Németh László Matematikaverseny, Hódmezővásárhely
2008. április 21.
A 9-10. osztályosok feladatai

1. Nevezzünk egy dátumot páros jegyűnek, ha az év, hónap és nap leírásakor használt számjegyek összege páros, páratlan jegyűnek egyébként (pl. 2008. január 1-e páros jegyű, mert 2+0+0+8+0+1+0+1 = 12, 2008. december 31. viszont páratlan jegyű lesz, mert 2+0+0+8+1+2+3+1 = 17). Mennyi lesz 2008-ban a páros és a páratlan jegyű napok száma?

(6 pont)

2. Ha egy tört számlálójához és nevezőjéhez egyaránt 1-et adunk, a tört értéke $\frac{2}{3}$ lesz. Ha ugyanennek a törtnek a számlálójából és nevezőjéből 1-et kivonunk, a tört értéke $\frac{1}{2}$-re változik.

a) Mennyi az eredeti tört számlálója és nevezője?
b) Igaz-e, hogy amennyiben az eredeti tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a pozitív számmal növeljük, a tört értéke nagyobb lesz az eredetinél?

(7 pont)

3. Adott a síkban az ABCD paralelogramma és a paralelogrammát nem metsző *e* egyenes. Jelölje *t(A), t(B)*,… rendre az A, B,… csúcsok távolságát az *e* egyenestől. Igazoljuk, hogy

$$t(A) + t(C) = t(B) + t(D)$$

(6 pont)

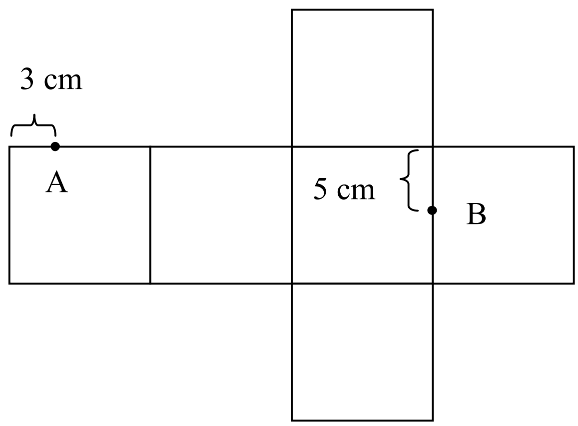
4. A *p* valós paraméter mely értéke mellett van gyöke a

$$2x + 3 = px - 5p + 1$$

egyenletnek a valós számok halmazán? *p* mely értékeire lesz a gyök negatív, pozitív illetve nulla?

(6 pont)

5. Egy 10 cm élhosszúságú kocka oldallapjait kiterítettük a síkba az ábra szerint. Mekkora lesz az A és B pontok távolsága, ha a lapokból ismét helyreállítjuk az eredeti kockát?



(6 pont)

6. Az első 25 pozitív egész számot (tetszőlegesen) ötös csoportokba osztjuk. Ezt követően kiválasztjuk a csoportok (nagyság szerint) középső elemét, majd az így kapott öt számból is kiválasztjuk a középsőt.

a) Adjon példát olyan csoportosításra, amikor a kiválasztott szám <u>*nem*</u> a 13-as!

(4 pont)

b) Mi lehet a kiválasztott szám legnagyobb és legkisebb értéke?

(7 pont)