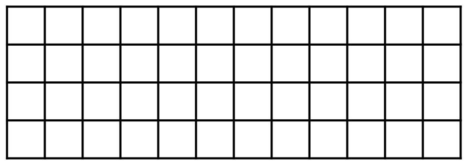
XIX. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szatmárnémeti, 2010. március 19-22.

10. osztály

1. feladat: Legalább hány szeget kell beütni az alábbi farács rácspontjaiba ahhoz, hogy biztosan legyen köztük 4 szeg, amely egy téglalapot feszít ki?



Nagy Örs (Kolozsvár)

2. feladat: Határozzuk meg azokat az $x, y \in \mathbb{N}$ számokat, amelyekre

$$xy(x-y) = 13x + 15y.$$

Kacsó Ferenc (Marosvásárhely)

3. feladat: Adott a síkon négy pont úgy, hogy közülük semelyik három sincs egy egyenesen. Kiszíneztük a négy pontot négy színnel: pirossal, kékkel, zölddel, és sárgával. Ezután kiszíneztük a pontok által meghatározott szakaszokat is úgy, hogy azok színe megegyezett valamelyik végpontjuk színével, és közben mind a négy színt újra felhasználtuk. Igaz-e, hogy mindig van olyan pont, hogy

(1) vagy a belőle kiinduló szakaszok közül,

(2) vagy a másik három pont közti szakaszok közül

az egyik piros, a másik kék, a harmadik zöld?

dr. Kántor Sándorné (Debrecen)

4. feladat: Mennyi azoknak a pozitív egészeknek az összege, amelyek 2010-nél nem nagyobbak, és számjegyeik összege páratlan?

Fejér Szabolcs (Miskolc)

5. feladat: Legyen hat, nem feltétlenül egyforma sugarú, kör egy síkban. Igazoljuk, hogy ha a hat körnek van közös belső pontja, akkor az egyik kör középpontja egy másik belsejében van.

Mátyás Mátyás (Brassó)

6. feladat: Adott az ABC háromszög, amelyben $AB = AC$ és $BAC\sphericalangle = 20°$. Az AC oldalon felvesszük a D és E pontokat úgy, hogy $AD = BC$ és BE az $ABC\sphericalangle$ szögfelezője. Legyen F és K a BD, illetve DE szakasz felezőpontja. Bizonyítsuk be, hogy az $EFK_{\triangle}$ egyenlő oldalú.

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)