XXI. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Kecskemét, 2012. március 14-18.

9. osztály

1. feladat: A Gumimacik megszervezték a Nemzetközi Gumibogyó Szüreti Fesztivált, ahol minden résztvevő Gumimaci ugyanannyi üveg idei termésből készült gumibogyó szörpöt kapott ajándékba. Ha a Szüreti Fesztiválon tízzel kevesebb Gumimaci lett volna jelen, akkor az elkészített mennyiségből minden résztvevő két üveggel több gumibogyó szörpöt kaphatott volna. Amennyiben a Szüreti Fesztiválon nyolc Gumimacival többen vettek volna részt, akkor az idén sajtolt gumibogyó szörp mennyiségből mindannyian egy üveggel kevesebbet kaptak volna. Valójában hány Gumimaci vett részt a Nemzetközi Gumibogyó Szüreti Fesztiválon, és fejenként hány üveg gumibogyó szörpöt kapott ajándékba?

Péics Hajnalka (Szabadka)

2. feladat: Az $ABCDE$ szabályos ötszög AD és EB átlóinak metszéspontja legyen S, az AC és EB szakaszok metszéspontja P, az AD és EC átlók metszéspontja R, a DB és EC szakaszok metszéspontja pedig Q! Határozzuk meg az $APQD$ négyszög területét, ha az átlók által meghatározott $ABCDE$ csillagötszög (ötágú csillag) területe 2 egység!

Nemecskó István (Budapest)

3. feladat: Az asztalon egy egyenes mentén 50 zsetont helyeztek el. Aladár és Bea a következő játékot játssza: felváltva vesznek el a zsetonok közül alkalmanként 3-3 darabot addig, amíg 2 zseton nem marad. Ha ezek nem szomszédosak, akkor a kezdő játékos győz, ha pedig szomszédosak, akkor a második játékos a győztes. Kinek van nyerő stratégiája, ha a játékot Bea kezdi?

Szabó Magda (Szabadka)

4. feladat: Határozzuk meg azokat a pozitív egész n számokat, amelyekre a $2^n - 1$ és a $2^n + 1$ számok közül legalább az egyik osztható 7-tel!

Kántor Sándor (Debrecen)

5. feladat: Az ABC háromszög AB és AC oldalainak belsejében úgy vesszük fel rendre a D és E pontokat, hogy $BD = CE$ teljesüljön. Legyen F és G rendre a BC és DE szakaszok felezőpontja, valamint legyen M az FG egyenesnek az AC oldallal vett metszéspontja! Határozzuk meg az AM szakasz hosszát az AB és AC oldalak hosszának függvényében!

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)

6. feladat: Egy valós számokból álló $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ véges sorozat tagjaira teljesül, hogy bármely 5 egymást követő tagjának összege negatív, és bármely 8 egymást követő tagjának összege pozitív. Legfeljebb hány tagja lehet egy ilyen sorozatnak?

Kallós Béla (Nyíregyháza)