

Térgeometria feladatok

Bevezető számítások

1. Egy a oldalú szabályos háromszög csúcsaitól egy P pont b távolságra van. Milyen távol van a P pont a háromszög síkjától?

$$\sqrt{\frac{3}{2} - \frac{b^2}{a^2}}$$

2. Keressünk egy adott sík adott pontján át olyan egyenest, amely az adott síkhoz adott szögben hajlik. Hány megoldás van?

$$\text{végtelen sok}$$

3. Milyen hosszú az a élű kocka lapátlója, testátlója, körülírt és beírt gömbjének sugara?

$$\frac{a}{\sqrt{2}}, a, \frac{a\sqrt{3}}{2}, a\sqrt{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

4. Vegyük egy kocka szabályos háromszög síkmetszeteit. Határozzuk meg a legnagyobb területű háromszög oldalát!

$$a\sqrt{2}$$

5. Bizonyítsuk be, hogy a háromoldalú hasáb legnagyobb területű oldallapjának kisebb a területe, mint a másik két oldallap területének összege.

$$\text{háromszög-egyenlőtlenség}$$

6. Szabályos négyoldalú gúla magasságából (m) és oldaléléből (a) számítsuk ki az alapétl!

$$\sqrt{2}m - \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

7. Négyzetes gúla alapéle 22 cm, az oldallapok az alaplappal $63,600^\circ$ -os szöget zárnak be. Mekkora a gúla magassága és oldaléle?

$$22,160 \text{ cm}, 27,080 \text{ cm}$$

8. Hányszorosa az egyenes körhenger magassága az alaplap sugarának, ha a tengelymetszet területe megegyezik az alap területével?

$$\frac{2}{\pi}$$

9. Milyen összefüggés van a gömb R sugara, egy körmetszetének r sugara és a kör síkjának a gömb középpontjától való d távolsága között?

$$R^2 = r^2 + d^2$$

10. Mekkora a területe annak a körnek, amelyet egy R sugarú gömbből metsz ki egy olyan sík, amely a gömb középpontjától feleakkora távolságra van, mint a gömb sugarának hosszúsága?

$$\frac{3}{2}\pi R^2$$

Felszín és térfogat

Alapvető képletek, eljárások

11. Határozd meg a téglatestek felszínét és térfogatát, ha a téglatest egy csúcsba összefutó éleinek hossza a , b és c .

a) $a = 1, b = 2, c = 3$

$$A = 22, V = 6$$

b) $a = 5, b = 10, c = 20$

$$A = 700, V = 1000$$

c) $a = 20, b = 11, c = 9$

$$A = 998, V = 1980$$

d) $a = 3, b = 7, c = 21$

$$A = 462, V = 441$$

e) $a = 12, b = 5, c = 8$

$$A = 392, V = 480$$

f) $a = 19, b = 21, c = 22$

$$A = 2558, V = 8778$$

g) $a = 11, b = 21, c = 31$

$$A = 2446, V = 7161$$

h) $a = 19, b = 23, c = 27$

$$A = 3142, V = 11799$$

12. Határozd meg az egyenes hengerek felszínét és térfogatát, ha a henger alapkörének sugara r , magassága pedig m .

a) $r = 2, m = 3$

$A = 62,830, V = 37,698$

b) $r = 5, m = 7$

$A = 376,980, V = 549,762$

c) $r = 10, m = 11$

$A = 1319,430, V = 3455,650$

d) $r = 20, m = 21$

$A = 5152,060, V = 26388,600$

e) $r = 32, m = 11$

$A = 8645,408, V = 35385,856$

f) $r = 19, m = 72$

$A = 10863,307, V = 81653,868$

g) $r = 7, m = 19$

$A = 1143,506, V = 2924,736$

h) $r = 3, m = 16$

$A = 358,131, V = 452,376$

13. Határozd meg a négyzet alapú gúla felszínét és térfogatát, ha alapéle a , magassága m .

a) $a = 2, m = 3$

$A = 16,649, V = 4$

b) $a = 2, m = 5$

$A = 24,396, V = 6,667$

c) $a = 7, m = 3$

$A = 113,537, V = 49$

d) $a = 9, m = 11$

$A = 294,928, V = 297$

e) $a = 5, m = 4$

$A = 72,170, V = 33,333$

f) $a = 3, m = 6$

$A = 46,108, V = 18$

g) $a = 12, m = 5$

$A = 331,446, V = 240$

h) $a = 7, m = 8$

$A = 171,250, V = 130,667$

14. Határozd meg a négyzet alapú gúla felszínét és térfogatát, ha alapéle a , oldaléle b .

a) $a = 2, b = 3$

$A = 15,314, V = 3,528$

b) $a = 2, b = 5$

$A = 23,596, V = 6,394$

c) $a = 3, b = 7$

$A = 50,024, V = 20,012$

d) $a = 6, b = 11$

$A = 261,674, V = 242,249$

e) $a = 4, b = 5$

$A = 52,661, V = 21,990$

f) $a = 3, b = 9$

$A = 43,857, V = 16,837$

g) $a = 5, b = 12$

$A = 142,367, V = 95,561$

h) $a = 7, b = 8$

$A = 149,712, V = 102,653$

15. Határozd meg a szabályos n -oldalú gúla felszínét és térfogatát, ha alapéle a , magassága m !

a) $n = 9, a = 1, m = 15$

$A = 73,965; V = 30,910$

b) $n = 13, a = 7, m = 3$

$A = 1306,506; V = 646,122$

c) $n = 19, a = 2, m = 10$

$A = 335,371; V = 379,547$

d) $n = 3, a = 10, m = 5$

$A = 129,908; V = 72,174$

e) $n = 13, a = 2, m = 13$

$A = 229,784; V = 228,560$

f) $n = 12, a = 9, m = 20$

$A = 1228,222; V = 2687,160$

g) $n = 9, a = 15, m = 18$

$A = 3237,839; V = 8345,730$

h) $n = 8, a = 3, m = 1$

$A = 88,541; V = 14,486$

16. Határozd meg a kúp felszínét és térfogatát, ha alapkörének sugara r , magassága pedig m .

a) $r = 2, m = 3$

$A = 35,220, V = 12,566$

b) $r = 2, m = 5$

$A = 46,401, V = 20,943$

c) $r = 7, m = 3$

$A = 321,408, V = 153,933$

d) $r = 9, m = 11$

$A = 656,303, V = 933,025$

e) $r = 5, m = 4$

$A = 179,115, V = 104,717$

f) $r = 3, m = 6$

$A = 91,495, V = 56,547$

g) $r = 12, m = 5$

$A = 942,450, V = 753,960$

h) $r = 7, m = 8$

$A = 387,696, V = 410,489$

17. Határozd meg a kúp felszínét és térfogatát, ha alapkörének sugara r , alkotója pedig a .

a) $r = 2, a = 3$

$A = 31,415, V = 9,366$

b) $r = 2, a = 5$

$A = 43,981, V = 19,195$

c) $r = 3, a = 7$

$A = 94,245, V = 59,606$

d) $r = 9, a = 11$

$A = 565,470, V = 536,452$

e) $r = 4, a = 5$

$A = 113,094, V = 50,264$

f) $r = 3, a = 6$

$A = 84,820, V = 48,971$

g) $r = 5, a = 12$

$A = 267,027, V = 285,581$

h) $r = 7, a = 8$

$A = 329,857, V = 198,727$

18. Határozd meg a gömb felszínét és térfogatát, ha sugara r .

a) $r = 2$

$A = 50,264, V = 33,509$

b) $r = 5$

$A = 314,150, V = 523,583$

c) $r = 11$

$A = 1520,486, V = 5575,115$

d) $r = 7,200$

$A = 651,421, V = 1563,411$

e) $r = 9$

$A = 1017,846, V = 3053,538$

f) $r = 12$

$A = 5541,606, V = 38791,242$

g) $r = 33$

$A = 13684,374, V = 150528,114$

h) $r = 17$

$A = 3631,574, V = 20578,919$

19. Határozd meg a csonka kúp felszínét és térfogatát, ha alapkörének sugara R , fedőkörének sugara r , magassága m !

a) $R = 10, r = 9, m = 15$

$A = 1465,926; V = 4256,732$

b) $R = 20, r = 13, m = 3$

$A = 2577,037; V = 2604,303$

c) $R = 21, r = 19, m = 10$

$A = 3800,969; V = 12576,472$

d) $R = 13, r = 3, m = 5$

$A = 1121,156; V = 1136,176$

e) $R = 15, r = 13, m = 13$

$A = 2394,710; V = 8018,155$

f) $R = 18, r = 12, m = 20$

$A = 3438,115; V = 14325,240$

g) $R = 24, r = 9, m = 18$

$A = 4493,020; V = 16455,177$

h) $R = 11, r = 8, m = 1$

$A = 769,929; V = 285,876$

20. Határozd meg a szabályos négyoldalú csonka gúla felszínét és térfogatát, ha alaplapjának éle a , fedőlapjának éle b , magassága pedig m !

a) $a = 10, b = 9, m = 15$

$$A = 751,317, \\ V = 1355$$

b) $a = 20, b = 13, m = 3$

$$A = 873,245, \\ V = 829$$

c) $a = 21, b = 19, m = 10$

$$A = 1605,990, \\ V = 4003,333$$

d) $a = 13, b = 3, m = 5$

$$A = 404,274, \\ V = 361,667$$

e) $a = 15, b = 13, m = 13$

$$A = 1124,151, \\ V = 2552,333$$

f) $a = 18, b = 12, m = 20$

$$A = 1681,425, \\ V = 4560$$

g) $a = 24, b = 9, m = 18$

$$A = 1944, \\ V = 5238$$

h) $a = 11, b = 8, m = 1$

$$A = 253,505, \\ V = 91$$

21. Határozd meg a szabályos négyoldalú csonka gúla esetén, hogy mekkora szöget zár be az oldalél az alaplappal, ha a csonka gúla alapéle a , fedőéle c , oldaléle b .

a) $a = 10, c = 9, b = 16$

$$87,467^\circ$$

b) $a = 20, c = 13, b = 10$

$$60,332^\circ$$

c) $a = 21, c = 19, b = 12$

$$83,232^\circ$$

d) $a = 13, c = 3, b = 15$

$$61,874^\circ$$

e) $a = 15, c = 13, b = 15$

$$84,590^\circ$$

f) $a = 18, c = 12, b = 26$

$$80,609^\circ$$

g) $a = 24, c = 9, b = 33$

$$71,252^\circ$$

h) $a = 11, c = 8, b = 4$

$$57,972^\circ$$

Vegyes feladatok

22. Egy kocka éle 2 méterrel hosszabb, mint egy másiké. Térfogatuk különbsége 26 m^3 . Mekkora az élek?

$$3 \text{ m és } 1 \text{ m}$$

23. Egy négyzetes oszlop térfogata $627,4 \text{ m}^3$. A két szemben fekvő oldalélen átmenő síkmetszet területe $116,8 \text{ cm}^2$. Mekkora az élek?

$$7,6 \text{ m és } 10,9 \text{ m}$$

24. Mekkora a téglatest élei, ha oldallapjainak területe 55 cm^2 , 105 cm^2 és 231 cm^2 ?

$$5 \text{ cm}, 11 \text{ cm}, 21 \text{ cm}$$

25. Egy téglatest térfogata 7500 cm^3 , éleinek aránya $3 : 4 : 5$. Mekkora az élei?

$$15 \text{ cm}, 20 \text{ cm}, 25 \text{ cm}$$

26. Egy téglatest felszíne 1872 cm^2 , éleinek aránya $2 : 3 : 4$. Mekkora az élei?

$$12 \text{ cm}, 18 \text{ cm}, 24 \text{ cm}$$

27. Ha egy téglatest egy-egy élét 6 cm -rel, illetve 4 cm -rel meghosszabbítjuk, kockát kapunk. A kapott kocka térfogata $2059,2 \text{ cm}^3$ -rel nagyobb a téglatest térfogatánál. Mekkora az élei?

$$15,6 \text{ cm}, 9,6 \text{ cm}, 11,6 \text{ cm}$$

28. Egy szabályos hatszög alapú egyenes hasáb alapéle $0,4 \text{ cm}$, magassága 23 cm . Mekkora a térfogata?

$$9,566 \text{ cm}^3$$

29. Egy szabályos nyolcszög alapú egyenes hasáb alapéle $3,4 \text{ cm}$, oldaléle $8,02 \text{ cm}$. Mekkora a térfogata?

$$447,18 \text{ cm}^3$$

30. Milyen tömegű az a szabályos hatszög alapú, egyenes hasáb alakú bazalttömb, amelynek alapéle 0,24 m, magassága 2,46 m, és a bazalt sűrűsége 2,85 kg/dm³. 1049,2 kg
31. Egy 40 dm magas egyenes hasáb alaplapja egy 12 dm sugarú körbe írt szabályos ötszög. Mekkora a felszíne és térfogata? 3504,76 dm², 13695,2 dm³
32. Egy 50 cm magas egyenes hasáb alaplapja egy 15 cm sugarú kör köré írt szabályos nyolcszög. Mekkora a felszíne és térfogata?
33. Egy torony csúcsa hatoldalú szabályos gúla, melynek alapéle 2 m, magassága 5,6 m. Hány m² ónlemez szükséges a befedésére? 35,2 m²
34. Szabályos négyoldalú gúla térfogata 49,905 m³, magassága pedig kétszer akkora, mint az alaplap átlója. Mekkora a felszíne? 95 m²
35. Egy vízgyűjtő medence lefele keskenyedő csonkagúla alakú. Felső lapja 14 m, az alsó 7 m oldalú négyzet, mélysége 6 m. Mennyi víz fér bele? Mennyi víz van benne, ha csak fele magasságig van töltve? 686 m³, 232,75 m³
36. Az egyenes körhenger alaplapjának kerülete 20,33 cm, a magasságnak és az alaplap sugarának különbsége 11,6 cm. Mekkora a felszíne? 367,66 cm²
37. Egyenes körhenger felszíne 21 356,62 cm², az alaplap sugarának és a magasságának aránya 4 : 5. Mekkora az alaplap sugara és a testmagasság? 38,87 cm, 48,58 cm
38. A 15 m hosszú pince dongaboltozata egy 5,6 m átmérőjű félhenger palástja. Mennyi idő alatt készíthető el a belső felület vakolása, ha 1 óra alatt 4,5 m²-t lehet bevakolni? 29,32 h
39. Mekkora a kétliteres, henger alakú edény magassága, ha kétszer olyan magas, mint amilyen széles? 2,17 dm
40. Henger alakú víztartály belső átmérője 2 m. Mennyit emelkedik a víz felszíne, ha a tartályba 10 hl vizet engednek? 3,18 dm
41. Egy óránként 82 hl vizet adó forrás egy 7,5 m átmérőjű henger alakú medencébe folyik. Mennyit emelkedik a vízszint 4 óra alatt? 0,74 m
42. Mekkora az egyenes körkúp felszíne, ha térfogata 247 cm³, alkotója pedig háromszor akkora, mint az alapkör sugara? 240 cm²
43. Két egyenes körkúpnak közös az alapja. A csúcsok távolsága 3,2 dm. Egyiknek a nyílásszöge 90°, a másiké 60°. Mekkora a palástok közti térrész térfogata? 4,59 dm³ vagy 6,44 dm³
44. Hány m² selyem kell egy ejtőernyőhöz, ha azt 6,5 m sugarú félgömbnek vehetjük? Hulladékra, ráhajításra még 10%-ot számolunk. 292 m²
45. Egy gömb felszíne 40 cm². Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelynek a térfogata kétszer akkora, mint az első gömbé? 63,5 cm²