24. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szabadka, 2015. április 8-12.

10. osztály

1. feladat: A XXIV. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny tiszteletére Frici rajzolt Szabadka főterére egy 24 oldalú szabályos sokszöget. Hány olyan egyenlő szárú háromszöget rajzolhatna, amelynek minden csúcsa ennek a sokszögnek egy csúcsa, és minden oldala ennek a sokszögnek egy átlója?

Erdős Gábor (Nagykanizsa, Magyarország)

2. feladat: Ha $x, y, z \in [-3, 5]$, akkor igazold, hogy

$$\sqrt{5x - 3y - xy + 15} + \sqrt{5y - 3z - yz + 15} + \sqrt{5z - 3x - xz + 15} \leq 12.$$

Mikor állhat fenn az egyenlőség?

Kovács Béla (Szatmárnémeti, Erdély)

3. feladat: Hány olyan egyenlőszárú trapéz létezik, amelynek a kerülete 2015 és az oldalak mérőszáma egész szám?

Szabó Magda (Szabadka, Vajdaság)

4. feladat: Határozd meg mindazokat az a valós számokat, melyekre az

$$ax^2 + (1 - a^2)x - a > 0$$

egyenlőtlenség egyetlen x megoldására sem igaz, hogy $|x| > 2$.

Csikós Pajor Gizella (Szabadka, Vajdaság)

5. feladat: Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left| 2x - 57 - 2 \cdot \sqrt{x - 55} + \frac{1}{x - 54 - 2 \cdot \sqrt{x - 55}} \right| = |1 - x|.$$

Bíró Bálint (Eger, Magyarország)

6. feladat: Egy konvex négyszöget átlói négy háromszögre bontanak. Ha mind a négy háromszög területének a mértéke egész szám, akkor végződhet-e 2015-re a négy terület mértékének szorzata? Lehet-e ez a szorzat olyan egész szám, amelynek utolsó négy jegye 2015, azaz lehet-e $t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot t_4 = \overline{\ldots 2015}$, ha t_1, t_2, t_3, t_4 jelöli a háromszögek területeinek mértékét?

Katz Sándor (Bonyhád, Magyarország)