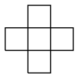
24. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szabadka, 2015. április 8-12.

9. osztály

1. feladat: Egy 20×20-as négyzetháló négyzeteibe a bal felső mezőből indulva soronként sorra beírjuk az $1, 2, 3, \ldots, 400$ pozitív egész számokat. Ezután a táblázat négyzeteiből az ábrán látható kereszt alakú síkidommal mindig ötöt letakarunk az összes lehetséges módon.



Hányszor lesz a letakart öt szám összege négyzetszám? Milyen szám áll ezekben az esetekben a kereszt közepén?

Nemecskó István (Budapest, Magyarország)

2. feladat: Egy háromjegyű számot osztva a számjegyeinek összegével 37-et kapunk. Ha e háromjegyű számhoz hozzáadunk 297-et, a megfordított (felcserélt sorrendben felírt) számjegyekből álló számot kapjuk. Mely háromjegyű számok esetében lehetséges ez?

Kovács Béla (Szatmárnémeti, Erdély)

3. feladat: Hány megoldása van a prímszámok halmazában a $p^2 + q^2 + r^2 + s^2 = pqrs + 4$ egyenletnek?

Mészáros József (Galánta, Felvidék)

4. feladat: Egy ABC háromszögben $A\sphericalangle = 60°$. Legyenek rendre az M és N pontok az AB és AC oldalak olyan pontjai, melyekre $AM = CN$. Az MN szakasz felezőpontja legyen F_1, míg az AC oldal felezőpontja F_2. Bizonyítsd be, hogy

$$F_1F_2 = \frac{1}{2} \cdot AM.$$

Bíró Béla (Sepsiszentgyörgy, Erdély)

5. feladat: Keresd meg az összes olyan pozitív egészekből álló (x, y, z) számhármast, amelyre érvényes, hogy $x \mid (y + 1), \quad 2y \mid (z + 2) \quad$ és $\quad 3z \mid (x + 3)$.

Kekeňak Szilvia (Kassa, Felvidék)

6. feladat: Az ABC hegyesszögű háromszög magasságpontja M. Igazold, hogy ha $MC = AB$, akkor az $ACB\sphericalangle = 45°$. Igaz-e az állítás tompaszögű háromszögben is?

Katz Sándor (Bonyhád, Magyarország)