



## 7. (8.) évfolyam

### 1. feladat

100 diót úgy osztottak el a gyerekek között, hogy az első kapott valahány diót, a második 1-gyel többet, mint az első, a harmadik 1-gyel többet, mint a második, és így tovább, minden gyerek 1-gyel többet kapott, mint az előtte levő.

Hány gyerek között oszthatták el a diókat, és hány diót kapott egy-egy gyerek?

### 2. feladat

Az  $ABCD$  paralelogramma oldalaira a paralelogrammán kívül szerkeszd meg az  $ABCD$  paralelogramma síkjában az  $ABE$ ,  $BCF$ ,  $CDG$  és  $DAH$  egyenlő oldalú háromszögeket!

- Igazold, hogy az  $EFGH$  négyszög paralelogramma!
- Bizonyítsd be, hogy az  $EFGH$  és  $ABCD$  paralelogrammák középpontjai egybeesnek!
- Milyen  $ABCD$  paralelogramma esetén lesz az  $EFGH$  négyszög téglalap?

### 3. feladat

Határozd meg azokat az  $a$ ,  $b$ ,  $c$  tízes számrendszerbeli számjegyeket, amelyekre fennállnak a következő összefüggések:

$$\begin{cases} \overline{aa} \cdot \overline{ab} = \overline{bb} \cdot \overline{ba} \\ \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 999 \end{cases}$$

### 4. feladat

Keresd meg az összes olyan háromjegyű számpárt, amelyek tagjainak különbsége 100, és amelyek közül az egyik 6-tal, a másik pedig 7-tel osztható!

### 5. feladat

Az  $ABCD$  trapézban  $m(\hat{A}) = m(\hat{D}) = 90^\circ$  és  $AB = 2 \cdot DC$ . Az  $E$  és  $F$  pontok a  $BC$  oldalt három egyenlő részre osztják:  $BE = EF = FC$ . Tudjuk, hogy  $AF \cap DE = \{O\}$ . Igazold, hogy:

- $T_{AEF} = 2 \cdot T_{DEF}$ ;
- $T_{AEF} = \frac{2}{9} \cdot T_{ABCD}$ ;
- $T_{OEF} = \frac{1}{27} \cdot T_{ABCD}$  !

### 6. feladat

Határozd meg az összes olyan 3-tól különböző  $p$  prímszámot, amelyre a  $\left| \frac{p^2 + 19}{p - 3} \right|$  tört értéke szintén prímszám!

- munkaidő 4 óra;
- minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér;
- lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 pluszpont jár.