XXI. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Kecskemét, 2012. március 14–18.

10. osztály

1. feladat: Van-e olyan egész együtthatós $P(x)$ polinom, amelyre $P(0) = 12, P(1) = 20$ és $P(2) = 2012$?

Pintér Ferenc (Nagykanizsa)

2. feladat: Határozzuk meg mindazokat a p, q, r prímszámokat, amelyekre

$$pqr < pq + qr + rp\,!$$

Oláh György (Révkomárom)

3. feladat: Mely n pozitív egész számok esetén lesz az n^2+n+19 kifejezés értéke négyzetszám?

Kacsó Ferenc (Marosvásárhely)

4. feladat: Határozzuk meg az

$$E = \frac{2x}{3y+4z} + \frac{3y}{4z+2x} + \frac{4z}{2x+3y}$$

kifejezés legkisebb értékét, ha x, y és z pozitív valós számok!

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

5. feladat: Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AC = BC$, az AB alap felezőpontja D, az A és a D pontból a BC szakaszra bocsátott merőlegesek talppontja rendre a BC szakasz E, illetve F belső pontja. A DF szakasz G felezőpontját a C ponttal összekötő szakasz és az AF szakasz metszéspontja H. Igazoljuk, hogy a H pont az AC szakasz mint átmérő fölé írt Thalész-körön van!

Bíró Bálint (Eger)

6. feladat: Az első 2012 darab pozitív egész szám mindegyikét átírjuk hármas számrendszerbe. Hány palindrom szám van a kapott 2012 darab hármas számrendszerbeli szám között? (Palindrom számon olyan pozitív egész számot értünk, amelynek számjegyeit fordított sorrendben írva az eredeti számot kapjuk vissza.)

Kosztolányi József (Szeged)