

8. (9.) évfolyam

1. Anna vásárolt egy almát, egy banánt és egy narancsot. Ha egy alma harmadába, egy narancs a kétkilencedébe, egy banán a kétharmadába kerülne a jelenlegi árnak, akkor 200 Ft-ot, ha pedig az alma kétötödébe, a narancs felébe, a banán tizedébe kerülne, akkor 100 Ft-ot fizetett volna. Hány forintot fizetett Anna a három gyümölcsért?

Nagy-Baló András

2. Legyen ABC egy hegyesszögű nem egyenlő oldalú háromszög, A_1 , B_1 és C_1 pedig az A , B és C csúcsok tükörképei a szemben lévő oldalakra nézve. Bizonyítsuk be, hogy az A , B és C pontok egyike az $A_1B_1C_1$ háromszög belsejében, egy pedig azon kívül helyezkedik el. Mit mondhatunk a harmadik csúcsponttól?

B. Varga József, Temerin

3. Határozzuk meg az összes $\overline{ab1}$ alakú számokat, melyeket elosztva egy egyjegyű számmal maradékul 8-at kapunk.

Matefi István,

4. Igazoljuk, hogy az x, y, z, t, u valós számok akkor és csakis akkor egyenlőek, ha

$$|x - y| = 2012|y - z| = 2013|z - t| = 2014|t - u| = 2015|u - x|.$$

Bencze Mihály, Ady Endre Líceum, Bukarest

5. Mutassuk ki, hogy bármely a és b valós számra teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$4(a - b)^2 - 6(a - b) + 4ab + 3 \geq 0.$$

Milyen esetben kapunk egyenlőséget?

Zákány Mónika, Németh László Elméleti Líceum, Nagybánya

6. Ha p prímszám és $p > 3$, akkor $p^2 + 6560$ összetett szám. Bizonyítsuk be az állítást.

Polcz Zita, Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti