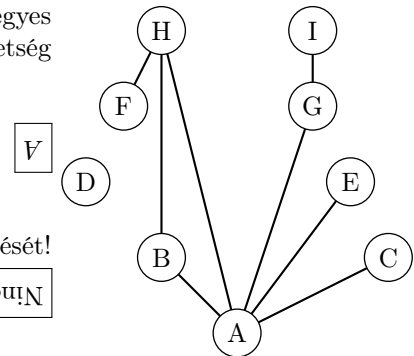


Gráfok

- Egy hattagú társaságban megkérdezzük embereket, hogy kinek hány ismerőse van a társaság tagjai között. Válaszul háromszor 1-et, kétszer 2-t és egyszer 5-öt kaptunk (az ismeretségek mindig kölcsönösek). Szemléltessük a társaságon belüli ismeretségi viszonyokat gráffal!
- Egy 5 fős társaságban 8 kézfogás történt. Adj meg egy olyan gráfot, amely ezt szemlélteti!
- Egy gráfban 4 csúcs van. Az egyes csúcsokból 3, 2, 2, 1 él indul. Hány éle van a gráfnak?
- Rajzoljon egy olyan öt csúcspontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma 4; 3; 3; 2; 2!
- Egy irodai számítógép-hálózat hat gépből áll. Mindegyik gép ezen közül három másikkal van közvetlenül összekötve. Rajzoljon egy olyan gráfot, amely ezt a hálózatot szemlélteti!
- Rajzoljon egy gráfot, melynek 5 csúcsa és 5 éle van, továbbá legalább az egyik csúcsának a fokszáma 3.
- Rajzoljon egy olyan 5 csúcsú gráfot, melyben a csúcsok fokszámának összege 12.
- Egy iskola asztalitenisz bajnokságán hat tanuló vett részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet!
 - Rajzolja le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját!
 - Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta? (Igen válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot; nem válasz esetén válaszát részletesen indokolja!)

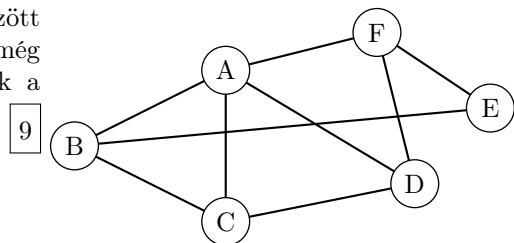
9. Egy társaságban kilenc ember találkozott. A mellékelt gráf pontjai jelentik az egyes személyeket, s azokat kötöttük össze éllel, akik ismerik egymást. (Az ismeretség kölcsönös.)

a) Kinek van a legtöbb ismerőse a jelenlevők között?



b) Fogalmazzuk meg az „ismeretségi” gráf izolált pontjának jelentését!

10. Az iskolák közötti labdarúgóbajnokságra jelentkezett 6 csapat között lejátszott mérkőzéseket szemlélteti az ábra. Hány mérkőzés van még hátra, ha minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszik a bajnokságban?



11. Vizsgáljuk meg, hogy nagyapáink dédapjai és dédapáink nagyapjai ugyanazok a személyek-e! (Rajzoljuk fel a családfát visszamenőleg öt generáció terjedelemben.)

12. Egy társasági összejövetelen tíz vendég vett részt. A házigazda kérdésére mindannyian megmondták, hogy a többi vendég között hány ismerősük van. Ezek voltak a válaszok: 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 7. A házigazda rövid gondolkodás után rájött, hogy valaki tévedett. Hogyan gondolkozhatott? (Az ismeretség kölcsönös.)

13. Mutassuk meg, hogy bármely társaságban azok száma, akiknek páratlan számú ismerősük van, páros.

14. Hány éle van az alábbi 6 csúcú gráfoknak, ha adottak a fokszámok?

a) 1, 1, 2, 3, 4, 5

8

b) 2, 2, 2, 2, 2, 2

9

c) 0, 2, 3, 4, 5, 6

10

d) 1, 1, 2, 3, 4, 4

nincs ilyen gráf

15. Egy gyűlés tréfás kedvű házigazdája fogadást ajánlott 15 meghívottjának. Azt állította, hogy bár nem tudja, korábban ki kinek volt ismerőse, biztos benne, hogy van a meghívottak között olyan, akinek a többiek között páros számú ismerőse van. A vendégek nem értették, hogyan lehet ebben biztos, hiszen mindenki valamelyik ismerősével jött (tehát senkinek sincs nulla ismerőse). Amikor végigkérdezték egymást, kiderült, hogy a házigazdának lett igaza. Szerencséje volt?

Nem, hiszen ebben az esetben *mindig* lesz ilyen ember.

16. Igaz-e, hogy bármely társaságban van két olyan személy, akiknek ugyanannyi ismerősük van a társaságban? (Feltételezzük, hogy az ismeretség kölcsönös.)

Igaz.

17. Miért nincs olyan 8 pontú egyszerű gráf, amelyben a fokszámok rendre

a) 2, 2, 3, 3, 4, 6, 6, 8

Nem lehet 8 fokszámú csúcs.

b) 1, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6

Páratlan a fokszámok összege.

c) 0, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 7

0 és 7 fokszám *egyszerre* nem lehet.

d) 1, 2, 3, 3, 5, 6, 7, 7

Két hetedfokú csúcs esetén minden csúcs fokszáma legalább 2.

e) 1, 1, 3, 4, 6, 7, 7, 7

Hasonlóan, mint az előző.

18. Körmérkőzést játszik 10 csapat. Igaz-e, hogy tetszőleges időpontban található két olyan csapat, amelyek ugyanannyi mérkőzést játszottak?

Igaz.

19. Igaz-e, hogy ha 10 csapat körmérkőzéses versenyén legalább 11 mérkőzést már lejátszottak, akkor van olyan csapat, amelyik legalább háromszor játszott?

Igaz.

20. Igaz-e, hogy minden szénhidrogén-molekulában páros számú hidrogénatom van?

Igaz.

21. Egy 15-ös létszámú versenyen mindenki mindenkivel egyszer mérkőzik. Már 98 mérkőzés lezajlott. Igaz-e, hogy van olyan résztvevő, aki már befejezte a versenyt?

Igaz.

22. 32 csapatot kieséses rendszerben összesorsoltak. Hány mérkőzést kell lejátszani, míg kiderül, melyik a győztes csapat?

31

És 20 csapat esetén? (Akinek nem jut ellenfél, automatikusan továbbjut.)

16