25. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Budapest, 2016. március 11-15.

12. osztály

1. feladat: Az ABC szabályos háromszög köré írt körön a rövidebb AB íven kijelölünk egy M pontot. Bizonyítsa be, hogy $AB^2 \geq 3 \cdot AM \cdot MB$.

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)

2. feladat: Az ötös lottón 5 számot kell megjelölni az $1, 2, \ldots, 90$ számok közül. Peti egy olyan szelvénnyel játszik, amelyen az 5 megjelölt számban az $1, 2, \ldots, 9$ számjegyek mindegyike pontosan egyszer szerepel, és a 0 számjegy nem fordul elő. Petinek szól a barátja, hogy az aznapi sorsoláson ilyen 5 számot húztak ki, de magukról a kihúzott számokról nem tud semmit sem mondani. Mi a valószínűsége annak, hogy Petinek legalább 4 találata van?

Remeténé Orvos Viola (Debrecen)

3. feladat: Igazolja, hogy $1992 \cdot 2012 \cdot 2016 \cdot 2022 \cdot 2042 + 5^6$ összetett szám.

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

4. feladat: Igazolja, hogy ha a P polinom minden együtthatója nemnegatív valós szám, akkor $x > 0$ esetén $P(x)P(\frac{1}{x}) \geq (P(1))^2$.

Kekeňák Szilvia (Kassa)

5. feladat: Egy konvex négyszög oldalainak és átlóinak hossza racionális szám. Mutassa meg, hogy az átlókat a metszéspontjuk racionális hosszúságú szakaszokra osztja.

Tóth Sándor (Kisvárda)

6. feladat: Oldja meg az $x^3 + 2 = 5\sqrt[3]{5x - 2}$ egyenletet a valós számok halmazán.

Bíró Béla (Sepsiszentgyörgy)