XX. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Bonyhád, 2011. március 11–15.

10. osztály

1. feladat: Legyen egy háromszög három oldalának a hossza a, b és c. Bizonyítsuk be, hogy

$$3 \leq \frac{(a+b+c)^2}{ab+bc+ca} \leq 4$$

Mikor állhat fenn egyenlőség?

Kántor Sándorné (Debrecen)

2. feladat: Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!

$$\left.\begin{aligned} 4x^2 - 3y &= xy^3 \\ x^2 + x^3y^2 &= 2y \end{aligned}\right\}$$

Balázsi Borbála (Beregszász)

3. feladat: Az AB szakaszon vegyük fel a C és D pontokat úgy, hogy $AC = CD = DB$ legyen és legyen $CDEF$ egy tetszőleges paralelogramma. Legyen G az AE és DF, H pedig a BF és CE metszéspontja. Bizonyítsuk be, hogy $AB = 9GH$.

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)

4. feladat: Egy $2n$ oldalú, szimmetria középponttal rendelkező konvex sokszöglap ($\mathcal{P}$) csúcspontjai közül kiválasztunk hármat, jelöljük őket A-val, B-vel és C-vel. Igazoljuk, hogy az ABC háromszög t területe nem nagyobb, mint $\frac{T}{2}$, ahol T a $\mathcal{P}$ sokszöglap területét jelöli.

Dályа Pál Péter (Szeged)

5. feladat: Hány olyan egyenlőszárú trapéz létezik, amelynek a kerülete 2011 és az oldalak mérőszáma egész szám?

Szabó Magda (Szabadka)

6. feladat: Adott nyolc különböző pozitív egész szám a tízes számrendszerben. Képezzük bármely kettő (pozitív) különbségét, majd az így kapott 28 számot szorozzuk össze. 6-nak melyik az a legnagyobb kitevőjű hatványa, amivel ez a szorzat biztosan osztható?

Kiss Sándor (Nyíregyháza)