XVIII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

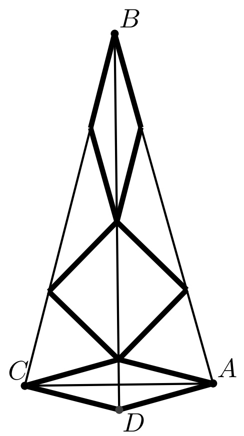
Gyula, 2009. március 12-16.

9. osztály

1. feladat: Oldjuk meg a természetes számok halmazán az $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2009}$ egyenletet!

Kántor Sándor (Debrecen)

2. feladat: Az $ABCD$ deltoidban az A és C csúcsnál derékszög van, és a BD átló 12 cm. Az ábra szerint a deltoidba három azonos oldalhosszúságú rombusz írható. Mekkora a deltoid B és D csúcsánál levő szöge és az AC átló hossza?



Katz Sándor (Bonyhád)

3. feladat: Adjuk meg az összes olyan n természetes számot, amelyre $2^8+2^{11}+2^n$ négyzetszám!

Eigel Ernő (Gyula)

4. feladat: Oldjuk meg az

$$\frac{x}{x+1}+\frac{2x}{(x+1)(2x+1)}+\frac{3x}{(x+1)(2x+1)(3x+1)}+\ldots+\frac{2009x}{(x+1)(2x+1)\ldots(2009x+1)}>1$$

egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

Balázsi Borbála (Beregszász)

5. feladat: Húsz személy mindegyike a húszból tíz másiknak küld levelet. Van-e két olyan személy, akik között volt levélváltás?

Szabó Magdolna (Szabadka)

6. feladat: Az $ABCD$ téglalap DC oldala, mint átmérő fölé (átmérőre) kört rajzolunk. Húzzunk a körhöz a téglalap A csúcsából az AD egyenesétől különböző érintőt, az érintési pont legyen E. A téglalap BC oldalegyenesét az AE egyenes a G pontban, a DE egyenes a H pontban metszi.

a.) Bizonyítsuk be, hogy az EGH háromszög egyenlő szárú!

b.) Mekkora a téglalap oldalainak aránya, ha az EGH háromszög szabályos?

c.) Bizonyítsuk be, hogy ha az EGH háromszög szabályos, akkor a kör F középpontja, az E érintési pont és a téglalap B csúcsa egy egyenesen van!

Nemecskó István (Budapest)