24. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szabadka, 2015. április 8-12.

11. osztály

1. feladat: Legyen $P(x)$ egész együtthatós polinom. Tudjuk, hogy a $P(x)$ polinom helyettesítési értéke 2015 különböző egész értékre 2014-et ad eredményül. Bizonyítsd be, hogy nincs olyan x_0 egész szám, amelyre $P(x_0) = 2016$ teljesül!

Kántor Sándor (Debrecen, Magyarország)

2. feladat: A hegyesszögű ABC háromszögben legyen D pont a C csúcsból húzott magasság talppontja úgy, hogy $AD = BC$ érvényes. Ha L pont a D pontból húzott merőleges talppontja az A csúcsból szerkesztett magasságra, akkor igazold, hogy a BL az $ABC\sphericalangle$ szögfelezője!

Ripcó Sipos Elvira (Zenta, Vajdaság)

3. feladat: A Mesebeli Órán a beosztások nem 1-től 12-ig, hanem 1-től 2015-ig vannak jelölve. A Furfangos Manók azt a játékot játszák, hogy eltüntetik az Óráról az 1-es számot, a 16-ost, 31-est, majd így sorban minden 15-ik beosztáshoz tartozó számot. Amikor olyan helyre érkeznek, amelyikről már eltüntették a számot, oda visszavarázsolják az eredeti számot, ami ott állt. Melyik lesz az első olyan szám, amelyet visszavarázsolnak a Furfangos Manók, hány kört kell addig megtenniük és hány szám látható abban a pillanatban a Mesebeli Óra beosztásainál?

Péics Hajnalka (Szabadka, Vajdaság)

4. feladat: Hány megoldása van az $x = 2015 \sin x$ egyenletnek?

Mikó István (Felvidék)

5. feladat: Legyen K_n az $1, 2, \ldots, n$ számok ($n \in \mathbb{Z}^+$) legkisebb közös többszöröse, pl. $K_1 = 1$, $K_2 = 2$, $K_3 = 6$, $K_4 = 12$, $K_5 = 60$, $K_6 = 60$, és így tovább. Mely pozitív egész számokra teljesül, hogy $K_{n-1} = K_n$? Fogalmazd meg a sejtést és bizonyítsd be az állítást!

Kántor Sándorné (Debrecen, Magyarország)

6. feladat: Egy 3 cm sugarú kör érinti egy 16 cm magasságú húrtrapéz mindkét szárát és a rövidebb alapját. A trapéz átlói illeszkednek a kör középpontjára. Mekkora a trapéz területe?

Katz Sándor (Bonyhád, Magyarország)