XX. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Bonyhád, 2011. március 11–15.

9. osztály

1. feladat: ,,Fanyűvő és én együtt 20 nap alatt vágnánk ki a Nagy Kerek Erdőt" – mondja Törzsök Jankó. ,,Bár ha Erdődöntögetővel dolgoznék, akkor ezt a munkát öt nappal előbb befejeznénk." ,,Nekem jobb ötletem van" – mondja Erdődöntögető. ,,Ha én dolgoznék együtt Fanyűvővel, akkor mi ketten egy ötödével kevesebb idő alatt végeznénk a munkával, mint ha Törzsök Jankóval dolgoznék." Mennyi idő alatt vágnák ki a Nagy Kerek Erdőt külön-külön ezek az erős emberek, és mennyi idő alatt végeznének a munkával, ha mindhárman együtt dolgoznának?

Peics Hajnalka (Szabadka)

2. feladat: Bizonyítsuk be, hogy minden $n \in \mathbb{N}^+$ számra a $(2n+1)^2+(2n+2)^2+(2n+3)^2$ kifejezés felírható 4 különböző pozitív egész szám négyzetösszegeként.

Bencze Mihály (Brassó)

3. feladat: Az ABC egyenlő szárú háromszögben $A\sphericalangle = 100°$. Vegyük fel az AB szár B-n túli meghosszabbításán a D pontot úgy, hogy $AD = BC$ legyen. Mekkorák a BCD háromszög szögei?

Katz Sándor (Bonyhád)

4. feladat: Az ABC háromszög AB, BC, CA oldalait meghosszabbítjuk a B, C és A pontokon túl a BB_1, CC_1, AA_1 szakaszokkal úgy, hogy $BB_1 = AC$, $CC_1 = AB$, $AA_1 = BC$ legyen. Jelölje továbbá az ABC, AA_1B, BB_1C, CC_1A háromszögek területét T_{ABC}, T_{AA_1B}, T_{BB_1C}, T_{CC_1A}. Mutassuk meg, hogy $T_{AA_1B} + T_{BB_1C} + T_{CC_1A} \geq 3T_{ABC}$.

Pintér Ferenc (Nagykanizsa)

5. feladat: Legfeljebb hány oldalú az a konvex sokszög, amely feldarabolható olyan derékszögű háromszögekre, amelyek hegyesszögei 30 és 60 fokosak? (A feldarabolás során csak ilyen háromszög keletkezhet, másféle sokszög nem).

Kiss Sándor (Nyíregyháza)

6. feladat: A 957 háromjegyű szám mögé írjunk három számjegyet úgy, hogy a kapott hatjegyű szám osztható legyen 9-cel, 5-tel és 7-tel is! Melyek ezek a háromjegyű számok?

Pintér Ferenc (Nagykanizsa)