

## 6. (7.) évfolyam

### 1. feladat

Egy  $5 \times 5$ -ös négyzetrács bal alsó négyzetében ül egy bolha. Ugrania csak jobbra vagy felfelé szabad, de az ugrás hossza bármekkora lehet. Hányféleképpen juthat el a jobb felső négyzetbe?

### 2. feladat

Az iskola udvarán a diákok egy sorban egymás mellett állnak. Minden diáknak vagy piros, vagy fehér, vagy zöld sapka van a fején. Bármelyik öt egymás mellett álló diák közül pontosan egynek van piros sapkája és bármelyik hét egymás mellett álló diák közül pontosan egynek van fehér sapkája. Határozd meg:

- legalább hány diáknak lehet zöld sapkája?
- legfeljebb hány diáknak lehet zöld sapkája?

### 3. feladat

A Kisherceg nagyon szereti, bolygóján ülve, a csillagos égboltot figyelni. Idén a *Csavargó* nevű üstökös tanulmányozta és megállapította, hogy a tömegvesztesége miatt a visszatérési ideje mindig növekszik. Az idén is visszatérő üstökösről feljegyzéseket talált: az üstökös először időszámításunk után 5-ben volt látható, majd 65-ben ismét visszatért. Kiszámolta azt, hogy legközelebb 137 020 év múlva tér vissza. Határozd meg, milyen szabály szerint kering az üstökös!

### 4. feladat

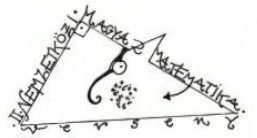
Egy labdarugó bajnokságban az *Aranylábúak*, a *Gólvágók*, a *Villámgyorsak* és a *Ólomlábúak* csapatok mindegyike egy-egy mérkőzést játszott a többi három csapat ellen. A verseny végén a következő táblázatot hozták nyilvánosságra:

Hely	Csapat neve	Mérkőzések száma			Gólok száma	
		nyert	döntetlen	vesztett	lőtt	kapott
1.	Aranylábúak	2	1	0	4	1
2.	Gólvágók	2	0	1	4	1
3.	Villámgyorsak	0	2	1	1	2
4.	Ólomlábúak	0	1	2	0	5

Milyen eredménnyel végződtek az egyes mérkőzések?

Megjegyzések:

- munkaidő 4 óra;
- minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér;
- lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 pluszpont jár.



### 5. feladat

Egy derékszögű háromszögben a derékszög csúcsából az átfogóra bocsátott magasság a hegyesszögek szögfelezőivel olyan  $\alpha$  és  $\beta$  hegyesszögeket zár be, amelyekre teljesül az

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{5} \text{ összefüggés. Mekkora a háromszög hegyesszögei?}$$

### 6. feladat

Az  $ABC$  háromszögben  $AB = AC$  és a  $B$  szög mértéke  $80^\circ$ . Az  $AB$  oldalon felvesszük a  $D$  pontot úgy, hogy  $AD = BC$ . Az  $AD$  szakaszra megszerkesztjük, az  $ABC$  háromszög síkjában, az  $ABC$  háromszögn kívül az  $ADE$  egyenlő oldalú háromszöget.

Igazold, hogy: a)  $[CD]$  félegyenes szögfelezője az  $ACE$  szögnek!

b)  $EMB$  háromszög egyenlő szárú, ahol  $M$  az  $EC$  és  $AB$  szakaszok metszéspontja!

Megjegyzések:

- munkaidő 4 óra;
- minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér;
- lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 pluszpont jár.