78 \text{ J}.$$

3.

$V = 140$ liter, $m_1 = 5$ g, $m_2 = 12$ g, $M = 10$ kg, $c_{\mathrm{v}} = 1{,}386\cdot10^3$ J/(kg·K),
$c_{\mathrm{H}} = 10{,}112\cdot10^3$ J/(kg·K), $c_{\mathrm{a}} = 468{,}9$ J/(kg·K)

Keletkezik $\frac{3}{4}$ mól víz, ennek tömege $m_v = 13{,}5$ g, $Q = \frac{3}{4}\cdot 2{,}4\cdot10^5$ J $= 1{,}8\cdot10^5$ J.

Marad hidrogén $m_1' = 3{,}5$ g.

Feltesszük, hogy az energia megmarad:

$E_H(293\text{ K}) + E_O(293\text{ K}) = E_{víz}(293\text{ K}) + E_H'(293\text{ K}) + Q$, illetve

$Q = \Delta E_{víz} + \Delta E_H' + \Delta E_{edény} = (c_{\mathrm{v}}\, m_v + c_{\mathrm{H}}\, m_1' + c_{\mathrm{a}} M)\,\Delta T$

a) Ha $M = 0$, $\Delta T = 3327$ K, $T_2 = 3600$ K, $p_2 = 5{,}29\cdot10^5$ Pa

b) Ha $M = 10$ kg, $\Delta T = 37{,}95$ K, $T_2 = 331$ K, $p_2 = 0{,}49\cdot10^5$ Pa

4.

Lebegéskor $F_{\mathrm{fel}} = G$, ahol $F_{\mathrm{fel}} = \frac{4\pi R^3}{3}\rho_{víz} g$, $G = \frac{4\pi}{3}\left[R^3 - \left(\frac{R}{2}\right)^3\right]\rho g$.

Innen $\rho = \frac{8}{7}\rho_{víz} = 1143$ kg/m^3

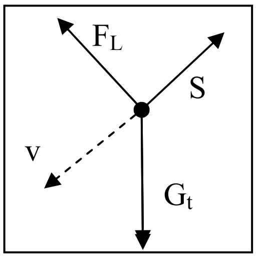
A felhajtóerő támadáspontja a gömb középpontja, a súlyerőé a tömegközéppontja. A TK meghatározása:

$Gx = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{R}{2}\right)^3 \rho\,\frac{R}{2}$, innen $x = \frac{R}{14}$

A forgatónyomaték:

$$M = Gx\sin\alpha = \frac{4\pi R^3}{3}\rho_{víz} g\,\frac{R}{14}\sin\alpha.$$

5.



Ha a sebesség állandó, az erők eredője nulla. Mivel a súrlódási erő ellentétes irányú a sebességgel, és a Lorentz erő merőleges a sebességre, így a súrlódási erő merőleges a Lorentz erőre. Az ábra a lejtő síkjában ható erőket ábrázolja.

$S^2 + (F_L)^2 = (G_t)^2$, ahol $G_t = Mg \sin \alpha$

$F_L = QvB$,

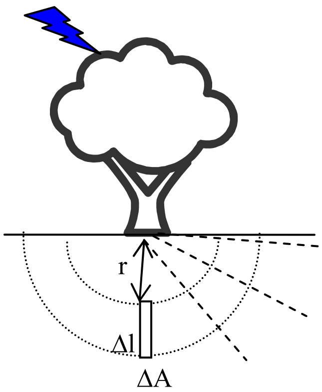
$S = \mu Mg \cos \alpha$

Innen $v = \dfrac{Mg}{QB}\sqrt{\sin^2\alpha - \mu^2\cos^2\alpha}$,, feltéve, hogy $\mu < \operatorname{tg} \alpha$.

$\cos \beta = \dfrac{S}{G_t} = \dfrac{\mu}{tg\alpha}$.

6.

Adatok: $\rho = 10^8\ 10^8\ \Omega\cdot\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$, $I_{\text{villám}} = 10^5$ A



Az áramsűrűség: $j(r) = \dfrac{I}{2r^2\pi}$

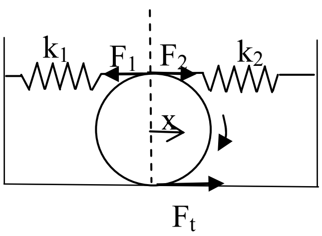
$E(r) = \dfrac{U}{\Delta l} = \dfrac{IR}{\Delta l} = \dfrac{j\Delta A \cdot \rho \dfrac{\Delta l}{\Delta A}}{\Delta l} = j(r)\cdot\rho = \dfrac{I\rho}{2r^2\pi}$, ebből a potenciál

$U(r) = \dfrac{I\rho}{2r\pi}$

A „lépéshossz” legyen L

$$U = U(r) - U(r+L) = \frac{I\rho}{2r\pi} - \frac{I\rho}{2(r+L)\pi} = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+L}\right) \approx \frac{I\rho}{2r^2\pi}L.$$

7.



A rugók megnyúlása a rendszer egyensúlyi helyzetében legyen x_1 illetve x_2. Az erők egyensúlya: $F_1 = k_1x_1 = k_2\, x_2 = F_2$.

Ha a TKP kitérése nem túl nagy x, akkor a mozgásegyenletek:

$ma = -\,k_1(x_1 + 2x) + k_2\,(x_2 - 2x) + F_t$

$\theta\beta = (-\,k_1(x_1 + 2x) + k_2\,(x_2 - 2x) + F_t)\,R,$

ahol $\theta = \dfrac{1}{2}mR^2$, $a = R\beta$ mivel a henger csúszás nélkül gördül, F_t a tapadási súrlódási erő.

A gyorsulásra kapjuk, hogy

$a = -\dfrac{3}{8}\dfrac{k_1 + k_2}{m}x$, azaz a henger harmonikus rezgést végez, és $\omega^2 = \dfrac{3}{8}\dfrac{k_1 + k_2}{m}$.

A tapadási súrlódási erő: $F_t = -\dfrac{2}{3}\dfrac{k_1 + k_2}{m}x$.

8.
Adatok: m = 1,674·10^{-27} kg, θ = 30°, E_1 = 1,3·10^{-20} J.
A neutronok de Broglie hullámhossza:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}\text{, mivel } E = \frac{p^2}{2m}.$$

A neutronok úgy szóródnak a lineáris láncon, mintha λ hullámhosszú neutronhullám esne optikai rácsra. A D detektornál akkor van „erősítés” (sok neutron), ha

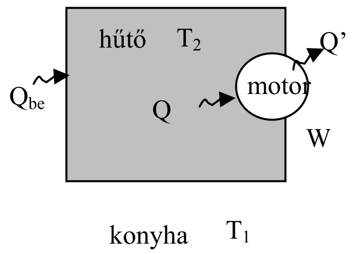
$$\sin\theta = \frac{2k}{d}\frac{\lambda}{2}, \qquad k = 1, 2, 3, \ldots$$

Most $d = l$, $\lambda = \dfrac{h}{p}$, ez alapján $\quad E_k = \dfrac{k^2h^2}{2ml^2\sin^2\theta}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots.$

Az első erősítés esetére $E = E_1$, $\quad k = 1$, $\quad \sin\theta = \dfrac{\lambda}{d} = \dfrac{h}{l\sqrt{2mE_1}}$

$$l = \frac{h}{\sin\theta\sqrt{2mE_1}} = \underline{\underline{2{,}01\cdot 10^{-10}\ \text{m}}}.$$

9.
Adatok: T_2 = 261 K, T_1 = 298 K, τ_1 = 5 perc üzem, τ_2 = 3 perc szünet, T_1' = 288 K.



Egy ideális Carnot-gép jósági tényezője:

$$\frac{Q}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

A megadott egyensúlyi állapotban, ha a motor teljesítménye P,

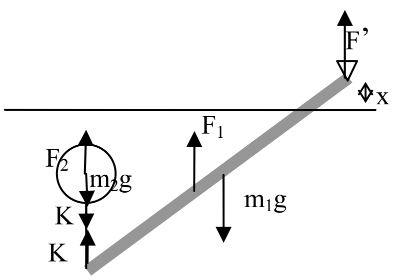
$Q_{be} = Q$, $\quad W = P\tau_1$, $Q_{be} = \alpha(T_1 - T_2)(\tau_1 + \tau_2)$,

$$\frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{Q}{W} = \frac{\alpha(T_1 - T_2)(\tau_1 + \tau_2)}{P\tau_1} \qquad (*)$$

A motor bekapcsol ha $Q_{be} = Q^* = \alpha(T_1 - T_2)\tau_2$, és ez állandó érték.
Ennek alapján $\alpha(T_1' - T_2)\,\tau_2' = \alpha(T_1 - T_2)\tau_2$, amiből τ_2' = $\underline{\underline{4{,}11\text{ perc}}}$ (a szünet ideje).
(*) alapján megkaphatjuk az új üzemidőt: τ_1' = $\underline{\underline{2{,}05\text{ perc}}}$.
A maximális konyhahőmérséklet esetén a hűtő folyamatosan dolgozik $\tau_2'' = 0$.
Így (*) alapján T_1'' = $\underline{\underline{34{,}8\ °\text{C}}}$.

10.
Adatok: ρ_1 = 5·10^3 kg/m^3, l = 0,8 m, ρ_2 = 0,4·10^3 kg/m^3, V = 650·10^{-6} m^3

A gömb sugara $R = \sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}}$ = 5,37·10^{-2} m, $m_1 = lA\rho_1$, $m_2 = \rho_2 V$



Egyensúlyban az erők és forgatónyomatékok eredője nulla.
Az erőkre:

$m_1g = K + F_1 + F'$ $\quad$ (1)

$m_2g = F_2 + K$ $\quad$ (2)

A forgatónyomaték alapján:

$$\frac{1}{2}m_1g = \frac{5}{8}F_1 + K \qquad (3)$$

A felhajtóerők nagysága: $F_1 = \dfrac{3}{4}\, lA\rho_v g$, $F_2 = V\rho_v g$

(2) alapján $K = 3.9$ N,

(3) ból $A = \dfrac{2K}{gl(\rho_1 - \frac{15}{16}\rho_v)} = \underline{\underline{2{,}4\cdot 10^{-4}\ \text{m}^2}}$.

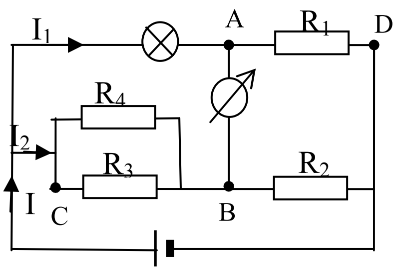
(1)-ből $F' = 4{,}26$ N.

A fonalat elégetve a gömb úszik, és térfogatának $\dfrac{\rho_1}{\rho_v} = 0{,}4$-ed része merül bele.

A rajz alapján $x > \dfrac{1}{3}\cdot 2R = 3{,}58$ cm, illetve $x < \dfrac{l}{4} = 20$ cm.

11.

Adatok: $I = 1{,}2$ A, $R_4 = 9\ \Omega$, $R_2 = 3{,}5\ \Omega$, $U_0 = 10{,}4$ V, $U_\mathrm{i} = 4{,}5$ V, $P_i = 0{,}9$ W.



$I_i = \dfrac{P_i}{U_i} = 0{,}2$ A.

$I_2 = I - I_1 = 1$ A, $U_2 = I_2 R_2 = 3{,}5$ V,

$U_k = U_i + U_2 = \underline{8\ \text{V}}$.

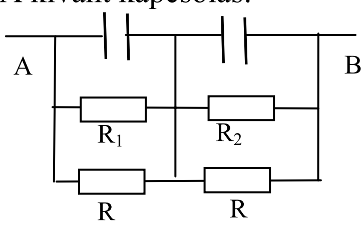
$U_0 = U_k + IR_b$ alapján $R_b = \underline{\underline{2\ \Omega}}$, $U_{CD} = U_k = \underline{\underline{8\ \text{V}}}$.

12.

Adatok: $U_C = 350$ V, $C = 16\ \mu$F, $U = 600$ V, $I_1 = 1\ \mu$A, $I_2 = 0{,}4\ \mu$A, $U_0 = 1$ V.

A szivárgási áram azt jelenti, mintha a kondenzátorral párhuzamosan egy $R_1 = U_0/ I_1 = 1$ MΩ, illetve egy $R_2 = U_0/ I_2 = 2{,}5$ MΩ ellenállás lenne párhuzamosan kötve.

A kívánt kapcsolás:



$U_{AB} = 600\text{ V} = U_1 + U_2$

$$\frac{1}{R_1'} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R}, \qquad \frac{1}{R_2'} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}$$

Mivel $R_2' > R_1'$, ezért $U_2 > U_1$. Így U_2 legföljebb

$U_C = 350$ V, U_1 pedig legföljebb 250 V lehet.

Eszerint $\dfrac{U_2}{U_1} \le \dfrac{350}{250} = \dfrac{7}{5}$, amiből következik, hogy $\dfrac{R_2'}{R_1'} \le \dfrac{7}{5}$.

Ebből $\dfrac{R_2(R_1+R)}{R_1(R_2+R)} \le 1{,}4$, azaz $\underline{R \le 0{,}91\ \text{M}\Omega}$.

Az elvezetett áram $I = \dfrac{U}{R_1' + R_2'} = \dfrac{U}{\dfrac{R_1}{\frac{R_1}{R}+1} + \dfrac{R_2}{\frac{R_2}{R}+1}}$ alakjából leolvasható, hogy aminimális érték, ha $R = R_{max} = 0{,}91$ MΩ. Tehát $I_{min} = \underline{\underline{530{,}9\ \mu\text{A}}}$.