XX. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Bonyhád, 2011. március 11–15.

11. osztály

1. feladat: Igazoljuk, hogy

$$\frac{2}{1+2^2}+\frac{2^2}{1+2^{2^2}}+\dots\frac{2^n}{1+2^{2^n}}<\frac{2}{3}$$

bármely $n \geq 1$ természetes szám esetén.

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

2. feladat: Oldjuk meg a valós számok halmazán a

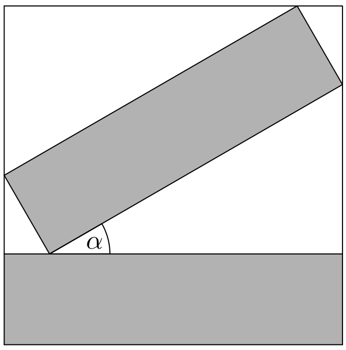
$$6\sqrt{x-2}+10\sqrt{2x+3}+12\sqrt{3x+3}=6x+74$$

egyenletet.

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)

3. feladat: Egy négyzetbe az ábra szerint két egybevágó téglalapot írunk. Mekkora az α szög?

Katz Sándor (Bonyhád)



4. feladat: Legyen az ABC háromszög AB oldalának A-hoz közelebbi harmadolópontja P, az A-tól távolabbi harmadolópontja Q. Legyen továbbá a BC oldalon a B-hez közelebbi harmadolópont R, a B-től távolabbi harmadolópont S. Legyen a CA oldalon a C-hez közelebbi harmadolópont T, a C-től távolabbi harmadolópont U. Legyen a PS és BT szakaszok metszéspontját az U ponttal összekötő egyenes és a BC szakasz metszéspontja V. Határozzuk meg a BUV háromszög és a $PQRSTU$ hatszög területének arányát.

Bíró Bálint (Eger)

5. feladat: Egy 10×10-es táblázat minden sorába és minden oszlopába az ábrán látható módon beírjuk a számokat 0-tól 9-ig, majd minden sorban és minden oszlopban bekeretezünk pontosan 1 számot, tehát összesen 10-et. Van-e a bekeretezett számok között mindig legalább két azonos szám?

Szabó Magda (Szabadka)

0	1	2	$\dots$	9
9	0	1	$\dots$	8
8	9	0	$\dots$	7
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
1	2	3	$\dots$	0

6. feladat: Jelölje tetszőleges pozitív egész n szám esetén $t(n)$ az n szám különböző prímosztóinak számát. Mutassuk meg, hogy végtelen sok olyan pozitív egész n szám van, amelyre

a.) $t\left(n^2+n\right)$ páratlan.

b.) $t\left(n^2+n\right)$ páros.

Borbély József (Tata)