



5. (6.) évfolyam osztály

1. feladat

Határozd meg azokat az n nem nulla, egyjegyű természetes számokat, amelyeket, ha megszorozunk 38-cal, majd a szorzatot 76-tal, és a kapott eredményekhez hozzáadunk 7-et, olyan számokat kapunk, amelyeknek az utolsó számjegye 9!

2. feladat

A 2, 3, 5, 11, 13, 19, 31, 53 és 61 számokat helyezd el hármas csoportokban úgy, hogy az egyes csoportokban levő számok szorzatai egymás utáni természetes számok legyenek!

3. feladat

Adott az $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2015} + 2^{2016}$ természetes szám.

a) Igazold, hogy A osztható 30-cal!

b) Határozd meg a p és q prímszámokat tudva azt, hogy:

$$(2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2015} + 2^{2016}) : (1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2012}) + p \cdot q = 2015.$$

4. feladat

Határozd meg azokat az a, b és c tízes számrendszerbeli számjegyeket, amelyekre fennáll a következő egyenlőség: $(\overline{aaaa})^2 + (\overline{bbbb})^2 + (\overline{cccc})^2 = 12221^2$.

5. feladat

Hány olyan n jegyű ($n \geq 2$) természetes szám van a tízes számrendszerben, amelynek számjegyei különbözőek, és minden két szomszédos számjegyének összege osztható 3-mal?

6. feladat

A sárkány, hogy mentse az életét, megmutatta Jánosnak az aranyrudakat tartalmazóládáját, és azt mondta: „Tegyél a zsákodba legalább egy aranyrudat. Azután én visszateszek a zsákodból a ládámba legalább egy rudat, de más darabszámút, mint ahányat te elvettél. Így fogjuk egymás után rakosgatni a rudakat: te a ládámból a zsákodba, én a zsákodból a ládámba, de minden egyes alkalommal az összes korábbi áttevéstől különböző darabszámút. Amikor ennek a szabálynak a betartásával már nem lehet folytatni az áttevést, elviheted, ami éppen akkor lesz a zsákodban.” Legtöbb hány aranyrúddal távozhatott János, ha a ládában eredetileg 10 aranyrúd volt, és a sárkány mindent megtett azért, hogy János a lehető legkevesebb aranyrudat kapjon?

Megjegyzések:

- munkaidő 4 óra;
- minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér;
- lényeges általánosításokért és az elsőtől lényegesen különböző megoldásokért egy feladatra legfeljebb 5 pluszpont jár.