XVIII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Gyula, 2009. március 12-16.

11. osztály

1. feladat: Állítsuk öt párba az $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ számokat úgy, hogy a párokban lévő számok különbségeinek abszolút értékei rendre $1, 2, 3, 4, 5$-t adjanak! Megtehető-e ez a párosítás (természetesen hat párba), ha az $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ számokkal dolgozunk, úgy hogy ezek a különbségek $1, 2, 3, 4, 5, 6$ legyenek? Indokoljuk a választ!

Hajnal Péter (Szeged)

2. feladat: Létezik-e két olyan egymástól különböző, pozitív racionális szám, amelyeknek számtani, mértani és harmonikus közepe egy derékszögű háromszög oldalhosszai?

Olosz Ferenc (Szatmárnémeti)

3. feladat: Egy osztály minden tanulója vagy úszik, vagy kosarazik, esetleg mindkettőt csinálja. Lehetséges-e, hogy az osztályban több a lány, mint a fiú a következő esetekben:

a) ha az úszóknak és a kosarasoknak is 60%-a fiú?

b) ha az úszók 60%-a és a kosarasok 75%-a fiú ?

Katz Sándor (Bonyhád)

4. feladat: Legyen $ABCD$ egy olyan téglalap, amelybe szabályos háromszög írható úgy, hogy a háromszög egyik csúcsa az A pont, a másik kettő pedig a téglalap egy-egy olyan oldalán fekszik, amelyen az A pont nincs rajta. Bizonyítsuk be, hogy ekkor a téglalapból a szabályos háromszög által lemetszett háromszögek egyikének a területe a két másik lemetszett háromszög területének összegével egyenlő!

Pintér Ferenc (Nagykanizsa)

5. feladat: Bizonyítsuk be, hogy a $3^k + 3^n$ alakban felírt négyzetszámokból végtelen sok van, ahol k és n különböző pozitív egész számok! Mi a helyzet, ha a 3 helyett a 4, az 5, a 6 és a 7 számokat írjuk?

Kántor Sándor (Debrecen)

6. feladat: Adott háromszögbe szerkesztettünk két egybevágó, közös belső pont nélküli, maximális sugarú kört. Mekkora ez a sugár? Hogyan történhet a szerkesztés?

Bogdán Zoltán (Cegléd)