XXI. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Kecskemét, 2012. március 14-18.

11. osztály

1. feladat: Határozzuk meg azokat a pozitív egész számpárokat, amelyek számtani közepe 1-gyel nagyobb a mértani közepüknél!

Kallós Béla (Nyíregyháza)

2. feladat: Az ABC háromszögben H a BC oldal C-hez közelebbi harmadoló pontja, N pedig az AB oldal B-hez közelebbi negyedelő pontja. Az AH és CN szakaszok metszéspontja M.
a) Milyen arányban osztja az M pont az AH és CN szakaszokat?
b) Hányad része az ABC háromszög területének a $HMNB$ négyszög területe?

Katz Sándor (Bonyhád)

3. feladat: Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$3^{2x+1} - (x-1) \cdot 3^x = 10x^2 + 13x + 4$$

Bencze Mihály (Brassó)

4. feladat: Az ABC háromszög AB oldalán vegyük fel a D pontot, AC oldalán pedig az E és F pontokat úgy, hogy $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{CF}{AC} = \dfrac{AD}{AB}$ teljesüljön! Az F ponton keresztül húzzunk párhuzamost az AB oldallal, messe ez a párhuzamos a BC oldalt a G pontban! Mely D, E, F pontok esetén lesz a $DEFG$ négyszög területe a lehető legnagyobb?

Nemecskó István (Budapest)

5. feladat: Mely n pozitív egész számok esetén osztható az $1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n + 7^n + 8^n$ összeg 5-tel?

Oláh György (Révkomárom)

6. feladat: Aladár és Béla a következő játékot játsszák: a táblára felírják az $1, 2, \ldots, 2012$ számokat, melyek közül felváltva törölnek le egy-egy számot. Aladár kezd. A játék akkor ér véget, amikor két szám marad a táblán. Ha ezek különbségének abszolútértéke egy előre megadott rögzített pozitív egész k számnál nagyobb prímszám, akkor Béla nyer, egyébként pedig Aladár nyer. Döntsük el, hogy k értékétől függően melyik játékosnak van nyerő stratégiája!

Borbély József (Tata)